Université de Msila
Faculté : M. I
Département des Mathématiques

TD4_Logique algébrique
Sous-ensembles flous

Exercice 1

Définition : Soit G un groupe. Un sous-ensemble flou A du groupe G est dit un sous groupe flou de G si :

i. $\mu_A(xy) = min\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$ pour tout $x, y \in G$;

ii. $\mu_A(x^{-1}) = \mu_A(x)$ pour tout $x \in G$.

Définition : Soit G un groupe, e denote l'élément neutre du groupe G. Un sous-ensemble flou A du groupe G est dit un sous groupe flou de G si :

i. $\mu_A(xy^{-1}) \geq min\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$ pour tout $x, y \in G$;

ii. $\mu_A(e) = 1$.

1. Montrer q'un sous-ensemble flou A du groupe G est un sous groupe flou de G ssi : $\mu_A(xy^{-1}) \geq min\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$ pour tout $x, y \in G$.

2. Soit A sous groupe flou du groupe G et x un élément de G alors :

   $\mu_A(xy) = \mu_A(y)$ pour tout $y \in G$ ssi $\mu_A(x) = \mu_A(e)$.

Exercice 2

Soit $(G, .)$ un groupe c'est-à-dire un ensemble muni d'une loi binaire notée par le point, qui est associative, qui possède un élément neutre noté 1, et telle que pour tout x de G, il existe un inverse $x\prime$ vérifiant $x.x\prime = x\prime.x = 1$. Un sous-groupe est une partie de G stable

pour l'inverse et l'opération binaire. Montrer que si A est un sous-ensemble flou de G, on a les équivalences :

$\forall x \in G \mu A(x\prime) \geq \mu A(x)$

$\Leftrightarrow \forall x, y \in G, \mu_A(x.y\prime) \geq min(\mu_A(x), \mu_A(y))$

$\Leftrightarrow \forall \alpha \in [0, 1], A_\alpha$ sous-groupe de G.

On dira alors que A est un groupe flou dans G.