Université de Msila
Faculté : M. I
Département des Mathématiques

TD 4_Logique algébrique

Exercice 1

Soit $\left(L,\ I^0,\ (\varphi_\alpha)_{\alpha\in I^0},\ (\psi_\alpha)_{\alpha\in I^1},\ n,\ N\right)$ une algèbre multivalente de Łukasiewicz avec involution

Montrer que les conditions suivantes sont équivalentes pour un élément x de L :

(i) $x \in C(L)$;

(ii) $\exists y \in L, \exists i \in I^0$ tel que $x = \varphi_i(y)$;

(iii) $\exists i \in I^0$ tel que $x = \varphi_i(x)$;

(iv) $\forall i \in I^0, x = \varphi_i(x)$;

(iv) $\forall i, j \in I^0, \varphi_i(x) = \varphi_j(x)$.

Exercice 2

Montrer que toute algèbre de Łukasiewicz multivalente involutive est une algèbre de Kleene, c.-à-dire

$x \wedge Nx \leq y \vee Ny$, $(\forall x, y \in L)$

Exercice 3

Soit $\widetilde{\wp(E)}$ l'ensemble des parties floues d'un ensemble fini $E = \{x, y\}$ avec $J = \left\{0, \frac{1}{2}, 1\right\}$;

1. Donner $\widetilde{\wp(E)}$.
2. Tracer le diagramme de Hasse de $\left(\widetilde{\wp(E)}, \subset\right)$.
3. Montrer que $\left(\widetilde{\wp(E)}, \subset,\ J^0, (N_\alpha)_{\alpha\in J^0},\ (N'_\alpha)_{\alpha\in J^1},\ n,\ C\right)$ une algèbre de Łukasiewicz trivalente involutive.
4. Soit $\left(L,\ I^0,\ (\varphi_\alpha)_{\alpha\in I^0},\ (\psi_\alpha)_{\alpha\in I^1},\ n,\ N\right)$ une algèbre de Łukasiewicz multivalente involutive. Montrer qu'elle peut être plongé dans une algèbre de parties floues.