

Université de Msila,
Faculté : M. I
Département des Mathématiques

TD 6 _Logique Algébrique

Exercice 1

Soit X un ensemble non vide et $R : X^2 \rightarrow [0, 1]$ une relation floue.

Montrer que R est une relation d'ordre si et seulement si R_α est une relation d'ordre crisper, $\alpha \in]0, 1]$.

Exercice 2

Une algèbre trivalente de Łukasiewicz

est une algèbre $(L, \wedge, \vee, N, 0, 1, \mu)$ de type $(2, 2, 1, 0, 0, 1)$ telle que

0. $(L, \wedge, \vee, N, 0, 1)$ est une algèbre de De Morgan,

1. $\mu(x \wedge y) = \mu(x) \wedge \mu(y)$,

2. $\mu(x \vee y) = \mu(x) \vee \mu(y)$,

3. $\mu(x) \wedge N\mu(x) = 0$,

4. $\mu(\mu(x)) = \mu(x)$,

5. $\mu(N\mu(x)) = N\mu(x)$,

6. $N\mu Nx \leq \mu(x)$,

7. $\mu(x) = \mu(x) \ \& \ \mu(Nx) = \mu(Nx) \Rightarrow x = y$,

8. $\mu(x) \wedge Nx = x \wedge Nx$,

9. $\mu(x) \vee Nx = 1$,

10. $N\mu Nx \vee (\mu(x) \wedge \mu(Nx)) \vee \mu Nx = 1$,

11. $x \leq \mu x$,

12. $x \wedge Nx \leq x \vee Nx$.

a. Montrer que (0) & (8) & (9) \Rightarrow (11).

b. Montrer que les systèmes d'axiomes suivants sont équivalents :

S0 = $\{(0), \dots, (7)\}$,

S1 = $\{(0), (1), (4), (5), (8), (10), (11)\}$,

S2 = $\{(0), (1), (8), (9)\}$,

S3 = $\{(0), (8), (9), (12)\}$.