GENERALITES SUR LA MESURE

INTRODUCTION

La pratique des sciences fondamentales et appliquées conduit à réaliser des mesures.Toute mesure est entachée d'erreurs aléatoires dues au matériel, aux paramètres physiques mis en jeu, et à l'expérimentateur; ces erreurs ont des valeurs inconnues et l'on peut seulement les estimer.Les résultats de mesures peuvent être utilisés pour calculer une nouvelle grandeur.Le résultat devra être présenté avec un nombre de chiffres significatifs cohérent avec la précision des données.

I.1. DEFINITIONS

I.1.1.Grandeur physique (X)

Paramètre qui doit être contrôlé lors de l'élaboration d'un produit ou deson transfert (Par exemple :Pression, Température, Niveau……….).

I.1.2.Mesurage

C'est l'ensemble des opérations ayants pour but de déterminer la valeur d'une grandeurphysique.

I.1.3. Mesure (x)

C'est l'évaluation d'une grandeur par comparaison avec une autre grandeur de mêmenature prise pour unité.

Exemple: Une longueur de 2 mètres, une masse de 400 grammes, un temps de 6secondes.

Remarque: On ne peut pas mesurer une masse avec des mètres, ce n'est pas homogène

I.1.4. Incertitude (dx)

Le résultat de la mesure (x) d'une grandeur (X) n'est pas complètement défini parun seul nombre. Il faut au moins la caractériser par un couple (x, dx) et une unité de mesure. dx estl'incertitude sur x. Les incertitudes proviennent des différentes erreurs liées à la mesure.

* Ainsi, on a : $x - dx < X < x + dx$.

Exemple: 3 cm ± 10%, ou 5m ±1cm.

I.1.5. Chiffres significatifs

Les grandeurs utilisées en Sciences ont toujours une précision limitée car elles sont issues de mesures.Une donnée scientifique devrait toujours être accompagnée de son incertitude.Dans ce cas :

- L'incertitude comporte au maximum deux (2) chiffres significatifs
- Les chiffres significatifs de la grandeur ne dépassent pas la précision donnée par l'incertitude.

Exemples:

$S = 24{,}538\ m^2 \pm 0{,}3\ m^2$: incorrect

$P = 10{,}2 \pm 0{,}1\ N$: correct

$R = 208{,}6\Omega \pm 1{,}2\Omega$: correct

$\rho = 7{,}86\ kg.m^{-3} \pm 0{,}02734\ kg.m^{-3}$: incorrect

Quand l'incertitude d'une valeur n'est pas indiquée:

- Si la donnée comporte quelques chiffres significatifs laissant supposer qu'ils sont associés à une certaine précision : on suppose que l'incertitude est égale à la moitié de la plus petite unité à droite du nombre.

Exemples:

L=12,6 cm sous-entend (probablement) que $L= 12{,}6 \pm 0{,}05$ cm

D = 160 kmsous-entend que $D= 160 \pm 0{,}5$ km

d = 120,0 m sous-entend que $d= 120{,}0 \pm 0{,}05$ m

- Si la donnée ne semble pas « se préoccuper » de la précision, on peut se baser sur une précision usuelle de 3 chiffres significatifs, et en tout cas utiliser son bon sens.

Exemple :

L = 1 m , on suppose que L est au moins connue au cm près d'où L = 1,00 m.

I.1.6. Calculs et arrondis

Pour de nombreux cas: le résultat du calcul ne doit pas comporter plus de chiffres significatifs que la moins précise des données.

Cette règle n'est plus fiable pour l'emploi de fonctions trigonométriques, logarithmes, exponentielles, ou puissances avec des exposants très grands: le résultat sera arrondi en cohérence avec une incertitude calculée, ou bien à partir d'une estimation raisonnable de la précision attendue.

Si l'on effectue des calculs intermédiaires: conserver quelques chiffres significatifs supplémentaires, puis effectuer un arrondi correct sur le résultat du calcul final.

I.1.7. Erreur absolue (e)

C'est le résultat d'un mesurage moins lavaleur vraie de la grandeur physique. L'erreur absolue a donc un signe positif ou négatif. Une erreur absolue s'exprime dans l'unité de la mesure.

* $e = x - X$.

Exemple : Une erreur de 10 cm sur une mesure de distance.

I.1.8. Erreur relative (e_r)

C'est le rapport entre l'erreur de la mesure et la valeur vraie de la grandeur physique. Une erreur relatives'exprime généralement en pourcentage de la grandeur mesurée.

* $e_r = e/X$;

* $e_r\% = 100 * e_r$;

Exemple

Une erreur de 10 % sur une mesure de distance (10% de la distance réelle).

I.2. SYSTEME INTERNATIONAL D'UNITE (SI)

Le Système International d'Unités a pour objet une meilleure uniformité, donc une meilleure compréhension mutuelle dans l'usage général. Cependant, dans quelques domaines spécialises, en particulier physique théorique, il peut exister des raisons sérieuses justifiant l'emploi d'autres systèmes ou d'autres unités. Quelles que soient ces unités, il est important de respecter les symboles et leur représentation conformes aux recommandations internationales en vigueur.

Le système SI est un système cohérent d'unités qui comporte sept unités de base. C'est le systèmelégal d'unités en FRANCE (décret 61-501 du 3 mai 1961 modifie par le décret 82-203 du 26 février 1982 et par le décret 85-1500 du 30 décembre 1985).

I.2.1. Unités de bases

Les unités de base sont au nombre de sept, elles doivent être considérées comme indépendantes au point de vue dimensionnel. Le tableau ci-dessous donne ces unités de base (Tableau I.1).

Grandeur	Nom	Symbole
Longueur	Mètre	M
Masse	Kilogramme	Kg
Temps	Seconde	S
Courant électrique	Ampère	A
Température thermodynamique	Kelvin	K
Quantité de matière	Mole	Mol
Intensité lumineuse	Candela	Cd

Tableau I.1 : Unité de bases du système international SI

I.2.1.1. Unité de longueur (Le mètre symbole : m)

Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant unedurée de 1/299792458 de seconde

I.2.1.2. Unité de masse (Le kilogramme symbole : kg)

Le kilogramme est l'unité de masse. Il est égal à la masse du prototype internationaldu kilogramme.

I.2.1.3. Unité de temps (La seconde symbole : s)

La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à latransition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental du césium 133.

I.2.1.4. Unité de courant électrique (L'ampèresymbole : A)

L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux circuits conducteursparallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placésà une distance de un mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteursune force égale à 2.10^{-7}Newton par mètre de longueur

I.2.1.5. Unité de température thermodynamique (Le kelvin symbole: K)

Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction 1/273,16 de la températurethermodynamique du point triple de l'eau. La 13ème CGPM (résolution 3) décideaussi que l'unité de kelvin et son symbole K sont utilisés pour exprimer un intervalle ouune différence de température

Remarque

En dehors de la température thermodynamique (symbole : T) expriméeen kelvins, on utilise aussi la température Celsius (symbole C°) définie par l'expression : $C=T-T_0$

Avec : T_0 = 273, 15 °K par définition.

I.2.1.6. Unité de quantité de matière (La mole symbole :mol)

La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentairesqu'il y a d'atomes dans 0, 012 kilogramme de carbone 12.

Remarque

Lorsqu'on emploie la mole, les entitésélémentaires doivent êtrespécifiéeset peuvent être des atomes, des molécules, des ions, des électrons, d'autres particules oudes groupements spécifiques de telles particules.

I.2.1.7. Unité d'intensité lumineuse (La candela symbole : cd)

La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émetun rayonnement monochromatique de fréquence 540.1012 hertz et dont l'intensité énergétiquedans cette direction est 1/683 watt par stéradian

Remarque

CGPM : Conférence Générale des Poids et Mesures qui a lieu tous les 4 ans composée par les représentant desétats membres de la convention du mètre (voir http ://www.bipm.org/)

I.2.2. Unités dérivées

Elles sont formées de manière cohérente à partir des unités de base.Certaines unités dérivées ont reçu un nom spécial qui peut être utilisé à son tourpour former d'autres noms d'unités. Le tableau ci-dessous donne la liste des unités dérivées (Tableau I.2).

Grandeur	Formule	Unité	Symbole
Angle plan	α	Radian	rad
Angle solide	Ω	Stéradian	sr

Surface	$S = x^2$	Mètre carré	m^2
Volume	$V = x^3$	Mètre cube	m^3
Masse volumique	$\rho = m/V$	Kilogramme par mètre cube	$kg.m^{-3}$
Vitesse	$v = x/t$	Mètre par seconde	$m.s^{-1}$
Accélération	$a = v/t$	Mètre par seconde carrée	$m.s^{-2}$
Force	$F = m.a$	Newton	N
Travail Énergie	$W = F.x$	Joule	J
Puissance	$P = W/t$	Watt	W
Pression	$p = F/S$	Pascal	Pa
Fréquence	$f = 1/T$	Hertz	Hz
Moment d'une force	$Mt = F.x$	Newton-mètre	N.m
Tension	u	Volt	V
Résistance	$r = u/i$	Ohm	Ω
Quantité d'électricité	$q = i.t$	Coulomb	C
Capacité électrique	$C = q/u$	Farad	F
Champ magnétique	$B = F/(i.x)$	Tesla	T
Flux magnétique	$\Phi = B.S$	Weber	Wb
Inductance électrique	$L = \Phi/i$	Henry	H
Flux lumineux	$\varphi = I.\Omega$	Lumen	lm
Éclairement	$E = \varphi/S$	Lux	lx

Tableau I.2 : Liste des unités dérivées

- L'unité d'angle plan : le radian (symbole : rad) ; le radian est l'angle plan compris entre deux rayons qui, sur la circonférence d'un cercle, interceptent un arc de longueur égale a celle du rayon,
- L'unité d'angle solide : le stéradian (symbole : sr) ; le stéradian est l'angle solide qui, ayant son sommet au centre d'une sphère, découpe sur la surface de cette sphère une aire égale a celle d'un carre ayant pour cote le rayon de la sphère.

Les grandeurs d'angle plan et d'angle solide doivent être considérées comme des unités dérivées sans dimension qui peuvent être utilisées ou non dans les expressions des unités dérivées.

Grandeur	**Nom**	**Symbole**

Vitesse angulaire	Radian par seconde	$Rad.s^{-1}$
Accélération angulaire	Radian par seconde carrée	$Rad.s^{-2}$
Intensité énergétique	Watt par stéradian	$W.sr^{-1}$
Luminance énergétique	Watt par mètre carré stéradian	$W.m^{-2}.sr^{-1}$

Tableau I.3 : Unités en système international (SI)

I.2.3. Multiples et sous-multiples

Lorsqu'une unité s'avère trop grande ou trop petite, pour l'emploi envisagé, on utilisedes multiples ou des sous-multiples exclusivement décimaux. Ils sont obtenus en joignantun préfixe choisi au nom de l'unité.

Multiples			**Sous multiples**		
Facteur	**Préfixe**	**Symbole**	**Facteur**	**Préfixe**	**Symbole**
10^{24}	Yotta	Y	10^{-24}	yocto	y
10^{21}	Zetta	Z	10^{-21}	zepto	z
10^{18}	Exa	E	10^{-18}	atto	a
10^{15}	Péta	P	10^{-15}	femto	f
10^{12}	Téra	T	10^{-12}	pico	p
10^{9}	Giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{6}	Méga	M	10^{-6}	micro	µ
10^{3}	Kilo	K	10^{-3}	milli	m
10^{2}	Hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^{1}	Déca	da	10^{-1}	déci	d

Tableau I.4 : Liste des multiples et sous multiples

I.2.4. Autres unités employées

- **Distance:**
  - ✓ pouce (inch) : 1 in = 2,54 cm
  - ✓ pied (foot) : 1 ft = 12 in = 30,48 cm
  - ✓ mile (miles) = 5280 ft = 1,609 km
  - ✓ mille nautique (mn) = 1,852 km
- **Volume:**
  - ✓ pinte (pint) = 0,94 L
  - ✓ gallon (US gallon) : 1 USgal = 4 pintes = 3,786 L
  - ✓ baril (US barrel) : 1 bbi = 42 USgal = 159 L

- ✓ 1 m^3 = 1000 L ;
- ✓ 1 dm^3 = 1 L ;
- **Masse:**
- ✓ once (ounce) : 1 oz = 28,35 g
- ✓ livre (pound) : 1 lb = 0,454 kg
- **Puissance:**
- ✓ cheval vapeur (horsepower) : 1 hp = 0,736 kW = 1 CV
- **Divers :**
- ✓ 1 ha = 10 000 m^2
- ✓ 1 h = 3600 s
- ✓ 1 noeud (kt) = 1,852 km/h

I.2.5. Homogénéité des résultats

Une force F s'exprime en newtons. Si on revient aux trois unités de base du système SI (masse, longueur, temps) la force F, d'après la formule $F = m.\gamma$ est égale à une masse multipliée par une accélérationγ.

L'accélération γ est égale à une longueur divisée par un temps au carré ($\gamma = \frac{mètre}{seconde^2}$). On dit alors que les dimensions de la force sont 1 par rapport à la masse, 1 par rapport à la longueur et -2 par rapport au temps et on écrit symboliquement :$F = MLT^{-2}$.

Pour une relation il faudra toujours que son premier membre ait les mêmes dimensions que le second : on dira qu'elle est homogène.

Pour les unités, on peut dire que le newton est équivalent au $kg.m.s^{-2}$ dans le système international (SI).Dans un problème, avant de trouver le résultat avec des nombres (application numérique) il faut le trouver avec des lettres représentant les différentes grandeurs (expression littérale). On peut alors vérifier si l'expression trouvée est homogène, c'est-à-dire si les deux membres ont les mêmes dimensions. Ceci permet de savoir si la formule trouvée est possible ou non, ou bien de trouver l'unité d'une grandeur si on connaît celles des autres.

Grandeur	Dimensions	Grandeur	Dimensions

Longueur	L	Accélération	LT^{-2}
Masse	M	Force	MLT^{-2}
Temps	T	Travail, énergie	ML^2T^{-2}
Surface	L^2	Puissance	ML^2T^{-3}
Volume	L^3	Tension	$ML^2T^{-3}I^{-1}$
Pression	$ML^{-1}T^{-2}$	Fréquence	T^{-1}
Vitesse	LT^{-1}		

Tableau I.4 : Homogénéité des unités d'un résultat

Exercices sur les unités

1. Le système international d'unités est issu du système M.K.S.A. Pourquoi ?
2. La longueur l de l'arc de cercle (de rayon R) intercepté par l'angle α (en rad) est donné par la relation : $l = R.\alpha$. Justifier que le radian est une unité sans dimension.
3. Combien y a-t-il de micromètres dans 1000 km ?
4. A l'aide des tableaux I.2 et I.4 déterminer la dimension des grandeurs suivantes :

Quantité d'électricité, Capacité électrique, Résistance électrique, Moment d'une force.

5. Vérifier l'homogénéité de la relation : $\underline{P = C.\Omega}$ (même dimension à droite et à gauche de l'égalité) avec :

P = puissance mécanique de rotation (en W)

C = moment du couple (ou d'une force) (en Nm)

Ω = vitesse angulaire de rotation en rad/s

I.3. DIFFERENTES ERREURS POSSIBLES

Les erreurs de mesure ont des causes systématiques que l'expérimentateur peut corriger ou non. Ces erreurs ont des causes clairement identifiées et prévisibles. Parmi ces erreurs, on trouve les erreurs systématiques, les erreurs accidentelles et les erreurs aléatoires.

I.3.1. Erreurs systématiques

Les erreurs systématiques sont des erreurs reproductibles reliées à leur cause par une loi physique, elles sont généralement liées à l'appareil de mesure (mauvais étalonnage) et qui se reproduisent à l'identique d'une mesure à l'autre.Si elles sont identifiées, les erreurs systématiques peuvent être éliminées en effectuant la correction adaptée.

Il existe de nombreuses sources d'erreurs systématiques, comme par exemple :

• L'effet des grandeurs d'influence (température, pression,....) ;

• L'erreur de justesse des instruments (décalage du zéro par exemple, chronomètre mal calibré,…) ;

• La position de l'objet mesuré ;

• La perturbation due à la présence des instruments d'observation.

Dans la pratique, différentes méthodes sont utilisées pour détecter et évaluer ces erreurs, comme par

Exemple :

• Mesurer la même grandeur avec un instrument différent ;

• Mesurer la même grandeur avec des méthodes différentes ;

• Mesurer une grandeur étalon (contrôle de la justesse) ;

• Mesurer un même mesurande dans des laboratoires différents.

Par définition, l'erreur systématique est donnée par l'expression suivante: $E_{Rs} = \langle m \rangle - M_{vrai}$

I.3.2. Erreurs aléatoires ou erreur de répétabilité

Les erreurs aléatoires sont généralement liées à la maladresse du manipulateur et qui varient d'une mesure à l'autre de manière fortuite. Ces erreurs son, non reproductibles, sont difficilement corrigeables.Ces erreurs obéissent à des lois statistiques et nécessitent de prendre en compte une valeur moyenne sur plusieurs mesures.

Ce type d'erreurs intervient lorsque l'expérimentateur effectue N mesures exactement dans les mêmes conditions du mesurande et ne trouve pas à chaque fois la même valeur.

Si on effectue N mesures dans des conditions de répétabilité, le meilleur estimateur de la valeur du mesurande est la valeur moyenne $\langle m \rangle$ des N mesures.

Une mesure m_i parmi les N mesures est généralement différente de $\langle m \rangle$.

La différence $E_{Ra} = m_i - \langle m \rangle$ est appelée erreur aléatoire ou erreur de répétabilité.

L'erreur aléatoire Δ provient essentiellement des variations temporelles et spatiales non prévisibles des grandeurs d'influence. Il n'est pas possible de compenser l'erreur aléatoire d'un résultat de mesure, elle peut cependant être réduite en augmentant le nombre de mesures.

Exemples d'erreurs aléatoires

- Erreurs dues aux appareils de mesure (seuil de mesure, résolution…)
- Erreurs dues aux conditions extérieures (température, pression, …)
- Erreurs de lecture
- Parasites

I.3.3. Erreurs accidentelles

Les erreurs accidentelles résultent d'une fausse manœuvre, d'un mauvais emploi ou de dysfonctionnement de l'appareil. Elles ne sont généralement pas prises en compte dans la détermination de la mesure.

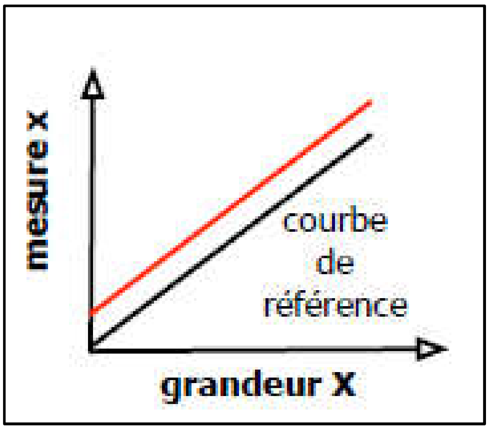
I.4. DIFFERENTS TYPES D'ERREURS CLASSIQUES

Dans ce qui suit, on cite quelques erreurs les plus rencontrées lors d'une mesure avec une chaîne de mesure.

I.4.1. Erreur de zéro (offset)

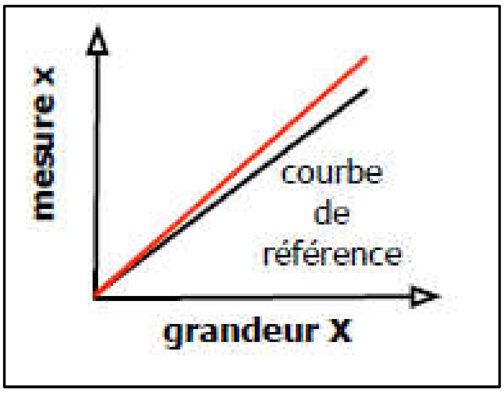
L'erreur de zéro appelée aussi «dérive » est généralement due au vieillissement des composants d'un capteur et aux variations de température. Elle se traduit par un décalage de la grandeur de sortie d'une façon indépendante de la valeur de la grandeur mesurée.

Dans le cas de la température, la dérive se produit lors de la périoded'échauffement du capteur, ce qui implique qu'il est préférable d'étalonnerle capteur une fois cette période écoulée. Dans le cas du vieillissement, dériveest facilement corrigeable par un étalonnage du capteur à intervalle régulier.Erreur de zéro = Valeur de x quand X = 0



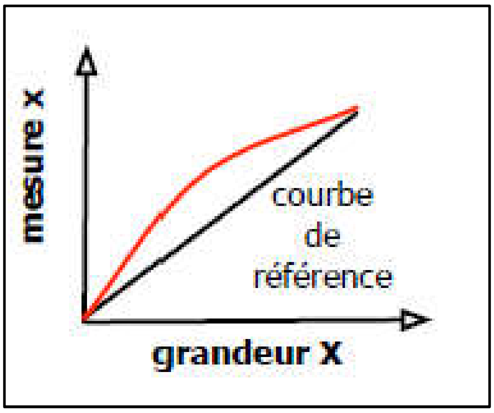
I.4.2. Erreur d'échelle (gain)

C'est une erreur qui dépend de façon linéaire de la valeur de la grandeur mesurée. Erreur de gain (dB) = 20 log($\Delta x/\Delta X$)



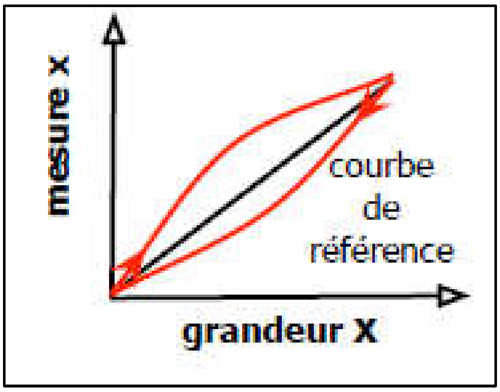
I.4.3. Erreur de linéarité

La caractéristique n'est pas une droite.



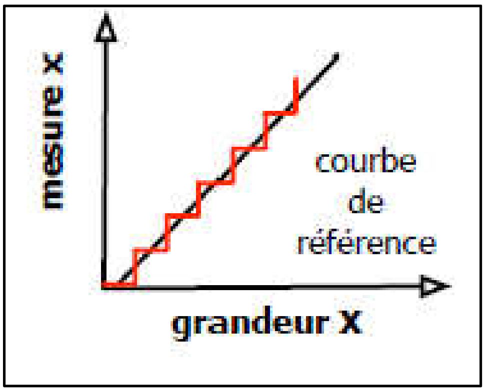
I.4.4. Erreur due au phénomène d'hystérésis

Il y a phénomène d'hystérésis lorsque le résultat de la mesure dépend de la précédente mesure.



I.4.5. Erreur de mobilité

La caractéristique est en escalier. Cette erreur est souvent due à une numérisation du signal.



I.5. IDENTIFICATION DES SOURCES D'ERREURS

Pour évaluer les sources d'erreurs, nous pouvons utiliser comme outil le diagramme de cause-effet ou diagramme d'Ishikawa associé à la méthode des 5 M.

La méthode des « 5 M » : Elle est basée sur cinq méthodes pour identifier les sources d'erreurs :

I.5.1. Moyen

Matériel utilisé (appareils de mesure, instruments….) ainsi que les substances chimiques et les réactifs utilisés.

I.5.2. Méthode

Comprend toutes les étapes de l'analyse (prélèvement, pesée, mise en solution, dilution,…..).

I.5.3. Matière

Par exemple les produit biologique (plasma, urine,…), produit alimentaire (eau, lait, …..), Pouvant contenir des substances responsables d'interférences lors de la mesure.

I.5.4. Milieu

Conditions environnementales (température, pression, hygrométrie,….).

I.5.5. Main d'œuvre

Opérateur (technicien, élève, ….) effectuant la mesure

I.6.PROPAGATION DES ERREURS

Cette section présente quelques notions de calcul d'erreur et montre leseffets de l'erreur dans une chaîne de mesure.

I.6.1.Produits

La grandeur X s'obtient par la mesure de Y et Z. On a X=Y.Z ; Y et Z sont des nombres positifs.

La mesure de Ydonne $y\pm dy$, la mesure de Zdonne $z\pm dz$.

Ainsi, $(y-dy)(z-dz) < X < (y+dy)(z+dz)$

$$(y-dy)(z-dz) = yz - ydz - zdy + dzdy = yz(1-(dz/z + dy/y - dzdy/yz))$$

$$(y+dy)(z+dz) = yz + ydz + zdy + dzdy = yz(1+(dz/z + dy/y - dzdy/yz))$$

Si l'on néglige les erreurs d'ordre 2 on a :

$X = yz \pm yz(dz/z + dy/y) \Rightarrow dx/x = dz/z + dy/y$

Dans le cas d'un produit, les erreurs relatives s'ajoutent.

I.6.2.Quotients

De la même manière, on démontre que dans le cas d'un quotient, les erreurs relatives s'ajoutent.

I.6.3.Sommes

La grandeur X s'obtient par la mesure de Y et de Z. On a $X=Y+Z$. Y et Z sont des nombres positifs.

Si le paramètre Y possède une erreur absolue ΔY et le paramètre Z possède une erreur absolue ΔZ . Quelle est l'erreur absolue sur X ?

Ainsi : $y - dy + z - dz < X < y + dy + z + dz$

On a :$x = (y + z) \pm (dy + dz) \Rightarrow dx = dy + dz.$

Alors : $\Delta X = \Delta Y + \Delta Z$

Dans le cas d'une somme, les erreurs absolues s'ajoutent.

I.6.4. Différences

De la même manière, on peut démontrer que dans le cas d'une différence, les erreurs absolues s'ajoutent.

Attention : Il faut éviter de soustraire des nombres de même ordre de grandeur.