

Solution de la série de TD N°1

EX1.

L'eau boue à $T = 100^\circ\text{C}$ (sous pression atmosphérique). Il faut donc que la température de l'eau s'élève de $\Delta T = 100 - 10 = 90\text{K}$.

On a alors $Q = M.C.\Delta T = \rho.V.C.\Delta T = 1 \times 1 \times 1 \times 90 = 90\text{kcal}$.

EX2.

On a vu à l'exercice 1 ci-dessus qu'il faut apporter une énergie de 90kcal. Une telle énergie correspond à $Q = 90 \times 4180 = 376,2\text{kJ}$.

Une puissance P permet de délivrer cette énergie en une durée de :

$$\Delta t = \frac{376,2 \times 10^3}{1 \times 10^3} = 376\text{s}$$

EX3.

La quantité de chaleur totale Q_{tot} dont nous disposons grâce à la combustion de l'essence doit nous servir à franchir 5 étapes :

1/ Chauffer la glace de -20°C à 0°C (la glace devient liquide à 0°C sous 1 bar de pression atmosphérique), cela nécessite la quantité d'énergie (chaleur) $Q_{\text{glace}} = M.C_{\text{glace}}.\Delta T_{20}$.

2/ Faire fondre la glace : $Q_{\text{fusion}} = M.L_{\text{fusion}}$

3/ Chauffer l'eau liquide de 0°C à 100°C (l'eau commence à bouillir à 100°C sous 1 bar) : $Q_{\text{eau}} = M.C_{\text{eau}}.\Delta T_{100}$

4/ Vaporiser l'eau liquide : $Q_{\text{vaporisation}} = M.L_{\text{vaporisation}}$

5/ Chauffer la vapeur d'eau : $Q_{\text{vapeur}} = M.C_{\text{vapeur}}.\Delta T$ avec ($\Delta T = T - 100$)

L'essence brûlé donne une énergie thermique de : $Q_{\text{tot}} = M_{\text{ess}}.L_{\text{ess}}$

On alors finalement :

$$Q_{\text{tot}} = M.C_{\text{glace}}.\Delta T_{20} + M.L_{\text{fusion}} + M.C_{\text{eau}}.\Delta T_{100} + M.L_{\text{vaporisation}} + M.C_{\text{vapeur}}.(T - 100) = M_{\text{ess}}.L_{\text{ess}}$$

D'où :

$$T = \frac{(M_{\text{ess}} \times L_{\text{ess}}) - (M.C_{\text{glace}}.\Delta T_{20} + M.L_{\text{fusion}} + M.C_{\text{eau}}.\Delta T_{100} + M.L_{\text{vaporisation}})}{M.C_{\text{vap}}} + 100$$

$$T = 26,5 + 100 = 126,5^\circ\text{C}$$

EX4.

L'application du premier principe de la thermodynamique sur le système constitué du fluide donne :

$$\Delta U = U_f - U_i = W + Q \Rightarrow U_f = U_i + W + Q$$

Application numérique : $U_f = 800 + 100 - 500 = 400 \text{ kJ}$

EX5.

- Le long des isochores : $W = 0 \text{ J}$
- Le long de l'isobare basse : $W = -P_1 (V_2 - V_1) = -200 \text{ J}$. Le long de l'isobare haute : $W = -P_2 (V_1 - V_2) = 400 \text{ J}$. Après un cycle : $W_c = 200 \text{ J}$

EX6.

1. Comme le gaz est parfait, $\Delta U = nC_v \Delta T$. Or $T_1 = \frac{P_0 V_0}{nR} = T_2$.

Par conséquent : $\Delta U = 0$

2. Les deux premiers travaux valent respectivement :

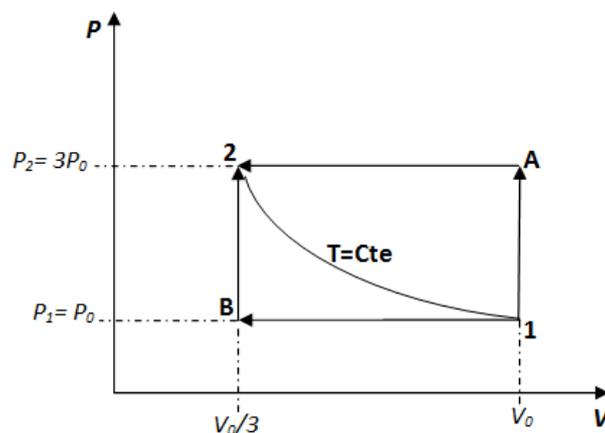
$$W_1 = W_{1 \rightarrow A} + W_{A \rightarrow 2} = W_{A \rightarrow 2} = -3P_0 \times \frac{-3V_0}{3} = 2P_0 V_0$$

$$W_2 = W_{1 \rightarrow B} + W_{B \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow B} = -P_0 \times \frac{-2V_0}{3} = \frac{2P_0 V_0}{3}$$

Quant au troisième, le long de l'isotherme qui passe par les points extrêmes, on l'obtient selon :

$$W_3 = -\int P dV = -nRT_1 \int_{V_0}^{V_0/3} \frac{dV}{V} = P_0 V_0 \ln 3$$

Les chaleurs reçues sont opposées aux travaux, puisque $\Delta U = 0$



EX7.

a) On a $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$, soit $V_2 = V_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 10 \left(\frac{1}{3} \right)^{3/5} = 5,16 \text{ L}$

b) La transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait est régie par l'équation $PV^\gamma = cte = A$. Le travail reçu par le gaz est alors, compte tenue de $P = A.V^{-\gamma}$,

$$W = \int_{V_1}^{V_2} -PdV = A \int_{V_1}^{V_2} -V^{-\gamma} dV = \left[\frac{A.V^{1-\gamma}}{\gamma-1} \right]_{V_1}^{V_2} = \left[\frac{PV}{\gamma-1} \right]_{V_1}^{V_2} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma-1}$$

$$\text{Application numérique : } W = \frac{(3 \times 10^5 \times 5,16 \times 10^{-3}) - (10^5 \times 10 \times 10^{-3})}{2/3} = 822J$$

c) La variation d'énergie interne est :

$$\Delta U = U_2 - U_1 = W + Q = W \quad (\text{car } Q=0)$$

$$\text{Donc } \Delta U = 822J$$

d) On a, pour n moles de gaz parfait,

$$U_2 - U_1 = W = nC_v(T_2 - T_1);$$

Or, la capacité calorifique molaire est $C_v = \frac{R}{\gamma-1}$, donc

$$\text{Alors, } W = \frac{nR}{\gamma-1}(T_2 - T_1) \Rightarrow (T_2 - T_1) = \frac{W(\gamma-1)}{nR}$$

Application numérique : 2g d'He ($M_{He} = 4g/mol$) représentent $n=2/4=0,5mol$.

$$T_2 - T_1 = \frac{822 \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{2} \cdot 8,32} = 132K$$

EX8.

Le bilan énergétique appliqué sur le système donne :

$$\Delta E_{tot,syst} = E_{tot,ent} - E_{tot,sort}$$

$$\text{Où : } E_{tot,ent} = E_{pers} + E_{amp} + E_{murs} = \frac{360.40}{3600} + (100.10.10^{-3}) + \frac{15000}{3600} = 9,16kW$$

$$E_{tot,sort} = \text{nombre d'unités} \times (5kW)$$

$$\text{Donc : nombre d'unités} = \frac{9,16}{5} \approx 2 \text{ unité}$$

EX9.

a) Calcul du travail de détente du gaz pour $n = 1,5$. Introduire la relation $P = \text{constant}/V^n$ dans la relation de calcul du travail et effectuant l'intégration :

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} P dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{\text{constant}}{V^n} dV = - \frac{\text{constant} \cdot V_2^{1-n} - \text{constant} \cdot V_1^{1-n}}{1-n}$$

La constant de la relation ci-dessus peut être évalué par : $\text{constant} = P_1 V_1^n = P_2 V_2^n$

$$\text{L'expression de travail devient } W = - \frac{(P_2 V_2^n) V_2^{1-n} - (P_1 V_1^n) V_1^{1-n}}{1-n} = - \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n}$$

Pour calculer W , il faut déterminer premièrement la valeur de P_2 :

$$P_1 V_1^n = P_2 V_2^n \Rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^n = 3 \left(\frac{0,1}{0,2} \right)^{1,5} = 1,06 \text{ bar}$$

$$\text{Donc : } W = - \frac{(1,06 \times 10^5 \times 0,2) - (3 \times 10^5 \times 0,1)}{1-1,5} = -17,6 \text{ kJ}$$

EX10.

a) Le système est de l'air : Appliquons le premier principe au système fermé constitué de l'air tout seul.

$$(\Delta U + \Delta E_c + \Delta E_p)_{\text{air}} = Q + W$$

La quantité de chaleur reçue par le gaz est donc : $Q = \Delta U_{\text{air}} - W$

Le travail de forces de pression, échangé avec le milieu extérieur est :

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} P dV = - P_{\text{ext}} (V_2 - V_1)$$

P_{ext} est la pression extérieure appliquée sur le piston.

La force extérieure qui correspond à cette pression est :

$$F_{\text{ext}} = P_{\text{ext}} S_{\text{piston}} = m_{\text{piston}} g + P_{\text{atm}} S_{\text{piston}}$$

$$\text{Soit: } P_{ext} = \frac{m_{piston}g}{S_{piston}} + P_{atm} = \frac{45 \times 9,81}{0,9} + 10^5 = 100490,5 Pa$$

$$\text{Ainsi, le travail est : } W = -P_{ext} (V_2 - V_1) = -100490,5 \times 0,45 = -45220,7 J$$

Avec, $\Delta U_{air} = m_{air} \Delta u_{air}$, la chaleur reçue par l'air est :

$$Q = m_{air} \Delta u_{air} - W = 0,27 \times 42.10^3 + 45220,7 = 56,56 kJ$$

b) Le système est constitué de l'air et du piston : l'expression du premier principe est, donc : $(\Delta U + \Delta E_c^0 + \Delta E_p^0)_{air} + (\Delta U^0 + \Delta E_c^0 + \Delta E_p)_{piston} = Q + W$ ce qui implique que $Q = m_{air} \Delta U_{air} + (\Delta E_p)_{piston} - W$.

Le travail fourni par ce système au milieu extérieur est le travail de la pression atmosphérique, $P_{ext} = P_{atm}$.

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} P dV = -P_{atm} (V_2 - V_1) = -10^5 \times 0,45 = -45 kJ$$

La variation d'énergie potentielle des forces de gravité agissant sur le piston est :

$$(\Delta E_p)_{pis} = mg \Delta z \quad \text{où} \quad \Delta z = \frac{V_2 - V_1}{S_{piston}} = \frac{0,45}{0,9} = 0,5 m^2$$

$$\text{Alors : } Q = (0,27 \times 42) + 0,22 + 45 = 56,56 kJ$$



EX11. Pour chaque transformation le volume initial et le volume final du système sont :

$$V_0 = nRT_0/P_0 = 0,1218 m^3 \quad \text{et} \quad V_1 = nRT_1/P_1 = 1,218 m^3$$

1. Détente isotherme :

$$W_p = \int_{V_0}^{V_1} -P dV = \int_{V_0}^{V_1} -\frac{nRT_0}{V} dV = -nRT_0 \ln(V_1/V_0) = -280472 J$$

Le travail échangé avec l'environnement est :

$$W_e = \int_{V_0}^{V_1} -P_e dV = -P_e (V_1 - V_0) = -P_1 (V_1 - V_0) = -109627J$$

Le système échange avec l'opérateur $W_f = W_p - W_e = -170845J$

L'équilibre mécanique entre le système et l'extérieur conduit à $P = P_{ext}$ avec :

$$P = \frac{P_0 V_0}{V} ; P_{ext} = P_e + \frac{F(V)}{A} \Rightarrow F(V) = A \left(\frac{P_0 V_0}{V} - P_e \right)$$

Soit : $F(V_0) = A(P_0 - P_e) = 180000N$ et $F(V = 1m^3) = 4361N$

2. Détente isotherme contre une pression extérieure au système uniquement due à l'environnement.

L'équilibre mécanique entre le système et son environnement dans l'état final se traduit par $P_e = P_1 = 10^5 Pa$. En l'absence d'opérateur extérieur $W_f = 0J$. On a donc :

$$W_p = W_e = -P_e (V_1 - V_0) = -109627J$$