جامعة محمد بوضياف بالمسيلة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم التجارية

محاضرات في:

الرياضيات المالية

مطبوعة موجهة لطلبة السنة الثانية جذع مشترك

جميع الشعب

من إعداد:

د/ سامية خرخاش

أستاذة بقسم العلوم التجارية

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
جامعة محمد بوضياف- المسيلة

السنة الجامعية **2016/2015**

المحتويات

مقدمة

تتناول هذه المطبوعة مقياس الرياضيات المالية ،وفقا لبرنامج وزارة التعليم العالي والبحث العلمي ،حيث تطرقنا للمفاهيم والأدوات الرياضية المستخدمة في هذا المقياس ، ولأن العمليات المالية والاستثمارية تستند إلى المنطق الرياضي ازداد دور الرياضيات المالية في شؤون المال و الأعمال ،كما أن السيطرة التامة على الظواهر والمشكلات الاقتصادية ورصد تطورها لن تتم إلا بعد صياغتها رياضيا وبذلك أصبح للرياضيات دور أساسي في الاقتصاد وعالم المال والأعمال ومنها تفرعت علوم مثل الرياضيات المالية، الاقتصاد الرياضي ،الاقتصاد القياسي والاقتصاد الكلي والجزئي...

نتوجه بهذه المطبوعة إلى طلاب السنة الثانية جذع مشترك لجميع الشعب في كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير ،الراغبين في تطوير معارفهم الضرورية في هذا المقياس.

الدكتورة : سامية خرخاش

المحور الأول : الفائدة البسيطة و الخصم

المحور الأول :الفائدة البسيطة و الخصم

تمهيد

في الحياة الاقتصادية يقوم الانتاج على أربعة عوامل هي : الطبيعة والعمل والتنظيم ورأس المال و التكنولوجيا ،فيكون الريع من نصيب الطبيعة والأجر للعمل والربح للتنظيم ،أما رأس المال فتعود عليه الفائدة ،وهي موضوع الذي نعالجه رياضيا في هذا المقياس.

أولا : الفائدة البسيطة

تعريف الفائدة :هي مبلغ يدفعه المقترض للمقرض نظير انتفاعه في خلال مدة معينة .

معدل الفائدة :هو الفائدة المستحقة في كل وحدة زمنية محددة (عموما سنة ،سداسي ،فصل ،شهر) لكل وحدة من مبلغ محددة (عموما 100 دج).

هناك ثلاث عوامل يرتبط بها قيمة الفائدة في تحديدها هي :

1- قيمة المبلغ المقترض.

2- مدة الدين.

3- سعر الفائدة أو المعدل.

القيمة الاسمية : القيمة الاسمية لمبلغ هي القيمة المحددة في تاريخ محدد و هناك ثلاث حالات :

1- الحالة الأولى : الآن

2- الحالة الثانية : الماضي

3- الحالة الثالثة : المستقبل

القيمة الإجمالية : هي القيمة الاسمية مضاف إليها الفائدة لمدة الاستعمال الذي ينطلق من بداية الاستعمال.

القيمة الإجمالية = القيمة الاسمية **+** الفائدة

القيمة الحالية : القيمة الحالية لمبلغ تحددقبل تاريخ الاستحقاق و الفائدة المنقوصة في هذه الحالة يطلق عليها كلمة خصم أو حسم و بالتالي يكون :

القيمة الحالية = القيمة الاسمية - الخصم

حساب الفائدة البسيطة

لإيجاد قيمة الفائدة البسيطة نضرب عوامل الفائدة الثلاث في بعضها ،فإذا رمزنا لـ :

- الفائدة بالرمز **I**
- المبلغ الموظف بالرمز **a**
- مدة التوظيف بالرمز **n**
- معدل الفائدة (السنوي) بالرمز **t %**

ننطلق من المقياس المستعمل من t % مقابل استعمال 100 دج لمدة سنة.

1- عدد الأجزاء مقدر بـ 100دج من **a :** **100/a**

2- فائدة سنوية لاستعمال 100/a : **100 /a t**

3- الفائدة اليومية : **100 /360n t** (360 عدد أيام السنة التجارية)

ومنه يمكن حساب الفائدة كالتالي :

$$I = ant /36000$$

ملاحظات :

- إذا استعملنا معدل فائدة سداسي % t (n معبر عنه بالأيام)

فإن : $I = ant /18000$

- إذا استعملنا معدل فائدة فصلي % t (n معبر عنه بالأيام)

فإن : $I = ant /9000$

- بنفس الطريقة نستطيع الحصول على علاقات أخرى بتغيير المعدل و الوحدة الزمنية التي تحسب بها المدة.
- بالنسبة لعمليات حساب الفائدة نقوم بكل عملية ضرب و القسمة هي الأخيرة.

مثال :

اقترض شخص مبلغ 1460.00 وتعهد بسدادها بعد 120 يوما بمعدل فائدة 3 % سنويا.

المطلوب ايجاد الفائدة المستحقة في نهاية المدة ؟

الحل : $I = ant /36000$

ت .ع فإن :

$$I= \frac{120x3x1460}{36000}$$

$$I= 14.6$$

تبسيط حساب الفائدة : وهو حساب ميداني عن طريق استعمال النمر و القاسم .

نعلم أن : $I = ant /36000$

وبقسمة كل من البسط و المقام على المعدل نجد أن :

$$I= \frac{ant / t}{36000 / t} = \frac{an}{36000 / t}$$

فإذا رمزنا لـ : $N=an$ يسمى النمر ، $D=36000/t$ يسمى القاسم

فإن : $I =N /D$

و منه فإن : **الفائدة** = $\frac{\textbf{النمر}}{\textbf{القاسم}}$ النمر = المبلغ x المدة

جدول رقم (1) : أشهر المعدلات التي لهل قاسم هي :

المعدل	القاسم	المعدل	القاسم
%1	36000	%4.5	8000
%2	18000	%5	7200
%2.5	14400	%6	6000
%3	12000	%8	4500
%4	9000	%9	4000

مثال : المطلوب ايجاد الفائدة لسلفة قدرها 800.00 لمدة 120 يوم بمعدل 3 % سنويا؟

الحل :

$$I = \frac{N}{D} = \frac{\mathbf{800}\ x120}{\mathbf{12000}} = \mathbf{8.00}$$

- نفترض أن المعدل 3.5% فإن :

الفائدة بمعدل 3% هي : I=8.00

الفائدة بمعدل 0.5 % يعني 6/1 السابق ومنه : I= 8 x6/1 = 1.33

ومنه حساب الفائدة بمعدل 3.5% : I= 1.33+8 = 9.33

ملاحظة : لإيجاد الفائدة لعدة مبالغ بمعدل مشترك فإن :

$$\text{فائدة المبالغ} = \frac{\text{مجموع المبالغ}}{\text{القاسم}}$$

ثانيا : الخصم (الحسم)

تمهيد

يستعمل المتعاملون الماليون والتجار وسائل تسديد فورية كالنقود و الشيكات ،بالإضافة إلى ذلك سمح القانون لهؤلاء المتعاملون الدفع بأوراق تجارية (السند والكمبيالة)،لأنها وسيلة دفع سريعة للتجار (شح السيولة النقدية)، وعند تحرير التجار فيما بينهم الأوراق التجارية فإن صاحب الدين ملزم بالدفع إلى صاحب الحق أو المستفيد قيمة الورقة الاسمية المحددة عليها بتاريخ معين يسمى تاريخ الاستحقاق ،لكنه قد يلجأ إلى تحصيل هذه الأوراق قبل ميعاد استحقاقها وهذا ما يسمى بالخصم أو الحسم.

1- تعريف الخصم : الخصم كعملية يعتبر الإجراء الذي يسمح لحامل الورقة التجارية أن يحولها إلى سيولة وذلك قبل تاريخ استحقاقها ، وكمبلغ يعبر عن القيمة التي يقتطعها المصرفي على أساس معدل فائدة معين ،والمدة التي تفصل بين تاريخ الخصم وتاريخ استحقاق الورقة .

- المبلغ المشار إليه في الورقة يأخذ اسم القيمة الاسمية : A
- القيمة التي يحصل عليها الآن يطلق عليها اسم القيمة الحالية : a
- الفائدة التي يحتفظ بها المصرفي يطلق عليها اسم الخصم: E

2- أنواع الخصم : في الواقع هناك نوعين من الخصم : - الخصم التجاري
- الخصم الحقيق (العقلاني)

أ- الخصم التجاري : يعتبر الأكثر استعمالا ،ويحسب على أساس القيمة الاسمية الموجودة على الورقة ومنه فإن الورقة تتميز بالعناصر التالية :

- القيمة الاسمية : A
- القيمة الحالية : a
- معدل الخصم المستعمل : t
- المدة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق : n

– الخصم التجاري : Ec

ومنه يمكن حساب الخصم التجاري :

E_c =ant/36000 وبما أن D=36000/t وهو القاسم فإن :

حسب الطريقة المستعملة في حساب الفائدة البسيطة E_c = A n/ D

مثال : ورقة تجارية قيمتها الاسمية = 34500.00 ،يتم استحقاقها بعد 45 يوم بمعدل يقدربـ 8 % . المطلوب ايجاد قيمة الخصم التجاري ؟

الحل :

A =34500.00 / %t= 8 / D= 4500 /n=45

$$E_c = \frac{A\,n}{D} = \frac{34500 \times 45}{4500}$$

Ec= 345.00

- **القيمة الحالية :** القيمة الحالية هي القيمة المتبقية بعد طرح قيمة الخصم من القيمة الاسمية ويمكن حسابها كالآتي : القيمة الحالية = القيمة الاسمية – قيمة الخصم التجاري

$a = A - E_c$ $E_c = An/D$

$a = A - An/D$

$= A(1-n/D)$

$a = A(D-n)/D \Longrightarrow A= aD/(D-n)$

- رجوعا للمثال السابق يمكن حساب القيمة الحالية :

a=34500(4500-45)/4500 A= 34155x4500/(4500-45)

a= 34155.00 A = 34500.00

ب- الخصم الحقيقي (العقلاني) : يطبق فيه المعدل على القيمة الحالية ،ومنطقيا فإن الخصم الحقيقي يكون أقل قيمة من الخصم التجاري لاختلاف القيمة الاسمية عن القيمة الحالية. ومنه فإن الخصم الحقيقي Er يكون كالآتي :

Er = ant/36000

$Er = an/D \longrightarrow (1)$

$a= A- Er \Longrightarrow A =a + Er \Longrightarrow A= a + an/D \Longrightarrow A = a(D+n)/D$

$A = a(D+n)/D \Longrightarrow a =AD/(D+n) \longrightarrow (2)$

نقوم بتعويض (2) في (1) فنجد :

$Er = [AD/(D+n)]n/D \Longrightarrow Er = An/(D+n)$

- رجوعا للمثال السابق يمكن حساب الخصم الحقيقي :

a =AD/(D+n) = (34500x4500)/(4500+45) = 34158.41

a= A- Er $\Longrightarrow$ **Er =** A-a = 34500 – 34158.41

Er = 341.59

3- المقارنة بين الخصمين :

أ-

$$E_c > E_r \Longrightarrow An/D > An/(D+n)$$

ب- الفرق بين الخصمين :

$$E_c - E_r = An/D - An/(D+n)$$
$$= Ann/D(D+n)$$

$$E_c - E_r = An/D * n/(D+n)$$ ⟵ فرق خصمين هو الخصم الحقيقي للخصم التجاري

$$E_c - E_r = An/(D+n) * n/D$$ ⟵ فرق خصمين هو الخصم التجاري للخصم الحقيقي

ج- نسبة الخصمين :

$$E_c / E_r = [An/D] / [An/(D+n)]$$

$$E_c / E_r = (D+n)/D$$ نلاحظ أن نسبة الخصمين مستقلة عن القيمة الاسمية للورقة المستعملة.

د- فرق مقلوب الخصمين :

$$(1/E_r) - (1/E_c) = 1/[An/(D+n)] - [1/(An/D)]$$
$$= [(D+n)/An] - [D/An]$$

$$(1/E_r) - (1/E_c) = 1/A$$ فرق مقلوب الخصمين مستقل عن المعدل وعن المدة .

مثال تطبيقي : ورقة تجارية خصمت بمعدل 8 % وكانت قيمة الخصم التجاري =1010.00 وقيمة الخصم الحقيقي = 977.4193 .

المطلوب : 1- حساب مدة الخصم ؟

2- حساب القيمة الاسمية لهذه الورقة؟

3- حساب القيمة الحالية للخصمين؟

الحل : 1- حساب مدة الخصم

$$E_c / E_r = (D+n)/D \Longrightarrow n = (E_c \times D / E_r) - D$$
$$n = (1010 \times 4500) / 977.4193 - 4500$$
$$n = 150 \text{ j}$$

2- حساب القيمة الاسمية لهذه الورقة

$$(1/E_r) - (1/E_c) = 1/A \Longleftrightarrow A = (E_r \times E_c) / (E_c - E_r)$$
$$A = (977.4193 \times 1010) / (1010 - 977.4193)$$
$$A = 30300.00$$

3- حساب القيمة الحالية للخصمين

أ- حساب القيمة الحالية للخصم التجاري :

$$a = A - E_c$$
$$a = 30300 - 1010 \Longrightarrow a = 29290.00$$

ب- حساب القيمة الحالية للخصم الحقيقي :

$$a = A - E_r \Longrightarrow a = 30300 - 977.4193 \Longrightarrow a = 29322.5807$$

4- التطبيق الميداني للخصم : عملية الخصم لورقة تجارية في البنك تؤدي إلى الاحتفاظ بفائدة خصم بالإضافة إلى اقتطاع عمولة ونسبة من الورقة كضريبة أو رسم عن العملية ،ومجموع ما يقتطع من الورقة من أعباء يدعى الحمولة الاجمالية أو Agio.

فالآجيو(الحمولة الاجمالية) يعتبر تكلفة لعملية الخصم ،وتتمثل عناصره في الآتي :

- الخصم ويحسب بتطبيق المعدل المطبق لدى البنك.
- مصاريف التظهير وتحسب بنفس طريقة الخصم.
- مصاريف ثابتة. - مصاريف اتصال (حسب الحالات). - الرسم.

الحمولة الاجمالية أو Agio = الخصم+ مصاريف التظهير+ مصاريف ثابتة+ مصاريف اتصال+الرسم.

مثال : ورقة تجارية ذات قيمة اسمية = 2000.00 تستحق بعد 60يوم ، قدمت للخصم بمعدل 6 %سنويا.

طبق عليها مصاريف أخرى منها : - مصاريف التظهير بمعدل 0.5 % سنويا.

- مصاريف ثابتة مقدرة بـ 12.00 - مصاريف اتصال مقدرة بـ 8.00

بالإضافة إلى رسم بنسبة 17 % من مصاريف الثابتة و مصاريف الاتصال.

المطلوب : 1- حساب الآجيو؟ 3- حساب المعدل الحقيقي للخصم؟

2- حساب القيمة الحالية ؟ 4- حساب معدل التكلفة؟

الحل : 1- حساب الآجيو

نعلم أن : **الآجيو Agio** = الخصم + مصاريف التظهير + مصاريف ثابتة + مصاريف اتصال+الرسم.

أ **-** حساب الخصم **:** $E= An/D =(2000x60) /6000 \Longrightarrow E = 20.00$

ب- حساب مصاريف التظهير

مصاريف التظهير = $An/D = =(2000x60) /(36000/0.5) \Longrightarrow$ مصاريف التظهير = **1.67**

ج- حساب الرسم : الرسم = 17 %(مصاريف الثابتة + مصاريف الاتصال)

$= (8+12)100/17 \Longrightarrow$ الرسم = 3.40

ومنه فإن : **الآجيو (Agio)**= 3.40+8+12+1.67+20 $\Longrightarrow$ **الآجيو (Agio)**=45.07

2- حساب القيمة الحالية

$\mathbf{a}= A- Agio = 2000 – 45.07 \Longrightarrow \mathbf{a} = 1954.93$

3- حساب المعدل الحقيقي للخصم

$$\mathbf{E= An/D =Ant/36000 \Longrightarrow t_1 = 36000E/An}$$

$$\mathbf{t_1= 36000x45.07 / 2000x60 \quad t_1 = 13.52}\ \%$$

4- حساب معدل التكلفة

$$\mathbf{Agio}= ant_2/36000 \Longrightarrow \mathbf{t_2} = 36000Agio/an= 36000x45.07/1954.93x60$$

$$\mathbf{t_2 = 13.83}\ \%$$

المحور الثاني : الفائدة المركبة و الدفعات

أولا : الفائدة المركبة

تمهيد

إن استعمالات الفائدة البسيطة لا تكون على المبالغ التي تراكمت عليها فوائدها لفترات سابقة ، وفي حالة تطبيق الفائدة على هذه المبالغ من فترات أو سنوات سابقة نكون قد طبقنا ما يسمى **بالفائدة المركبة.**

فإذا كانت الفائدة البسيطة تطبق في مجالات واستعمالات قصيرة الآجل أي لا تزيد مدتها عن السنة عادة ،فإن الفائدة المركبة تستعمل في المجالات الطويلة والمتوسطة الآجل .

1- تعريف الفائدة المركبة : هي الفائدة البسيطة المضاف إليها المبلغ الأصلي عند توظيفها من جديد خلال الفترات الزمنية المتتالية ،وتحسب الفائدة المركبة على أساس كل 1 دج وعناصرها هي :

- a : المبلغ الأصلي المودع للاستثمار
- t : معدل الفائدة المطبق
- n : الفترات الزمنية أو السنوات (قد تكون سداسي أو فصلي أو شهر...)
- A_n :الجملة المحصل عليها في نهاية n من الزمن.
- i : الفائدة المحصل عليها.

لدينا : $i = atn$

$n = 1 \longrightarrow \mathbf{i_1 = at}$

$n = 2 \longrightarrow i_2 = (a + i_1)\, t$

$= (a+at)t$

$i_2 = a\,(1+t)\,t$

$i_3 = a\,(1+t)^2\,t$

ومنه بصفة عامة نجد : $\mathbf{i_n = a\,(1+t)^{n-1}\,t}$

- أما الجملة المحصل عليها في السنة الأولى :

$$A_1 = a + i_1$$
$$= a + at$$
$$\mathbf{A_1 = a(1+t)}$$

- أما الجملة المحصل عليها في السنة الثانية :

$$A_2 = A_1 + i_2$$
$$= a(1+t) + a\,(1+t)\,t$$
$$A_2 = a(1+t)^2$$
$$A_3 = a(1+t)^3$$

ومنه بصفة عامة نجد : $\mathbf{A_n = a(1+t)^n}$

جدول رقم (2) : يوضح جملة المبالغ المتراكمة

السنوات	الراس المال في بداية الفترة	فائدة الفترة	القيمة (الجملة) المحصل عليها في نهاية الفترة
1	a	$i_1 = at$	$\mathbf{A_1=a(1+t)}$
2	$a(1+t)$	$i_2 = a(1+t)t$	$A_2 = a(1+t)^2$
3	$a(1+t)^2$	$i_3 = a(1+t)^2 t$	$A_3 = a(1+t)^3$
.	.	.	.
.	.	.	.
n	$\mathbf{a(1+t)^{n-1}}$	$\mathbf{i_n = a(1+t)^{n-1} t}$	$\mathbf{A_n = a(1+t)^n}$

في نهاية الدورة n القيمة الاجمالية : $An = a(1+t)^n$

مثال تطبيقي : أودع مبلغ قدره 72800.00 لدى بنك لمدة 9 سنوات بمعدل فائدة مركبة 9.5 **%** سنويا.

المطلوب : 1- حساب فائدة السنة الأولى ؟

2- حساب فائدة السنة الرابعة ؟

3- حساب فائدة السنة السادسة ؟

4- حساب الجملة المكتسبة عند نهاية السنة السادسة؟

الحل : 1- حساب فائدة السنة الأولى $i_1 = at$

$$i_1 = 72800 \times 0.095 = 6916.00$$

2- حساب فائدة السنة الرابعة $i_4 = a(1+t)^3 t$

$$i_4 = 72800(1+0.095)^3 \times 0.095 = 9080.23$$

2- حساب فائدة السنة السادسة $i_6 = a(1+t)^5 t$

$$i_6 = 72800(1+0.095)^5 \times 0.095 = 10887.43$$

4- حساب الجملة المكتسبة عند نهاية السنة السادسة $A_6 = a(1+t)^6$

$$A_6 = 72800(1+0.095)^6 = 125492.00$$

ملاحظة : 1- نظرا لصعوبة حساب $\mathbf{(1+t)^n}$ فقد أعد جدول مالي لمختلف النسب المستعملة ولعدد n من الفترات قد تصل 50 سنة.

2-هذا القانون ينطبق على أساس أن n عدد صحيحا ،لكن واقع المعاملات البنكية قد تكون n غير صحيح .

2- حساب الجملة المكتسبة في n غير صحيح :

أ-**الطريقة العقلانية** : الحل العقلاني تطبق الفائدة المركبة على الجزء الصحيح ثم الجملة المكتسبة من خلالها تطبق عليها الفائدة البسيطة

نضع: $n = k + p/q$

إن جملة الجزء الصحيح هي : $A_k = a(1+t)^k$

الجملة المكتسبة من الجزء الصحيح توظف بفائدة بسيطة ومن :

$$i = A_k \times t(p/q) = a(1+t)^k \times t(p/q)$$

$$A_n = A_k + A_k \times t(p/q)$$

$$= a(1+t)^k + a(1+t)^k \times t(p/q)$$

$$\mathbf{A_n = a(1+t)^k [\,1 + t(p/q)\,]}$$

حيث : - فائدة سداسية $q=2$

- فائدة فصلية $q=4$
- فائدة شهرية $q=12$
- فائدة أسبوعية $q=52$

مثال : المطلوب حساب جملة مبلغ قيمته 1000000.00 مستثمرة لمدة 6 سنوات و 5 أشهر ،بمعدل فائدة مركبة سنوية 6 % باستخدام الحل العقلاني ؟

الحل : $k=6 \quad p=5 \quad q=12 \quad a=1000000.00 \quad t=6\%$

$n = k+p/q = 6+5/12$

$$\mathbf{A_{k+p/q} = a\,(1+t)^{k}\,[\,1+t(p/q)\,] = 1000000(1+0.06)^{6}\,[\,1+0.06(5/12)\,]}$$

$$\mathbf{A_n = 145398.209}$$

ب- الطريقة التجارية : لحساب الجملة المكتسبة حسب الطريقة التجارية نستعمل العلاقة الآتية :

نضع: $n = k+p/q$

$$\mathbf{A_n = A_{k+p/q} = a\,(1+t)^{k+p/q}}$$

مثال : المطلوب حساب الجملة المكتسبة لرأس مال يبلغ 100000.00 ،وظف لمدة 8 سنوات و 5 أشهر وبمعدل سنوي 6 % باستخدام الطريقة التجارية؟

الحل : $k=8 \quad p=5 \quad q=12 \quad a=100000.00 \quad t=6\%$

$n = k+p/q = 8+5/12$

$$\mathbf{A_n = A_{8+5/12} = a\,(1+t)^{k+p/q} = 100000(1+0.06)^{8+5/12}}$$

لحساب $\mathbf{(1.06)}^{8+5/12}$ إما اللجوء للجداول المالية أو باستخدام اللوغاريتمات

أ- باستخدام اللوغاريتم العشري

$$\text{Log}\,\mathbf{A_n} = \text{Log}100000\mathbf{(1.06)}^{8+5/12} = \text{Log}100000 + \text{Log}\mathbf{(1.06)}^{8+5/12}$$
$$= \mathbf{5} + \mathbf{(}(8+5)/12)\,\text{Log}1.06$$
$$= 5 + 8.41666 + 0.0253059$$
$$\text{Log}\,\mathbf{A_n} = 5.2129887 \iff \mathbf{A_n} = 163300.00$$

علما أن : $\mathbf{\text{Log}\,A = X \iff A = 10^{X}}$

ب- باستخدام الجداول المالية

$$(1.06)^{8} = 1.593848 \quad , \quad (1.06)^{5/12} = 1.02458$$
$$\mathbf{A_n} = 100000 \times 1.593848 \times 1.02458 \Longrightarrow \mathbf{A_n = 163302.4784}$$

3- علاقات عناصر الفائدة المركبة

أ- القيمة الحالية :

لدينا : $A_n = a(1+t)^n \Longrightarrow a = A_n / (1+t)^n = A_n\,(1+t)^{-n}$

يمكن حساب القيمة $(1+t)^{-n}$ باستخدام الجدول المالي رقم (2) .

ب- الفائدة المحصل عليها في مدة

لدينا : $A_n = a(1+t)^n \quad , \quad i = A_n - a$

$i = a(1+t)^n - a \Longrightarrow i = a[(1+t)^n - 1\,]$

ج- معدل الفائدة

لدينا : $A_n = a(1+t)^n \Longrightarrow A_n / a = (1+t)^n$

$$1+t = \sqrt[n]{\mathbf{An / a}} \Longrightarrow t = (A_n / a)^{1/n} - 1$$

د- مدة الجملة

لدينا : $A_n = a(1+t)^n \Longrightarrow A_n / a = (1+t)^n$

لحساب المدة يتم استعمال الجداول المالية (1) أو (2) أو استعمال اللوغاريتمات.

د-1- استخدام الجدول المالي رقم (1):

استعمال الجدول المالي رقم (1) تحسب القيمة $(1+t)^n$ وبمعلومية t نصل إلى تحديد n بالنظر في الجدول فيعمود المدة المتقاطع مع قيمة القوس عند المعدل t بحيث :

$A_n / a = (1+t)^n$

د-2- استخدام الجدول المالي رقم (2): من علاقة القيمة الحالية تحسب قيمة القوس $(1+t)^{-n}$ وبنفس الطريقة نصل إلى n . بحيث : $a / A_n = (1+t)^{-n}$

د-3- استخدام اللوغاريتم :

لدينا : $A_n = a(1+t)^n \Longrightarrow A_n / a = (1+t)^n \Leftrightarrow \text{Log } A_n / a = \text{Log } (1+t)^n$

$\Leftrightarrow \text{Log}(A_n / a) = n \text{ Log}(1+t)$

$n = (\text{Log}(A_n / a)) / \text{Log}(1+t)$

مثال تطبيقي : مبلغ 430000.00 أودع لدى بنك لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة 5**%** لكل سداسي .

المطلوب : 1- حساب الجملة المحققة في نهاية المدة ؟

2- حساب الفوائد المحصل عليها في هذه المدة؟

3- إذا أودع نفس المبلغ بنفس المعدل بفائدة بسيطة ،أحسب مجموع الفوائد المحصلة و الفرق في الفائدة بين الطريقتين البسيطة والمركبة؟

4- جملة المبلغ المودع بالفائدة المركبة بعد هذه المدة تم اقراضه ليسترجع بعد 3 سنوات بـ 736026.523. احسب معدل الفائدة السنوية المطبق على الجملة؟

5- إذا أودعت نفس الجملة السابقة لنحصل على 843675.00 بمعدل فائدة مركبة 10% ،احسب مدة الايداع؟

الحل : 1- حساب الجملة المحققة في نهاية مدة 3 سنوات

هنا الفائدة تحسب لكل سداسي بنسبة 5% أي 6 مرات في هذه الفترة.

$A_n = 430000(1+0.05)^6 = 576241.1255 \qquad n = 6$

2- حساب الفوائد المحصل عليها في هذه المدة

$i = \mathbf{A_n - a} = 576241.1255 – 430000 = 146241.1255$

أو بطريقة أخرى : $i = a[(1+t)^n - 1]] = 430000 [(1+0.05)^6 - 1] = 146241.1255$

3- حساب الفائدة البسيطة $i = atn = 430000 \times 0.05 \times 6 = 129000.00$

ويكون الفرق بين الفائدة البسيطة و المركبة :

$i_c - i_s = 146241.1255 - 129000.00 = 17241.1255$

4- حساب معدل الفائدة المطبق على الجملة بعد 3 سنوات

$$t = \sqrt[n]{\mathbf{An / a}} - 1 = \sqrt[3]{\mathbf{736026.523 / 576241.1255}} - 1 = 1.085 – 1 = 0.085$$

$$\mathbf{t = 8.5\ \%}$$

أو باستعمال الجدول المالي رقم(1) : عند $n = 3$ و $\mathbf{An / a} = 1.277289$ نجد $\mathbf{t = 8.5\ \%}$

5- حساب مدة الايداع بمعدل 10 % للحصول على 843675.00

نطبق علاقة المدة : $(1+t)^n = A_n / a$

$(1+0.1)^n = 843675 / \mathbf{576241.1255} = 1.4641$

$n = (\text{ Log}1.4641) / \text{Log}1.1 \Longrightarrow n =$ 4 سنوات

4- حالة عدم وجود عناصر الفائدة في الجداول المالية

حالة عدم وجود عناصر الفائدة في الجداول المالية وهي الحالة التي لا يمكن ايجاد قيمة n أو t في هذه الجداول فنلجأ إلى الحصر و من ثم استخدام الطريقة الثلاثية أو طريقة الأجزاء المتناسبة.

مثال تطبيقي₁ : مبلغ 16000.00 أودع في بنك لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة معين فكانت الجملة المحصلة بعد هذه المدة هي: 32264.7 .

المطلوب تحديد معدل الفائدة المطبق على هذه العملية باستعمال الجدول المالي رقم (1)؟

الحل : $A_n = a(1+t)^n \Longrightarrow (1+t)^n = A_n / a$

$(1+t)^n = 32264.7 / 16000 = \mathbf{2.0165}$

نلاحظ أن القيمة "2.0165" توجد بين 12.25 و 12.5 ولتحديد قيمة معدل الفائدة المطبق بالضبط نقوم بعملية التناسب.

t=12.5 , $(1+t)^6 = 2.0272$ / **t=t** , $(1+t)^6 = 2.0165$
t=12.25 , $(1+t)^6 = 2.0004$ / **t=12.25** , $(1+t)^6 = 2.0004$
بالطرح نجد : **t=0.25** , $(1+t)^6 = 0.0268$ / **t - 12.25** , $(1+t)^6 = 0.0161$

$0.25 \longrightarrow 0.0268$
$t - 12.25 \longrightarrow 0.0161$ / $t - 12.25 = (0.25 \times 0.0161)/ 0.0268= 0.1501$
$t = 12.25 + 0.1501= 12.4$ **%**

مثال تطبيقي₂ : مبلغ 46000.00 أودع في بنك بمعدل فائدة 8 % سنويا ،فأنتج جملة **=** 62790.00 المطلوب ايجاد مدة الايداع ؟

الحل : $A_n = a(1+t)^n \Longrightarrow (1+t)^n = A_n / a$

$(1+t)^n = (1+0.08)^n = 62790.00/ 46000 = \mathbf{1.365} \Longrightarrow (1.08)^n = \mathbf{1.365}$

نلاحظ أن القيمة **"1.365"** تقع بين 4 سنوات و 5 سنوات ولتحديد مدة الايداع بالضبط نقوم بعملية التناسب.

$n = 5$, $(1.08)^5 = \mathbf{1.469328}$ / **n =n** , $(1.08)^n = \mathbf{1.365}$
$n = 4$, $(1.08)^4 = \mathbf{1.360489}$ / **n =4** , $(1.08)^n = \mathbf{1.360489}$
بالطرح نجد : n=1= 360j , $(1.08)^n = \mathbf{0.108839}$ / **xj** , $(1.08)^n = \mathbf{0.004511}$

$360 \longrightarrow \mathbf{0.108839}$
$\mathbf{Xj} \longrightarrow \mathbf{0.004511}$ / $\mathbf{Xj = (360 \times 0.004511)/ 0.108839 = 15\ j}$

ومنه مدة الايداع 4 سنوات و 15 يوم.

- **حساب القيمة الحالية لمدة غير واردة في الجداول المالية**

مثال : المطلوب حساب القيمة الحالية لورقة تجارية وظفت بمعدل 6 % و لمدة 8 سنوات و 4 أشهر مع العلم أن القيمة الاسمية للورقة = 24000.00 ؟

الحل : **A=** 24000.00 **, t=** 6% , n = 8 سنوات و 4 أشهر

نلاحظ أن n محصورة بين 8 سنوات و 9 سنوات

$a = A (1+t)^{-n} = 24000(1+0.06)^{-n}$
$n=8+4/12$ $a = 24000(1.06)^{-(8+4/12)} = 24000(1.06)^{-8-4/12)}$

$n = 8$, $(1.06)^{-8} = \mathbf{0.627412}$ / **n =n** , $(1.08)^n = \mathbf{1.365}$
$n = 9$, $(1.06)^{-9} = \mathbf{0.591898}$ / **n =4** , $(1.08)^n = \mathbf{1.360489}$
بالطرح نجد : n=12m , $(1.08)^n = \mathbf{0.035514}$ / **xj** , $(1.08)^n = \mathbf{0.004511}$

$12m \longrightarrow \mathbf{0.035514}$
$\mathbf{4m} \longrightarrow \mathbf{x}$ / $\mathbf{X} = (4 \times 0.035514) / 12 = \mathbf{0.011838}$

$(1.06)^{-8-4/12} = (1.06)^{-8} - (1.06)^{-4/12)} = \mathbf{0.627412 - 0.011838 = 0.615574}$

$a= 24000(1.06)^{-8-4/12)} = 24000 \times 0.615574 \Longrightarrow \mathbf{a = 14773.776}$

- **حساب القيمة الحالية لمعدل غير موجود في الجداول المالية**

مثال : المطلوب حساب القيمة الحالية لورقة تجارية قيمتها الاسمية 58000.00 تستحق الدفع بعد 10 سنوات و بمعدل حسم 5.8 **%** ؟

الحل : **A=**58 000.00 **, t=** 5.8 % , n = 10 سنوات

نلاحظ أن t محصور بين 5.75 % و 6 %

$a = A (1+t)^{-n} = 58000(1+t)^{-10}$

t=5.75 , $(1.0575)^{-10} = 0.571736$ / **t=5.8**
t=6 , $(1.06)^{-10} = 0.558395$ / **t=5.75** ,
بالطرح نجد : **t=0.25** , $(1+t)^{-10} = 0.013341$ / **t= 0.05** , $(1+t)^{-10} = x$

$0.25 \longrightarrow 0.013341$

$0.05 \longrightarrow x \quad / \quad x = (0.05 \times 0.013341)/ 0.25= 0.002668$

$(1.058)^{-10} = (1.0575)^{-10} - 0.002668 = 0.571736 - 0.002668 =0.569068$

$a = 58000(1.058)^{-10} = 58000 \times 0.569068 \Longrightarrow a= 33005.944$

ثانيا : الدفعات

تمهيد

يلجأ المتعاملون الاقتصاديون في معاملاتهم التجارية والمالية على أساليب وتقنيات رشيدة بحثا عن أنجع الطرق وأمثلها.فالمقترض يحاول تسديد ديونه بطريقة تساعده على الوفاء بالالتزامات اتجاه الغير ،فهو يحاول مثلا : دفع مستحقات الغير بواسطة دفعات (أقساط)من فترة لأخرى.

1- تعريف الدفعات : الدفعات هي مبالغ مالية قد تكون متساوية أو غير متساوية ،تدفع على فترات زمنية قد تكون سنوية أو سداسية أو شهرية وغيرها . والفاصل الزمني بين سداد دفعتين هو المدة التي قد تكون ثابتة أو متغيرة.

إن أهم عناصر الدفعات ما يلي :

- قيمة الدفعات المقدمة : a
- الفترة الفاصلة بين دفعة وأخرى : n
- معدل فائدة متساوي : t
- عدد الدفعات
- تحديد تاريخ أول دفعة وتاريخ آخر دفعة (كما يمكن أن يكون غير ضروري)

2- أنواع الدفعات

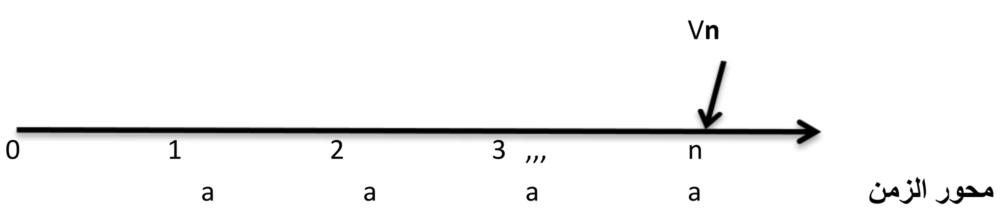
ونميز نوعين :

أ- دفعات نهاية المدة : تقدم بنهاية كل فترة وتسمى بدفعات السداد ،وهي لتغطية التزام سابق أو لتسديد دين.

ب- دفعات بداية المدة : تسمى بدفعات التوظيف فهي تقدم في بداية الفترة وتهدف إلى تكوين رأس المال وتدفع بمجرد ابرام العقد.

أ - دفعات نهاية المدة (العادية)

- **جملة الدفعات العادية :** وهي ما تجمع للشخص المودع أو المسدد في نهاية عدد من الفترات n وبالتالي فقد قدم n دفعة متساوية ،ومنه فإن جملة الدفعات تساوي مجموع جمل هذه الدفعات في نهاية المدة ،والمدة هي آخر السنة.



جدول رقم (3) : يوضح جمل الدفعات منفصلة بتاريخ n

الدفعات أو الفترات	مدة الايداع	الجملة عند النقطة n
الأولى	(n-1) فترة	$a(1+t)^{n-1}$
الثانية	(n-2) فترة	$a(1+t)^{n-2}$
الثالثة	(n-3) فترة	$a(1+t)^{n-3}$
.		
n-1.	فترة واحدة	$a(1+t)^{1}$
n	فترة 0	$a(1+t)^{0}= a$

وجملة الدفعات كاملة Vn ابتداء من آخر دفعة هي :

$$V_n = a + a(1+t) + a(1+t)^2 + \dots + a(1+t)^{n-1}$$

نلاحظ أن عناصر هذه الجملة تكون متتالية هندسية متزايدة ،حدها الأول a وأساسها $(1+t)$ وعدد حدودها n.

- مجموع متتالية هندسية S (أساسها r وعدد حدودها n وحدها الأول a) تكون :

$$S = a(r^n - 1) / (r-1)$$

ومنه فإن :

$$V_n = a[(1+t)^n - 1]/ (1+t-1) = a[(1+t)^n - 1]/t$$

لحساب الجملة V_n نستعين بالجدول رقم(3) الذي يعطي القيمة: $[(1+t)^n - 1]/ t$

مثال : المطلوب حساب جملة 7 دفعات سداد قيمة كل منها 2500.00 وبمعدل فائدة مركبة 10%؟

الحل :

$$V_n = a[(1+t)^n - 1]/t$$

$$V_n = 2500[(1+0.1)^7 - 1]/0.1 =2500[(1.1)^7 - 1]/0.1$$

$$V_n = 2500 \times 9.487171$$

$$V_n = 23717.92$$

- **تحديد عناصر جملة الدفعات لنهاية المدة :**

- تحديد قيمة الدفعة الثابتة : لدينا

$$V_n = a[(1+t)^n - 1]/t \Longrightarrow a = V_n \times t / [(1+t)^n - 1]$$

- لحساب الدفعة نستعين بالجدول رقم(5) وذلك عن طريق الخطوات التالية :

نعلم أن المقدار : $t / [(1+t)^n - 1]$ لا يوجد في الجداول المالية بينما المقدار : $t / [1- (1+t)^{-n}]$ يوجد في الجدول المالي رقم(5) ، وعند القيام بالفرق بين المقدارين نجد أن :

$$t / [1- (1+t)^{-n}] - t / [(1+t)^n - 1] = \mathbf{t}$$

ومنه لإيجاد المقدار $t / [(1+t)^n - 1]$ نقوم بإيجاد المقدار $t / [1- (1+t)^{-n}]$ من الجدول المالي رقم(5) ونطرح منه t، فنحصل على المقدار الأول المطلوب.

- تحديد معدل الفائدة : من الجملة نقوم بحساب قيمة المقدار التالي :

$$V_n = a[(1+t)^n - 1]/t \Longleftrightarrow [(1+t)^n - 1]/t = V_n / a$$

من الجدول رقم (3)،نجد t المقابل لها بمعلومية n.

- تحديد مدة أو عدد الدفعات n : من الجملة نقوم بحساب قيمة المقدار التالي :

$$V_n = a[(1+t)^n - 1]/t \Longleftrightarrow [(1+t)^n - 1]/t = V_n / a$$

من الجدول رقم (3)،نجد n المقابل لها بمعلومية t .

مثال :

حتى يستطيع شخص تسديد دين جملته 2936060.00 بدفعات نهاية كل سنة قيمتها 200000.00 لكل منها ، فكم يلزمه من سنة ،إذا كان معدل الفائدة المستعمل هو 2 % ؟

الحل : لدينا

$$[(1+t)^n - 1]/t = V_n / a$$
$$[(1+0.02)^n - 1]/0.02 = 2936060 / 200000$$
$$[(1.02)^n - 1]/0.02 = 14.6803$$

بالبحث في الجدول المالي رقم(3) عند t=2 % نجد أنn تساوي 13 سنة،أي يدفع هذا الشخص 13 دفعة متساوية قيمة كل منها 200000.00 .

- **القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة :**

يمكن حساب القيمة الحالية التي يرمز لها بالرمز : V_0، وذلك عن طريق حساب القيمة الحالية لجملة الدفعات بحيث مدة الدفعة تحدد من تاريخ تقديمها إلى النقطة 0 ،حسب الجدول التالي :

جدول رقم (4) : يوضح القيمة الحالية

الدفعات أو الفترات	مدة الدفعات	القيمة الحالية عند النقطة 0
الأولى	فترة واحدة	$a(1+t)^{-1}$
الثانية	فترتين	$a(1+t)^{-2}$
الثالثة	ثلاث فترات	$a(1+t)^{-3}$
.	.	.
n-1	فترة (n-1)	$a(1+t)^{-(n-1)}$
n	فترة n	$a(1+t)^{-n}$

من الجدول نلاحظ أن هذه القيم ابتداء من آخرها تكون متتالية هندسية متزايدة ،حدها الأول $a(1+t)^{-n}$ وأساسها $(1+t)$ وعدد حدودها n.

- مجموع متتالية هندسية S (أساسها r وعدد حدودها n وحدها الأول a) تكون :

$$S = a(r^n - 1) / (r-1)$$
$$V_0 = a(1+t)^{-n} [(1+t)^n - 1] / [(1+t)-1]$$

ومنه القيمة الحالية : $\mathbf{V_0 = a [1-(1+t)^{-n}] / t}$

لحساب القيمة الحالية V_0 نستعين بالجدول المالي رقم(4) الذي يعطي القيمة: $[1-(1+t)^{-n}]/ t$

- بالنسبة في حالة عدم وجود المعدل بالضبط في الجدول ،نلجأ إلى طريقة الأجزاء المتناسبة .

- **تحديد عناصر القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة :**

- تحديد قيمة الدفعة الثابتة : $V_0 = a [1-(1+t)^{-n}] / t$

ومنه : $a = V_0 \times t/ [1-(1+t)^{-n}]$

يمكن حساب المقدار $t/ [1-(1+t)^{-n}]$ من الجدول المالي رقم (5)

- تحديد معدل الفائدة :

$$V_0 = a [1-(1+t)^{-n}] / t \iff \mathbf{[1-(1+t)^{-n}] / t = V_0 /a}$$

يمكن ايجاد t بحساب القيمة V_0 /a وبمعلومية n المقابلة لهذه القيمة في الجدول المالي رقم (4).

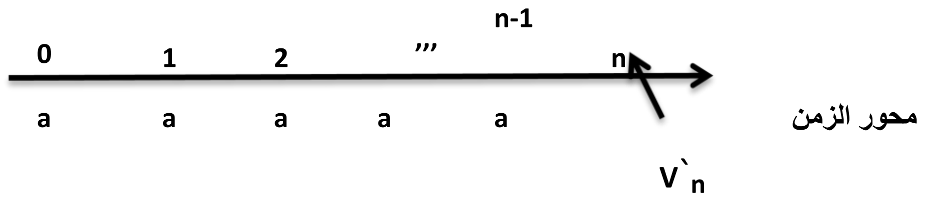
- تحديد عدد الدفعات n :

$$V_0 = a [1-(1+t)^{-n}] / t \iff \mathbf{[1-(1+t)^{-n}] / t = V_0 /a}$$

وبمعلومية t نبحث في الجدول المالي رقم (4) عن n المقابلة لقيمة المقدار: $\mathbf{[1-(1+t)^{-n}]} /t$

في حالة عدو وجود n بالضبط في الجدول ،نلجأ إلى طريقة الأجزاء المتناسبة.

ب- دفعات بداية المدة :



جدول رقم (5) : يوضح جمل الدفعات منفصلة بتاريخ n

الدفعات أو الفترات	مدة الايداع	الجمل عند النقطة n
الأولى	n فترة	$a(1+t)^{n}$
الثانية	(n-1) فترة	$a(1+t)^{n-1}$
الثالثة	(n-2) فترة	$a(1+t)^{n-2}$
.	.	.
n-1.	فترتين	$a(1+t)\ 2$
n	فترة واحدة	$a(1+t)$

جملة الدفعات لبداية الفترة $v`_n$ ابتداء من آخر دفعة هي مجموع الدفعات في الجدول وبداية من آخر جملة وهي عبارة متتالية هندسية متزايدة ،حدها الأول $a(1+t)$ وأساسها $(1+t)$ عدد حدودها n.

$$v`_n = a(1+t) + a(1+t)^2 + \dots + a(1+t)^n$$

- مجموع متتالية هندسية S (أساسها r وعدد حدودها n وحدها الأول a) تكون :

$$S = a(r^n - 1) / (r-1)$$

$$v`_n = a(1+t)\,[(1+t)^n - 1] / [(1+t)-1] \Longleftrightarrow \mathbf{v`_n = a(1+t)\,[(1+t)^n - 1] / t}$$

لحساب $V`_n$ نستعين بالجدول المالي رقم(3)

لدينا جملة دفعات نهاية المدة : $V_n = a[(1+t)^n - 1]/t$

$$\mathbf{v`_n = (1+t)\,V_n}$$

$$v`_n = (1+t)\,V_n = (1+t)\,a[(1+t)^n - 1]/t = a[(1+t)^{n+1} - 1 - t]/t$$

$$\mathbf{v`_n = a[((1+t)^{n+1} - 1)/t - 1]}$$

مثال : شخص يودع دفعات ثابتة سنوية (لبداية السنة) قيمة كل منها 12500.00 بمعدل فائدة 12 % سنويا ولمدة 9 سنوات . المطلوب حساب ما تجمع لهذا الشخص في نهاية هذه المدة؟

الحل :

$$v`_n = a(1+t)\,[(1+t)^n - 1] / t$$

$$v`_n = 12500(1+0.12)\,[(1+0.12)^9 - 1] / 0.12$$

$$v`_n = 12500(1.12)(14.775656)$$

$$\mathbf{v`_n = 206859.184}$$

أو باستعمال الصيغة الثانية : $v`_n = a[((1+t)^{n+1} - 1)/0.12 - 1]$

من الجدول المالي رقم(3) نجد : $v`_n = 12500[((1.12)^{9+1} - 1)/0.12 - 1]$

$$v`_n = 12500(17.548735 - 1) \Longrightarrow v`_n = 206859.1875$$

- **تحديد عناصر جملة دفعات لبداية المدة :**

- تحديد قيمة الدفعة الثابتة : $v`_n = a[((1+t)^{n+1} - 1)/t - 1]$

ومنه : $a = v`_n / [((1+t)^{n+1} - 1)/t - 1]$

- تحديد معدل الفائدة : $v`_n = a[((1+t)^{n+1} - 1)/t - 1]$

ومنه : $1 + V`_n / a = [(1+t)^{n+1} - 1] / t$

من الجدول المالي رقم (3) نجد t المقابلة لقيمة المقدار: $[(1+t)^n - 1] / t$ بمعلومية n

وفي حالة عدم وجود القيمة الجدولية بالضبط في الجدول ،نلجأ إلى طريقة الأجزاء المتناسبة.

- تحديد عدد الدفعات : $v`_n = a[((1+t)^{n+1} - 1)/t - 1]$

ومنه : $1 + V`_n / a = [(1+t)^{n+1} - 1] / t$

لإيجاد القيمة الكسرية نستعين بالجدول رقم(3).

- **القيمة الحالية لدفعات بداية المدة :**

القيمة الحالية لدفعات بداية المدة التي يرمز لها بالرمز : $V`_0$،هي مجموع الجمل وهي متتالية هندسية متزايدة ،حدها الأول $a(1+t)^{-(n-1)}$ وأساسها $(1+t)$ وعدد حدودها n.

فيكون مجموعها :

$$V`_0 = a(1+t)^{-(n-1)} [(1+t)^n - 1] / t$$

ومنه القيمة الحالية :

$$V`_0 = a [1 + (1 - (1+t)^{-(n-1)}) / t]$$

كما يلاحظ أن : $V`_0 = V_0 (1+t)$

$$V`_0 = a [1 + (1 - (1+t)^{-(n-1)}) / t]$$

مثال : من أجل تكوين رأسمال بعد 8 سنوات ،يودع زبون في بداية كل سنة لدى بنك مبلغ 13500.00 ،بمعدل فائدة 11.5 %.المطلوب : حساب القيمة الحالية للدفعات؟

الحل :

$$V`_0 = a [1 + (1 - (1+t)^{-(n-1)}) / t]$$

$$V`_0 = 13500 [1 + (1 - (1+0.115)^{-(8-1)}) / 0.115]$$

$$V`_0 = 13500 [1 + 4.637035]$$

$$V`_0 = 76099.9725$$

- **تحديد عناصر القيمة الحالية لدفعات بداية المدة :**

- تحديد قيمة الدفعة الثابتة :

$$V`_0 = a(1+t)[1 - (1+t)^{-n}] / t$$

ومنه :

$$a = V`_0 \, t / [(1 - (1+t)^{-n})(1+t)]$$

يمكن ايجاد قيمة الكسر $t / [1 - (1+t)^{-n}]$ من الجدول المالي رقم(5).

- تحديد معدل الفائدة :

$$V`_0 = a [1 + (1 - (1+t)^{-(n-1)}) / t]$$

$$V`_0 / a - 1 = [1 - (1+t)^{-(n-1)}] / t$$

لإيجاد القيمة الكسرية نستعين بالجدول المالي رقم(4).

- تحديد عدد الدفعات :

$$V`_0 = a\,[\,1+ (1- (1+t)^{-(n-1)})/t\,]$$
$$V`_0/a - 1 = [1- (1+t)^{-(n-1)}]/t$$

لإيجاد القيمة الكسرية نستعين بالجدول المالي رقم(4).

ملاحظات هامة عن الدفعات

- عند عدم ذكر نوع الدفعات في أي موضوع ،نستعمل الدفعات العادية أي نهاية المدة.
- يمكن تحديد تاريخ الاستحقاق المتوسط لمجموع الدفعات وهو التاريخ الذي تتحقق فيه المساواة بين قيمة مجموع الدفعات فيه و مجموع الدفعات الحقيقيةأي تحقق العلاقة :

$$n.a = V_0(1+t)^{n`}$$ n` : مدة الاستحقاق المتوسط

$$n.a = a[(1- (1+t)^{-n})/t\,]\,(1+t)^{n`}$$

$$\mathbf{(1+t)^{n`} = n.\,t/[1- (1+t)^{-n}]}$$

من الجدول رقم (5) تحدد قيمة $\mathbf{t/[1- (1+t)^{-n}]}$ وتحدد مدة الاستحقاق المتوسطة بين نقطة الصفر إلى n` .

المحور الثالث : تكافؤ المعدلات و رؤوس الاموال

أولا :تناسب و تكافؤ المعدلات

1- المعدلات المتناسبة : نقول عن المعدلين أنهما متناسبين عند مدد مختلفة عندما تكون نسبتهما مساوية لنسبة مدتيهما الاستثمارية التالية : إذا كان n_2, n_1, t_2, t_1 متغيرات تمثل المعدلات و الفترات المتتالية وتحقق العلاقة : $t_1/t_2 = n_2/n_1$ نقول أن المعدلين t_2, t_1 متناسبين.

ملاحظة : إن المعدلات المتناسبة لا تؤدي إلى نفس الجملة المكتسبة .

مثال : ما هو المعدل المتناسب t_2 للمعدل t_1 السنوي الذي = 6 % بفائدة مركبة .أي ما هو المعدل السداسي المتناسب للمعدل السنوي 6 % ؟

الحل : $t_1 = 6\,\%$, $n_1 = 1a$, $n_2 = 2s$

$$t_1/t_2 = n_2/n_1 = 6/t_2 = 2/1 \iff t_2 = 6/2 = 3\,\%$$

مثال تطبيقي : مبلغ 60000.00 أودع في أحد البنوك لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة 12 %.
هل الجملة المكتسبة مساوية للمعدل الثلاثي المتناسب معه؟

الحل :

$$An = a + i_a \longrightarrow \quad i_a = An - a$$
$$i_a = a(1+t)^n - a = \mathbf{a[(1+t)^n - 1]}$$
$$i_a = 60000[(1+0.12)^4 - 1] = \mathbf{34411.16}$$
$$i_m = \mathbf{a[(1+t)^{4n} - 1] = 60000}[(1+0.03)^{16} - 1] = \mathbf{36282.386}$$

نلاحظ أن الفائدتين غير متساويتين وبالتالي فإن الجملتين تكون غير متساويتين.

2- المعدلات المتكافئة :وهي المعدلات التي تؤدي إلى نفس الجملة لنفس المدة ،فالمعدل السنوي المكافئ لمعدل ثلاثي معين يعطي نفس الجملة لمدة سنة مثلا.

فإذا كان المبلغ a مستثمر لمدة سنة بمعدل سنوي t يصبح في نهاية السنة: $An= a(1+t)$
وهذا المبلغ a يستثمر لنفس المدة بمعدل جزئي tp بحيث يطبق p مرة في السنة فتكون الجملة :

$$\grave{A}_n= a(1+t_p)^p$$

وحتى يكون المعدلين متكافئين يجب تساو الجملتين أي:

$$A_n= \grave{A}_n \iff a(1+t)= a(1+t_p)^p \iff 1+t = (1+t_p)^p$$

$$t = (1+t_p)^p - 1 \iff t_p = \sqrt[p]{1+t} - 1 = (1+t)^{1/p} - 1$$

مثال 1 : المطلوب حساب معدل الفائدة لكل شهرين المكافئ لمعدل سنوي **=** 16 % ؟

الحل :

$$1+t = (1+t_p)^p \iff t_p = (1+t)^{1/p} - 1 =(1+0.16)^{1/6} - 1 =0.0250$$

$$t_p = 2.5\ \%$$

مثال 2 : مبلغ يقدر بـ 125000.00 يودع في بنك لمدة 4 سنوات ،بمعدل فائدة نصف سنوي معين فبلغت جملته بعد هذه المدة 199231.10 .

المطلوب حساب معدل الفائدة السداسي ثم معدل الفائدة السنوي ؟

الحل : 1- حساب المعدل السداسي:

بالنسبة للمدة 4 سنوات يعني 8 سداسيات $A_n = 199231.10$

$$A_n= \grave{A}_n \iff a(1+t)^4 = a(1+t_8)^8 \iff 199231.10 =125000\ (1+t_8)^8$$

$$(1+t_8) = \sqrt[8]{\frac{199231.10}{1250000}} \iff t_8 = 0.06 = 6\%$$

2- حساب المعدل السنوي : $A_n = a(1+t)^4$

$$199231.10 =125000\ (1+t)^4 \iff t = \sqrt[4]{\frac{199231.10}{1250000}} -1 =0.1236$$

$$t = 12.36\%$$

ثانيا : تكافؤ رؤوس الاموال

يعرف التكافؤ بفائدة مركبة بصفة عامة على أنه تساوي القيم الحالية.

يتكافأ رأسمالان أحدهما مقابل الآخر أو أحد مقابل عدد آخر منها ، إذا تساوت القيمة الحالية للطرفين المتقابلين في تاريخ محدد يسمى تاريخ التكافؤ وبمعدل فائدة مركبة نفسه.

فإذا كان A_1 و A_2 قيمتين اسميتين لرأسمالين يسددان بعد n_1 وn_2 بمعدل t فلكي يتكافآن يجب تحقق :

$$a_1 = a_2$$

$$A_1(1+t)^{-n_1} = A_2(1+t)^{-n_2}$$

و في حالة تكافؤ مع عدد آخر فتصبح العلاقة كالآتي :

$$a = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$A\ (1+t)^{-n} = A_1(1+t)^{-n_1} + A_2(1+t)^{-n_2} + A_3(1+t)^{-n_3} + \dots + A_n(1+t)^{-n_n}$$

مثال تطبيقي : اتفق تاجران على شروط تسديد ديون أحدهما للأخر:

- 1000.00 يستحق الدفع بعد سنتين
- 2000.00 يستحق الدفع بعد 3 سنوات
- 1500.00 يستحق الدفع بعد 5 سنوات

بعد مرور مدة من الزمن اتفق الطرفان من جديد على تسديد كامل الديون بدين وحيد بعد 5 سنوات و حدد معدل الفائدة المعمول به لدى البنك بـ 4% .

المطلوب : حساب قيمة الدين الوحيد الاجمالي؟

الحل : لدينا : $A(1+t)^{-5} = A_1(1+t)^{-2} + A_2(1+t)^{-3} + A_3(1+t)^{-5}$

$A = [1000(1.04)^{-2} + 2000(1.04)^{-3} + 1500(1.04)^{-5}](1.04)^{5}$

$A = 1000(1.04)^{3} + 2000(1.04)^{2} + 1500(1.04)^{0}$

$A = 1124.86 + 2163.2 + 1500$

$A = 4788.06$

- **تاريخ الاستحقاق الموحد**

دين وحيد يقدر بـ 9625.00 ،يسمح بتسديد الديون التالية :

– 2500.00 يستحق الدفع بعد سنتين.

– 6000.00 يستحق الدفع بعد 3 سنوات.

المطلوب : ايجاد مدة استحقاق هذا الدين ،علما أن معدل الفائدة المطبق يقدر بـ 10 % سنويا؟

الحل : $a = a_{1} + a_{2}$

$A(1+t)^{-n} = A_1(1+t)^{-n1} + A_2(1+t)^{-n2} \iff (1+t)^{-n} = [A_1(1+t)^{-n1} + A_2(1+t)^{-n2}] / A$

$(1.1)^{-n} = [2500(1.1)^{-2} + 6000(1.1)^{-3}] / 9625$

$\mathbf{(1.1)^{-n} = 6574.004 / 9625 = 0.683013}$

- بالرجوع إلى الجدول المالي رقم(2) نجد أن المدة هي 4 سنوات.

- باستخدام اللوغاريتمات: $\mathbf{(1.1)^{-n} = 0.683013} \iff 1/\mathbf{(1.1)^{n}} = 0.683013$

$\mathbf{(1.1)^{n}} = 1.464110 \iff \text{Log}\,\mathbf{(1.1)}^{n} = \text{Log}\,1.464110$

$n = \text{Log}\,1.464110 / \text{Log}\,\mathbf{(1.1)} = \mathbf{0.165573/0.041392 = 4.000120}$

ومنه 4 سنوات هي مدة استحقاق الموحدة للدينين السابقين .

- **تاريخ الاستحقاق المتوسط**

تاريخ الاستحقاق المتوسط يتحقق بحساب تاريخ لمجموع القيم الاسمية.

مثال : مؤسسة مدينة بثلاثة أوراق تجارية :

– 25000.00 تاريخ استحقاقها بعد 4 سنوات.

– 40000.00 تاريخ استحقاقها بعد سنتين.

– 35000.00 تاريخ استحقاقها بعد سنة.

– المطلوب : حساب تاريخ الاستحقاق المتوسط لهذ الأوراق بمعدل فائدة =12%؟

الحل : n مدة الاستحقاق المتوسط ،

$A = A_1 + A_2 + A_3 = 25000 + 40000 + 35000 = 100000.00$

$A(1+t)^{-n} = A_1(1+t)^{-n_1} + A_2(1+t)^{-n_2} + A_3(1+t)^{-n_3}$

$(1+t)^{-n} = [A_1(1+t)^{-n_1} + A_2(1+t)^{-n_2} + A_3(1+t)^{-n_3}] / A$

$(1+t)^{n} = A / [A_1(1+t)^{-n_1} + A_2(1+t)^{-n_2} + A_3(1+t)^{-n_3}]$

$(1.12)^{n} = 100000 / [35000(1.12)^{-4}{}_1 + 4000(1.12)^{-2} + 35000(1.12)^{-1}]$

$(1.12)^{n} = 100000 / 79025.707 = 1.26541$

$n\,\text{Log}1.12 = \text{Log}1.26541 \iff n = 2.0771$

هذا يعني أن مدة الاستحقاق المتوسطة هي بعد : سنتين (2) و 28 يوم(360x 0.0771 =28).

المحور الرابع : معايير اختيار الاستثمارات

تمهيد

إن تطبيقات الفائدة المركبة لها عدة مجالات في ميدان المالية و التسيير ،فبإضافة إلى الدفعات و طرق تسديد القروض و غيرها هناك تطبيقات أخرى سوف نتناولها منها اختيار الاستثمارات ،حيث أن بقاء المؤسسة في السوق وقدرتها على المنافسة مرهون بدور استثماراتها وفاعلية المعدات ،حيث لابد من اعتمادها على تقنيات مالية ورياضية لتعيين المشروعات المراد الاستثمار فيها .

أولا : مفهوم الاستثمار

يقصد بالاستثمار اقتصاديا هو عملية صرف أموال في الوقت الحالي من أجل الحصول من ورائها على نتائج في المستقبل ،حيث يشمل الاستثمار كل الموارد و المواد والأشياء المحصل عليها لهذا الغرض لفترات متوسطة أو طويلة.

ثانيا : مفهوم اختيار الاستثمار

يقصد يه تعيين المشروع المراد انجازه بالقياس مع بقية المشروعات الأخرى المقترحة للعرض.

إن اختيار الاستثمار يتطلب المفاضلة باستخدام مقاييس علمية ومراعاة العوامل الاجتماعية والاقتصادية والسياسية وتقنيات مالية ورياضية تؤهل ا المشروع المختار لتحقيق الهدف.

ثالثا : العوامل المؤثرة في اختيار الاستثمارات

تؤثر في الدراسة المالية ة التجارية عدة عوامل منها :

1- **تكلفة الاستثمار** : تشمل قيمة حيازة الاستثمار ومختلف مستلزماته و النفقات التي يتطلبها من بداية الحيازة و الاستعمال حتى نهاية حياته الاستعمال.
2- **ايراد الاستثمار :** يتمثل في مختلف الايرادات التي يقدمها الاستثمار عند تشغيله لمدة حياته حتى آخرها وما قد يبقيه من قيمة في ذلك التاريخ.
3- **مدة حياة الاستثمار :** يقصد بها المدة الزمنية لتشغيل الاستثمار وإعطاء نواتج عن ذلك،وتختلف المدة حسب طبيعة الاستثمار وطرق استعماله.
4- **سعر الفائدة المطبق :** ونميز نوعين لهذا السعر ،الأول هو سعر الفائدة المطبق على القروض المحصل عليها ،أما الثاني فهو المعدل المطبق على الإيرادات ونواتج الاستثمار لحساب قيمتها الحالية و يسمى سعر الخصم .
5- **ظروف النشاط للاستثمار** : إن المحيط الاقتصادي من أهم العوامل المؤِثرة في نتائج وتكاليف الاستثمارات ، وأهم هذه الظروف عناصر الضرائب أو المزايا التي يتحصل عليها ...
6- **زمن تحديد الايرادات والأعباء :** حيث يختلف تاريخ تحقيق الايرادات و دفع الاعباء خلال سنة أو سنوات بين استثمار وآخر ، ولكن تعتبر نهاية السنة هي زمن التحقيق وزمن الدفع في كل الاستثمارات متى تتساوى في طريقة الحساب .
7- إن الاختيار يكون للاستثمارات التي تحقق نتيجة ايجابية في مدة استعمالها او على الاقل تغطي مختلف تكاليفها بإيراداتها ،أما ما يحقق منها نتائج سلبية فهو يخرج من هذا.

رابعا : معايير اختيار الاستثمارات

يوجد عدة طرق للمفاضلة بين الاستثمارات في حالة التأكد التام سنتطرق لأهمها :

1- طريقة فترة استرداد رأس المال

حسب هذه الطريقة فإنه يتم اختيار الاستثمارات على أساس المشروع الذي يحقق ايرادات صافية في أقل مدة ،تسمح من تغطية تكلفة الاستثمار ، أي نختار المشروع ذو فترة زمنية أقل .

1-1- مزايا الطريقة

أ- سهولة الحساب دون تعقيد.
ب- تتفادى الاخطار الناتجة عن تغيير الظروف الاقتصادية والمالية عند طول مدة الاستثمار.
ج- عند اختيار الاستثمار أي الأقصر مدة الاسترجاع ، تستطيع المؤسسة اعادة استثمار المبالغ المسترجعة لفترة مقبلة أخرى أو لتجديد الاستثمار.

2-1- عيوب الطريقة

ا- لا تأخذ بعين الاعتبار التدفقات النقدية بعد مدة استرداد رأس المال (أي باقي القيمة للاستثمار لصعوبة حسابها)، رغم أن هناك تدفقات كبيرة أحيانا بعد هذه المدة قد تعطي أرباحا معتبرة .
ب- لا تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود ، فهي تجمع كل التدفقات النقدية الصافية بنفس القيمة سواء في السنة الاولى أو الأخيرة.

- بالرغم من عيوب طريقة فترة استرداد رأس المال إلا أنها يفضل استعمالها خاصة الأشخاص وبعض المستثمرين من الدول الغربية أي يفضلون استثمارات في الميادين ذات الاسترداد الأسرع للأموال .

مثال تطبيقي $_1$:

مؤسسة تريد تغيير بعض آلاتها ، وذلك بشراء أجهزة جديدة ، بعد القيام بعدة دراسات توصلت الفرقة المختصة إلى حصر ثلاث أنواع من الاستثمارات تقوم بنفس العمل ولنفس الهدف وهي كالآتي :

- النوع الأول : قيمة الشراء 51000.00 دج
- النوع الثاني : قيمة الشراء 65000.00 دج
- النوع الثالث : قيمة الشراء 65000.00 دج

قدرت ايراداتها السنوية الصافية حسب الجدول التالي :

جدول رقم (6) :يوضح ايراداتها السنوية الصافية

السنوات	1	2	3	4	5	6
استثمار 1	3000	8500	6000	7000	7000	19500
استثمار 2	1000	18000	25000	12000	16000	16000
استثمار 3	16000	12000	10000	10000	20000	15000

المطلوب تحديد أفضل استثمار تبعا لطريقة فترة استرداد رأس المال ؟

الحل : 1- فترة استرداد تكلفة الاستثمار الأول :

$51000=19500+7000+7000+6000+8500+3000$

أي تتحقق التغطية بعد 6 سنوات و النتيجة معدومة.

2- فترة استرداد تكلفة الاستثمار الثاني :

$65000=12000+25000+18000+10000$

أي تتحقق التغطية بعد 4 سنوات و يحقق أرباح بمقدار : $32000=16000+16000$

3- فترة استرداد تكلفة الاستثمار الثالث :

$68000=20000+10000+10000+12000+16000$

أي تتحقق التغطية بعد 5 سنوات ويحقق أرباحا في السنة الخامسة و السادسة بمقدار : $18000= 15000+3000$

حساب فترة استرداد تكلفة الاستثمار الثالث ف بالضبط:

$$\text{ف} = \frac{65000 - (10000+10000+12000+16000)}{20000} \times 12$$

ف= 10.2

لدينا : 1 شهر ⟵ 30 يوم

0.2 شهر ⟵ ن يوم　　أي　ن = 6

ومنه فترة استرداد تكلفة الاستثمار الثالث بالضبط هي: 4 سنوات و10أشهر و6 أيام.

* سنختار حسب هذه الطريقة الاستثمار الثاني لأنه يسترد أو يسترجع قيمة حيازته في أقل مدة مقارنة مع باقي الاستثمارات رغم ارتفاع تكلفته مقارنة مع الأول.

ملاحظة : في حالة تساوي صافي الايراد السنوي فيمكن حساب مدة الاسترداد كالآتي :

$$\text{المدة} = \frac{\text{قيمة حيازة الاستثمار}}{\text{صافي الايراد السنوي}}$$

حيث : صافي الايراد السنوي = عدد سنوات الاسترجاع X الصافي السنوي.

مثال تطبيقي 2 :

نفرض أنه لدينا مشروعين استثمارين (A) و (B) تطلب كل منهما انفاق استثماري مبدئي بقيمة 1000.000.00 قدرت تدفقاتها النقدية السنوية الصافية حسب الجدول التالي :

جدول رقم (7) :يوضح تدفقاتها النقدية السنوية الصافية

	1	2	3	4	5	6	7	8
مشروع(A)	250.000	250.000	250.000	250.000	250.000	250.000	250.000	250.000
مشروع (B)	250.000	350.000	500.000	100.000	50.000	50.000	50.000	50.000

المطلوب أي الاستثمارين الافضل باستخدام طريقة فترة الاسترداد؟

الحل : 1 - المشروع (A)

بما أن صافي الايراد السنوي متساوي فإن : فترة الاسترداد = 1000000 / 250000

ومنه فترة الاسترداد = 4 سنوات

أي خلال 4 سنوات يسترجع الانفاق الاستثماري وفي بداية السنة الخامسة تتحقق العائدات.

2- المشروع (B)

250000 + 350000 + 500000 = 1100000.00

أي خلال أقل من 3 سنوات يسترجع الانفاق الاستثماري.

$$\text{ف} = \frac{100000 - (250000 + 350000)}{500000} \times 12$$

ف = 9.6 شهر

لدينا : 1 شهر ⟵ 30 يوم

0.6 شهر ⟵ ن يوم أي ن = 18 يوم

ومنه فترة الاسترداد هي سنتين و 9 أشهر و 18 يوم ،ومنه المشروع **(B)** هو الأفضل.

2- طريقة معدل العائد الداخلي TRI

يتم اختيار افضل استثمار بعد تحديد المعدل الداخلي للعائد لكل استثمار وهو المعدل الذي يجعل مجموع القيم الحالية للإيرادات الصافية مساوية لمجموع القيم الحالية للتكاليف .أي يجعل هذا المعدل القيمة الحالية الصافية مساوية للصفر.

ويحدد المعدل الداخلي للعائد كالآتي:

$$C = R_n \ [1- (1+t)^{-n}] \ / \ t$$

حيث: R_n : التدفق النقدي الصافي

C : قيمة حيازة الاستثمار

n : عدد السنوات

t : المعدل المطبق

ويتم الاستعانة بالجدول المالي رقم (4) لتحديد t ،كما رأينا في الدفعات المتساوية.

2-1- مزايا الطريقة :

- تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود فهي تحدد صافي القيمة الحالية للإيرادات.

2-2- عيوب الطريقة:

- لا تأخذ بعين الاعتبار الإيرادات التي تتحقق بعد مدة الاستعمال .
- احتمال ظهور أكثر من معدلين في نفس المشروع.
- تتميز بصعوبة وتعقيد الحسابات في حالة عدم وجود إيرادات وتكاليف منتظمة أي بدفعات غير متساوية فهي بذلك تخضع لتقريبات قد لا تعطي نتائج دقيقة .

مثال تطبيقي :

لتطوير قدراتها الانتاجية اقترح لمؤسسة (X) نوعين من التجهيزات ، حيث كانت تكلفة الحيازة عليها و الإيرادات السنوية الممكنة لها كالآتي:

- التجهيزات من النوع الأول : تكلفة الشراء 245.000.00 إيراداتها الصافية للسنة 47927.74 لمدة 6 سنوات.
- التجهيزات من النوع الثاني : تكلفة الشراء 215.000.00 إيراداتها السنوية الصافية لمدة 6 سنوات تبلغ 64738.05 .

فإذا كان معدل الفائدة المطبق في السوق المالية 4 % .

المطلوب : تحديد التجهيزات التي تختارها المؤسسة باستعمال طريقة المعدل الداخلي للعائد؟

الحل: 1- حساب معدل العائد الداخلي التجهيزات من النوع الأول:

$R = 47927.74 \qquad C = 245000.00$

$$C = R_n \ [1- (1+t)^{-n}] \ / \ t \Longleftrightarrow C/ R_n = [1- (1+t)^{-n}] \ /t$$

$245.000 / 47927.74 = [1-(1+t)^{-n}] / t = 5.111862$

ومنه باستخدام الجدول المالي رقم (4) وباستخدام طريق الأجزاء المتناسبة نجد:

$TRI = 4.78\%$

2-- حساب معدل العائد الداخلي التجهيزات من النوع الثاني:

$R = 64738.05 \qquad C = 215000.00$

$C / R_n = [1-(1+t)^{-n}] / t = 215000.00 / 64738.05 = 3.321076$

ومنه باستخدام الجدول المالي رقم (4) وباستخدام طريق الأجزاء المتناسبة نجد:

$TRI = 20.05\%$

ومنه ستختار المؤسسة تجهيزات النوع الثاني لأنها تحقق أكبر معدل عائد داخلي رغم أنهما مقبولين مقارنة بمعدل الفائدة (4%) الممنوح من طرف البنوك.

3- طريقة معدل متوسط العائد: TMR

تعتمد هذه الطريقة على معدل الايراد للاستثمار أي بنسبة متوسط الدخل السنوي الى قيمة الاستثمارات الاصلية بواسطة العلاقة :

معدل متوسط العائد **TMR** =(متوسط صافي الايراد السنوي/قيمة الاستثمار الاصلية C) 100x

حيث : متوسط صافي الايراد السنوي = مجموع الايرادات السنوية الصافية / عدد السنوات

$= RN / n$

أي : $TMR = (\sum RN / n) / C \times 100$

حيث : n : عدد سنوات استعمال الاستثمار .

C : قيمة الحيازة لأصل الاستثمار (قيمة الاستثمار الأصلية)

RN : الايرادات السنوية الصافية (التدفق النقدي الصافي أو العائد الصافي)

وبمقارنة المعدل المتوسط للعائد مع معدل الفائدة المستعمل في السوق ، فإذا كان أعلى من معدل الفائدة يقبل الاستثمار ، ثم اختيار الاستثمار الذي يحقق أحسن معدل متوسط للعائد .

1-3- عيوب الطريقة:

1- لا تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود .إذ لا تفرق بين ما يحقق إيرادات صافية في السنوات الأولى من حياته أو في السنوات الاخيرة .

2- لا يأخذ فيه بعين الاعتبار امكانية تغيير معدل الفائدة السوق المتغير عادة .

3- لا يقيم فرقا بين المشروع ذي الحياة الأطول و ذي الحياة الأقل إذ كلما زادت المدة انخفضت قيمة متوسط الإيراد الصافي السنوي ، وعند تساوي المعدل المتوسط العائد الاستثماري أحدهما طويل والثاني قصير الحياة نلاحظ أن الأول يكون أكثر انتاجا لتدفقات صافية.

2-3- مزايا الطريقة:

سهلة الحساب تأخذ بعين الاعتبار معدل الفائدة في السوق.

مثال :

بعد دراسة عدد من الاستثمارات ،تم تقديم اثنين منها على الإدارة في إحدى المؤسسات للفصل في اختيار أحدهما ،الجدول التالي يبين قيمة الحيازة و صافي التدفق النقدي الصافي لكل استثمار:

جدول رقم (8) :يوضح قيمة الحيازة و صافي التدفق النقدي الصافي لكل استثمار

الاستثمار	قيمة الحيازة	1	2	3	4	5	6	7
الأول	125.000	15.000	25.000	38.500	45.000	45.000	26.500	15.000
الثاني	110.000	10.000	12.000	25.000	30.000	22.000	/	/

المطلوب: 1- حساب المعدل المتوسط للعائد لكل من الاستثمارين؟

2- تحديد أي الاستثمارين تختاره المؤسسة إذا كان معدل الفائدة الموجود في السوق يقدر بـ 20% ؟

الحل: 1 - حساب: TMR لكل استثمار

$$TMR = (\sum RN / n) / C \times 100$$

$$\sum RN\ 1 = 15000+25000+38500+45000+45000+26500+15000$$

$$\sum RN\ 1 = 210000.00$$

$$TMR_1 = (210000/7) / 125000 \times 100 \Longrightarrow \mathbf{TMR_1 = 24\ \%}$$

$$\sum RN\ 2 = 10000+12000+25000+30000+22000$$

$$\sum RN\ 2 = 99000.00$$

$$TMR_2 = (99000/5) / 110000 \times 100 \Longrightarrow \mathbf{TMR_1 = 18\ \%}$$

-2 $\mathbf{TMR_1 = 18\ \%}$ هو أقل من معدل الفائدة المطبق في السوق الذي يساوي 20 % وبالتالي فهو غير مقبول تجاريا ، بينما المشروع الأول يحقق معدل العائد أكبر من معدل السوق وبالتالي يتم قبوله .

4- مؤشر الربحية (الرقم القياسي) : IR

مؤشر الربحية أو الرقم القياسي للربحية يعني حساب مردودية الاستثمار أو تحديد ما تنتجه كل وحدة مستثمرة من الأرباح الناتجة عن الاستثمار خلال حياته وما تبقى منه في نهاية استعماله ، فإذا كان معدل المحسوب يساوي أو أكبر من 1 ، فالاستثمار مقبول تجاريا ، وإذا لم يصل إلى 1،فهذا

يعني أن الإيرادات الصافية لا تغطي تكلفة الاستثمار وبالتالي فلا يمكن قبوله. وأحسن استثمار يتم اختياره يكون الأكبر مؤشرا للربحية أي الأكبر مردودية من الآخرين .

ويتم حساب مؤشر الربحية كالآتي:s-

$$IR = [\sum_{s=1}^{n} Rs(1+t)^{-s} + VR(1+t)^{-n}]/C$$

وإذا كانت الإيرادات السنوية الصافية مساوية نستعمل معادلة الدفعات المتساوية .

$$IR = [Rx\ (1-(1+t)^{-n})/t + VR(1+t)^{-n}]/C = RN/C$$

حيث : IR : مؤشر الربحية

Rs : صافي التدفق النقدي للسنة s

n : عدد سنوا ت الاستثمار أو مدة حياته

VR : القيمة الباقية للاستثمار في آخر سنة من استعماله

t : معدل الفائدة المطبق

RN : الايرادات السنوية الصافية

- **مزايا وعيوب الطريقة:**

- إن مؤشر الربحية بقدر ما يتميز بالبساطة في المعنى فهو يتميز بالتعقيد في العمليات الحسابية خاصة إذا لم تكن الإيرادات الصافية متساوية .
- من مزايا هذه الطريقة أن المعدل يحسب بالقيمة الزمنية للنقود.
- من عيوب هذه الطريقة لا يأخذ بعين الاعتبار مدة حياة المشروع .
- في حالة المفاضلة بين المشاريع لا يؤخذ بعين الاعتبار حجم المشروع.

مثال: مؤسسة(X) لديها ثلاث استثمارات تؤدي نفس النتيجة تريد أن نختار الاستثمار الأفضل لها، فكانت تكاليفها وإيراداتها حسب الجدول التالي :

جدول رقم (9) :يوضح تكاليف وإيرادات الاستثمارات

الاستثمار	تكلفة الحيازة	الإيرادات السنوية الصافية	القيمة الباقية	المدة
الاستثمار 1	84000	24000	8000	5 سنوات
الاستثمار 2	76000	21200	5100	5 سنوات
الاستثمار 3	76000	25320	6200	5 سنوات

فإذا كان معدل الفائدة المستعمل هو 10 % .

المطلوب تحديد بطريقة مؤشر الربحية أفضل الاستثمارات الثلاثة للمؤسسة؟

الحل : 1- حساب IR_1

تحديد صافي الإيرادات الإجمالية RN_1

$RN_1 = R_n\ [1-(1+t)^{-5}]\ /\ t + \quad VR(1+t)^{-5}$

$= 24000\ [1-(1+0.1)^{-5}]/0.1\ + 8000(1+0.1)^{-5}$

$= 24000(3.790787)\ +\ 8000(0.620921)$

$$\mathbf{RN_1 = 95946.256}$$

- IR_1 **= 95946.256 / 84000 = 1.242217**

2- حساب IR_2

تحديد صافي الإيرادات الإجمالية RN_2

$RN_2 = R_n\ [1-(1+t)^{-5}]\ /\ t + \quad VR(1+t)^{-5}$

$= 21200\ [1-(1+0.1)^{-5}]/0.1\ + 5100(1+0.1)^{-5}$

$= 24000(3.790787)\ +\ 5100(0.620921)$

$$\mathbf{RN_2 = 83531.3815}$$

- IR_2 **= 83531.3815/ 76000 = 1.099**

3- حساب $_3IR$

تحديد صافي الإيرادات الإجمالية RN_3

$RN_3 = R_n\ [1-(1+t)^{-5}]\ /\ t + \quad VR(1+t)^{-5}$

$= 25320\ [1-(1+0.1)^{-5}]/0.1\ + 6200(1+0.1)^{-5}$

$= 25320(3.790787)\ +\ 6200(0.620921)$

$$\mathbf{RN_3 = 99832.43704}$$

- IR_3 **= 99832.43704/ 76000 1.31**

نلاحظ كل الاستثمارات مقبولة لأن مؤشر الربحية أكبر من (1)، لكن نلاحظ الاستثمار الثالث هو الذي حقق أكبر مؤشر الربحية 1.31 و بالتالي فهو الذي سيتم اختياره من بين الثلاث حسب هذه الطريقة.

5- صافي القيمة الحالية: VAN

تعتمد هذه الطريقة في الاختيار على حساب صافي القيمة الحالية لكل استثمار ، حيث يتم إهمال الاستثمارات التي تحقق VAN سالبة ، ومنه تصبح المفاضلة بين الاستثمارات التي تحقق VAN موجبة و أفضلها هو الاستثمار الذي يحقق أكبر صافي قيمة حالية.

إن صافي القيمة الحالية VAN يعني القيمة الحالية للفرق بين مجموع الإيرادات ومجموع التكاليف للاستثمار بما فيها تكلفة الحيازة وتكلفة باقي الاستثمار و تحسب VAN كالآتي:

$$VAN=VAR-VAD$$

حيث :

-إذا كانت الايرادات غير متساوية فإن: $VAR =[\sum_{s=1}^{n} Rs(1+t)^{-s} + VR(1+t)^{-n}] - C$

إذا كانت الايرادات متساوية فإن : $VAR =[R_x [1-(1+t)^{-n}] / t + VR(1+t)^{-n}] - C$

حيث VAR : القيمة الحالية للإيرادات

VAD : القيمة الحالية للنفقات.

VR : القيمة الباقية للاستثمار في نهاية حياته.

Rs : صافي الايرادات للسنة s (ايرادات نفس السنة – تكلفتها)

n : عدد السنوات أو مدة الاستثمار.

*** مزايا الطريقة :**

- تمتاز بالدقة وشمولية كل العناصر المتعلقة بالناحية المالية للاستثمار.
- تتفادى أغلب عيوب الطرق الأخرى.
- تعد أحسن من الجانب العلمي مقارنة مع الطرق السابقة .

مثال :

لديك الاستثمارات المبينة في الجدول أدناه وإيراداتها الصافية بعد الضريبة وأن قيمتها النهائية معدومة ، علما أن نسبة الفائدة المستعملة تساوي 10 %:

جدول رقم (10) :يوضح الإيرادات الصافية بعد الضريبة

الاستثمار	التكلفة	1	2	3	4
A	90000	40000	25000	10000	5000
B	98000	40000	12000	12000	25000
C	80000	40000	8000	12000	12000
D	68000	40000	15000	15000	15000

– أي استثمار تختاره المؤسسة حسب طريقة صافي القيمة الحالية؟

الحل : $VAN=VAR-VAD$ ، $VR=0$

بما أن الايرادات غير متساوية فإن: $VAR =Rs (1+t)^{-s} - VR(1+t)^{-n}$

ومنه : $VAR =Rs (1+t)^{-s}$

A- $VAR_1 =40000 (1.1)^{-1} +25000(1.1)^{-2} +10000(1.1)^{-3} +5000(1.1)^{-4}$

$= 36363.6364+20661.1570+7513.1480+3415.0673$

$VAR_1 = \mathbf{67953.0087}$

$\mathbf{VAN_1=}67953.0087 - 90000 \mathbf{= - 22046.9913}$

B- $VAR_2 = 40000\,(1.1)^{-1} + 12000(1.1)^{-2} + 12000(1.1)^{-3} + 25000(1.1)^{-4}$

$= 36363.6364 + 9917.3554 + 9015.7776 + 17075.3364$

$VAR_2 = \mathbf{72372.1057}$

$\mathbf{VAN_2} = 72372.1057 - 98000 = \mathbf{-\ 25627.8943}$

C- $VAR_3 = 40000\,(1.1)^{-1} + 8000(1.1)^{-2} + 12000(1.1)^{-3} + 12000(1.1)^{-4}$

$= 36363.6364 + 6611.5702 + 9015.7776 + 8196.1615$

$VAR_3 = \mathbf{60187.1457}$

$\mathbf{VAN_3} = 60187.1457 - 80000 = \mathbf{-\ 19812.8543}$

D- $VAR_4 = 35000\,(1.1)^{-1} + 15000(1.1)^{-2} + 15000(1.1)^{-3} + 15000(1.1)^{-4}$

$= 36363.6364 + 12396.6942 + 11269.7220 + 10245.2018$

$VAR_4 = \mathbf{70275.2544}$

$\mathbf{VAN_4} = 70275.2544 - 68000 = \mathbf{+\ 2275.2544}$

نلاحظ أن صافي القيمة الحالية (VAN) للاستثمارات الثلاثة الأولى سالبة و لهذا تهمل ،بينما الاستثمار الأخير موجبة لهذا ستختاره المؤسسة حسب هذه الطريقة.

المحور الخامس : القروض واهتلاكها

تمهيد

عادة نلجأ للاستدانة من الغير لأسباب عديدة وأهداف مختلفة ،كمن يمر بمركز مالي صعب أو بهدف عمليات التوسع أو عجز في تسديد ديون سابقة ،وعموما يفضل المستثمرون القروض الطويلة الآجل.

عادة يتفاوض المقرض و المقترض على أساليب الدفع كالمدة والمعدل و مبلغ الدفعات المتساوية أو المتغيرة وغيرها ،وأهم القروض القروض العادية (القروض ذات المصدر الوحيد).

أولا :تعريف القروض العادية

القروض العادية هي القروض التي يكون التعامل فيها بين طرفين متعاقدين أحدهما صاخب المال و الثاني المقترض أو المستعمل ،يتميز هذا القرض بوجود عقد كتابي بين الطرفين يشمل محتوى العملية وشروطها والمدة وكيفية الدفع والتسديد وغيرها من العناصر الضرورية في العقود ، كما أن هناك عدة طرق للتسديد هذه القروض ومنها :

- استهلاك القروض بدفعات ثابتة (متساوية)
- استهلاك القروض باستهلاكات ثابتة(متساوية)

1- استهلاك القروض بدفعات ثابتة (متساوية)

يتم تسديد القروض دوريا حيث تدفع (سنويا ، سداسيا ،....) دفعة ثابتة إلى المقرض بعدد معين متفق عليه سابقا بين الطرفين وبتقديم آخرها يتحرر المقترض اتجاه المقرض.

وتحتوي الدفعة الواحدة الثابتة على جزئين ،أحدهما رأس المال الأصلي ويسمى الاستهلاك والثاني فائدة على القرض المتبقي.

1-1- تحديد قيمة الدفعة

إن العناصر المستعملة هي :

V_0: قيمة أصل القرض في تاريخ 0 (أي بداية السنة الأولى للتسديد) وتكون بعد ذلك V_1 ، V_2 ....حتى V_{n-1} (أي باقي القرض في بداية السنوات 2،3،...،n).

a : الدفعة أو القسط الثابت وتتكون الدفعة من الاستهلاك و الفائدة أي: $\mathbf{a} = \mathbf{i} + M$

M : الاستهلاك الذي يتزايد حسب السنوات مع تناقص الفائدة.

i : الفائدة التي تتناقص حسب السنوات إذ تطبق على أصل القرض كل سنة .

n : مدة القرض إذ في نهاية السنة n يصبح أصل القرض معدوما.

t : معدل الفائدة.

- إن عملية استهلاك القروض بدفعات ثابتة تتطابق مع عملية تسديد القروض بدفعات نهاية الفترة.
- مجموع الدفعات تساوي جملة القرض المدفوع .
- اصل القرض أو القيمة الحالية في بداية أول سنة تسديد تساوي القيمة الحالية للدفعات .

ومن علاقات الدفعات الثابتة لنهاية المدة نجد القيمة الحالية V_0 :

$$V_0 = a\,[1-(1+t)^{-n}]\,/\,t \Longleftrightarrow a = t/\,[1-(1+t)^{-n}]\,V_0$$

- من الجدول المالي رقم (5) يمكن حساب القيمة الكسرية : $t/\,[1-(1+t)^{-n}]$

2-1- جدول استهلاك القروض

لتسهيل عملية متابعة تطور القرض واستهلاكه تم اعداد جدول لذلك ،حيث تستخرج منه عدة عناصر تفيد في مراقبة التسيير وحسابات أخرى ،كتحديد رصيد الدين وتحديد قيمة الفوائد عبر السنوات ...إلخ ،والجدول كما هو موضح في الشكل التالي:

جدول رقم (11) : يوضح جدول استهلاك القروض

الفترة	القرض في بداية المدة أو الدين المتبقي في بداية الفترة	الفائدة	الدفعة	الاستهلاك	الدين المستهلك	القرض في نهاية المدة أو الدين المتبقي في نهاية الفترة
1	V_0	$i_1= V_0\ t$	a	$M_1= a-i_1$	M_1	$V_0 - M_1$
2	$V_1 = V_0 – M_1$	$i_2= V_1\ t$	a	$M_2= a-i_2$	$M_{1+} M_2$	$V_1 - M_2$
.	.	.	.			
.	.	.	.			
n-1	V_{n-2}	$i_{n-1}= V_{n-2}\ t$	a	$M_{n-1}= a-i_{n-1}$		$V_{n-2} - M_{n-1}$
n	V_{n-1}	$i_n= V_{n-1}\ t$	a	$M_n= a-i_n$	$M_{1+..} M_n$	$V_{n-1} - M_n$
total	/		na		/	/

مثال تطبيقي : مؤسسة تحصلت على قرض يقدر بـ 200000.00 يسدد خلال 4 سنوات بدفعات ثابتة سنوية ،بمعدل فائدة 12 % ،ابتداء من نهاية سنة العقد .

المطلوب : حساب قيمة الدفعة الثابتة ثم اعداد جدول استهلاك القرض ؟

الحل : 1- حساب قيمة الدفعة $a = t/\ [1- (1+t)^{-n}\ ]\ V_0$

$$\mathbf{a} = 0.12/\ [1- (1+0.12)^{-4}\ ]x\ 200000$$

$$a = 0.3292344 \text{ x } 200000 \quad \Longleftrightarrow \quad a = 65846.88$$

2- اعداد جدول استهلاك القرض

جدول رقم (12) :يوضح اعداد جدول استهلاك القروض للمثال التطبيقي

الفترة	القرض في بداية المدة أو الدين المتبقي في بداية الفترة	الفائدة	الدفعة	الاستهلاك	الدين المستهلك	القرض في نهاية المدة أو الدين المتبقي في نهاية الفترة
1	**200000**	**24000**	**65846.88**	**41846.88**	**41846.88**	**158153.12**
2	**158153.12**	**18978.3744**	/	**46868.5056**	**88715.3856**	**111284.6144**
3	**111284.6144**	**13354.15373**	/	**52492.72627**	**141208.1119**	**58791.88813**
4	**58791.88813**	**7055.026576**	/	**58791.88813**	**200000**	**00**
	/	**63387.55471**	**263387.52**	**200000**	/	/

ملاحظة : نلاحظ أن تغير طفيف في السطر الأخير لأن باقي القرض في السنة 4 يبقى 0.03468 عوض 00 وهذا ناتج التقريب الحاصل في قيمة الدفعة لاستعمال القيمة من الجدول (5) وهي مقربة مثل غيرها.

1-3-علاقات بين عناصر الجدول

أ- العلاقة بين الدفعات والقرض

- أصل القرض في بداية أول فترة يساوي القيمة الحالية للدفعات ومنه :

$$V_0 = a\ [1- (1+t)^{-n}\ ] / t$$

- مجموع الدفعات = أصل القرض + مجموع الفوائد

$$\sum \boldsymbol{a} = V_0 + \sum \boldsymbol{i}$$

$$n.a = \sum \boldsymbol{M} + \sum \boldsymbol{i} \iff \mathbf{a} = (\sum \boldsymbol{M} + \sum \boldsymbol{i}) /\mathbf{n}$$

ب- العلاقة بين الاستهلاكات

$$\mathbf{M_{x+1} = M_x\ (1+t)}$$

أي أن الاستهلاك في أي سطر هو الاستهلاك السابق له ضرب (1+t) ،وبالتالي الاستهلاكات هي عبارة عن متتالية هندسية حدها الأول $\mathbf{M_1}$ وأساسها (1+t) وعدد حدودها n.

ج- العلاقة بين الاستهلاكات وأصل القرض

$$\mathbf{V_0 = M_1\ [(1+t)^n\ -1] / t}$$

د- الفرق بين استهلاكين متتاليين

$$M_{x+1} - M_x = (a - i_{x+1}) - (a - i_x)$$

$$M_{x+1} - M_x = i_x - i_{x+1}$$

هـ- الفرق بين فائدتين متتاليتين

$$\mathbf{i_x - i_{x+1}} = M_x\ .t$$

مثال : من المثال السابق تحقق من أن :

1- الاستهلاك رقم 3 = الاستهلاك رقم 2 ضرب (1+t).

2- الاستهلاك رقم 4 = الاستهلاك رقم 1 ضرب $(1+t)^3$.

3- مجموع الاستهلاكات = أصل القرض.

4- تحقق من أن الفرق بين استهلاكين = الفرق بين فائدتيهما.

5- الفرق بين الفائدتين.

الحل :

1- $M_3 = M_2 (1+t)$

$M_3 = 46866.5056 (1+0.12) = 52492.72627$

2- $M_4 = M_1 (1+t)^3 = 41846.88 (1+0.12)^3 = 58791.88813$

3- $V_0 = \sum M = M_1 [(1+t)^n - 1] / t = 41846.88[(1+0.12) - 1]/0.12$

$\sum M = V0 = 200000.00$

4 $- M_3 - M_2 = i_2 - i_3$

$52492.72627 - 46866.5056 = 18978.3744 - 13354.15373$

$M_3 - M_2 = i_2 - i_3 = 5624.22067$

5- $i_x - i_{x+1} = M_x . t$ / $i_2 - i_3 = M_2 \times 0.1$

$18978.3744 - 13354.15373 = 46866.5056 \times 0.12 = 5624.22067$

$I_2 - i_3 = M_2 \times 0.1 = 5624.22067$

و- حساب الدفعة عن طريق الاستهلاك الأخير

$$a = M_n(1+t)$$

من المثال السابق وبالتعويض نجد :

$a = 58791.88313(1+0.12) = 65846.90 \approx 65846.88$

ز- الفرق بين الفائدتين الأخيرتين واستعماله

$$i_{n-1} - i_n = i_n / (1+t)$$

من الصيغة السابقة يمكن حساب معدل الفائدة المطبق على القرض بمعلومية الفائدة الأخيرة و الفرق بين الفائدتين الأخيرتين.

ح- القرض أو الدين المتبقي و الدين المدفوع

- **الدين المدفوع : لدينا**

$$V_0 = M_1 \ [(1+t)^n \ -1] / t \quad = a \ [1- (1+t)^{-n} \ ] / t$$

إن الاستهلاكات التي تكون الدين المدفوع من السنة الأولى حتى السنة R هو V_R.

$$V_R = M_1 \ [(1+t)^R \ -1] / t \quad = a \ [1- (1+t)^{-R} \ ] / t$$

- الدين المتبقي انطلاقا من نفس العلاقات حتى السنة R هو V_{n-R}

$$V_{n-R} = M_{R+1} \ [(1+t)^{n-R} \ -1] / t \quad = a \ [1- (1+t)^{-(n-R)} \ ] / t$$

من المثال السابق تحقق من العلاقات "ز" و "ح"

$$\mathbf{i_{n-1} - i_n = i_n} / (1+t) \Longleftrightarrow \quad t= \mathbf{i_n / (i_{n-1} - i_n) - 1 = i_4 / (i_3 - i_4) - 1}$$

$$\mathbf{t} = 7055.026576 /(13354.15373 - 7055.026576) -1= 0.12 \ ; \ \mathbf{t = 12\%}$$

- الدين المدفوع حتى السنة R =3 نجد : $V_3 = M_1 \ [(1+0.12)^3 \ -1] / 0.12$

$$V_3 = 41846.88 \times 3.3744 = 141208.1119$$

- الدين المتبقي بعد الدفعة الثانية : n=4

$$V_{n-2} = M_3[(1+t)^{n-2} \ -1] / t = 52492.72627 \times 2.12 = 111284.5797$$

2 - استهلاك القروض باستهلاكات ثابتة(متساوية)

يتم تسديد الدين حسب هذه الطريق دوريا (كل سداسي أو شهري) بدفعات تشمل جزء ثابت من أصل القرض وفائدة على القرض المتبقي كل فترة ،والعنصر المهم حسب هذه الطريقة هو تحديد قيمة الاستهلاك الثابت.

أ- تحديد قيمة الاستهلاك الثابت : تحسب مباشرة بقسمة قيمة أصل القرض الأساسية على عدد الدفعات.

$$M = V_0 / n \quad \Longleftrightarrow \quad V_0 = M \cdot n$$

ب- جدول استهلاك القرض :

حسب هذه الطريقة فإن جدول استهلاك القرض يأخذ نفس شكل جدول استهلاك القرض بالأقساط الثابتة.

مثال تطبيقي :

مؤسسة اقترضت مبلغ 25000.00 على أن تسدده بدفعات نهاية الفترة بطريقة الاستهلاكات الثابتة ولمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 8 %.

المطلوب : اعداد جدول استهلاك هذا القرض حسب هذه الطريقة ؟

الحل : $M = 25000/5 = 5000.00$

والعناصر الأخرى تحسب بشكل عادي.

$V_x = V_{x-1} - M \quad , \quad i_x = V_{x-1} \cdot t \quad , \quad a_x = i_x + M$

ويكون الجدول بالشكل التالي :

جدول رقم (13) :يوضح جدول استهلاك القروض

الفترة	القرض في بداية المدة	الفائدة السنوية	الاستهلاك الثابت	الدفعة	الدين المتبقي في نهاية المدة (رصيد القرض آخر المدة)
1	25000	2000	5000	7000	20000
2	20000	1600	5000	6600	15000
3	15000	1200	5000	6200	10000
4	10000	800	5000	5800	5000
5	5000	400	5000	5400	00
المجموع	/				/

ج- علاقات بين عناصر الجدول :

1- $M = V_0 / n \Longleftrightarrow V_0 = M \cdot n$

2- $a_{x+1} = i_{x+1} + M == V_x \cdot t + V_0 / n$

لدينا: $V_x = V_{x-1} - V_0 / n$

ومنه $a_{x+1} = (V_{x-1} - V_0 / n) .t + V_0 / n$

$= V_{x-1} .t -(V_0 / n)t + V_0 / n$

لدينا : $a_x = V_{x-1} .t + V_0 / n$

$a_{x+1} = a_x -(V_0 / n)t$

المحور السادس : التقنيات البورصية

تقييم السندات و الاسهم

أولا : السندات

1- تعريف : السندات

يعرف السند على أنه صك قابل للتداول في سوق الأوراق المالية ،تصدره مؤسسة أعمال و يتعلق بقرض طويل الأجل ،وهو بهذا يعد عقدا أو اتفاقا بين طرفين ،بمقتضاه يقوم الطرف الأول بإقراض الطرف الثاني ،مع تعهد هذا الأخير برد المبالغ المقترضة والفوائد المتفق عليها في تواريخ محددة.

أي السند هو " صك يعود بدخل ثابت على صاحبه ،ويمثل دينا على المؤسسة لأصل طويل أو متوسط الأجل ،في مقابله تتعهد بدفع مبلغ معين كفائدة بصورة دورية طول مدة السند ،مع دفع القيمة الاسمية عند الاستحقاق " .

كما يعرف السند على أنه : "السند يمثل جزء من قرض ،والمقترض قد يكون الدولة أو شركة مساهمة ،فتوجد لدينا سندات حكومية وسندات الشركات المساهمة،وحامل السند يعتبر مقرضا،ويستحق فائدة ثابتة سنويا مقابل استثمار أمواله في شكل سندات،والسند يكون عادة طويل الأجل لمدة عشر سنوات. "

2- أنواع السندات

نميز عدة أنواع من السندات أهمها:

أ- السند المستحق الوفاء بعلاوة إصدار : حيث لتشجيع مؤسسة ما المدخرين على توظيف أموالهم،تعمل على إصدار سندات بمبلغ معين يسمى سعر الإصدار،على أن تقر رد هذا المبلغ في ميعاد الاستحقاق،مضافا إليه مبلغا إضافيا يسمى "العلاوة."

ب- سند النصيب: لا يجوز إصدار هذا النوع من السندات إلا بإذن من الحكومة، والنصيب هو مبلغ معين يمنح للبعض من حملة السندات الذين تعينهم القرعة،ومبلغه لا يقتطع من الفائدة المستحقة لحامل السند،لكنه مبلغ إضافي كتحفيز و مكافأة لجلب مقرضين جدد.

ج- السند المضمون: لكي تحصل بعض الشركات على حاجاتها من الأموال ،تعمد أحيانا إلى اجتذاب رؤوس الأموال،عن طريق تقديم ضمانات عينية لوفاء القرض،كأن ترهن عقاراتها رهنا تأمينيا.

كما توجد أنواع أخرى من السندات نذكر أهمها :

د- سندات المشاركة في الأرباح: حيث تعطي لأصحابها الحق ليس فقط في العوائد الدورية لسنداتهم ، بل و في جزء من أرباح المؤسســة.

هـ - السندات القابلة للتحويل إلى أسهم: تتمثل في السندات الممتازة التي تصدرها الشركة ، وتعطي الحق لحامله اختياريا في تحويل سنداته إلى أسهم عادية.

وإضافة لهذا الحق عند إصدار هذه السندات ، يشجع المستثمرين عند الاكتتاب فيها ،لأن هذا النوع من السندات يضمن لصاحبه امتيازين هما:

- الحصول على معدل فائدة ثابت بمجرد شراء هذه السندات.
- التمتع بالمشاركة في نمو وازدهار الشركة في المستقبل ، عن طريق حقه في تحويل سنده إلى سهم عادي في أي وقت يختاره.

إضافة إلى هاتين الميزتين فإن الشركة عادة ما تبيع هذه السندات بقيمة أعلى من مثيلاتها من السندات التي لا تتمتع بهذا الحـق. و تتمثل هذه القيمة في الفرق بين قيمة السند عند إصداره و القيمة التحويلية و يطلق عليها علاوة التحويل.

3- العوامل المحددة لأسعار السندات

يتحدد سعر السند في البورصة وفقا لأسعار الفائدة السائدة في السوق ، والعلاقة بينهما علاقة عكسية محضة ، فارتفاع أسعار الفائدة في السوق النقدي يؤدي إلى انخفاض أسعار السندات و العكس صحيح.

مثال : تقوم شركة ما بإصدار سند ،قيمته الاسمية تساوي 100.00 ، بمعدل فائدة سنوي يعادل 5 % أي أن مالك السند سيحصل سنويا على مبلغ 5.00 كفائدة طول مدة السند ، مهما تغيرت اسعار الفائدة في السوق ، ففي حالة انخفاضها إلى 2 % مثلا فهذا ما يستلزم توظيف 200.00 في البنـك بدلا عن 100.00 للحصول على نفس العائد أي 5.00 ،وهذا ما يعني ارتفاع قيمة السند وبالتالي ارتفاع سعره.

وبالطبع يحصل العكس في حالة ارتفاع أسعار الفائدة في السوق ، إلى 8 % بدلا من4 %.
وفي هذه الحالة يكفي للمستثمر أن يوظف 50.00 عوض عن 100.00 ، ليحصل على نفس العائد أي 5.00 ، بمعنى أن 100.00 السابقـة ستعود عليه لو وظفها في البنك بـ: 10.00 ،وهذا يعني انخفاض قيمة السند وبالتالي انخفاض سعره.وبالتالي فإن معدل الفائدة السائد في السوق ،هو المؤشر الفعلي لحركة أسعار السندات.

4- تقييم السندات

عند تقييم السند يجب أن يتم الأخذ بالاعتبار القيمة الزمنية للنقود، حيث أن قيمة النقود التي تمتلكها الآن هي أكبر من قيمة النقود المتوقع استلامها في المستقبل .

مثال: أصدرت شركة لبيع مواد البناء سند بقيمة اسمية تبلغ 100 دج وبسعر فائدة مقداره 10 % سنوياً،

ما هي القيمة الحقيقية التي يمكن أن تعطيها لهذا السند إذا كان ان معدل العائد في السوق هو 12 %

علماً بأن فترة استحقاق السند تبلغ 5 سنوات.

الحل: بما أن الفائدة تدفع سنوياً، فإن حامل هذا السند سيحصل على مبلغ 10 دج سنوياً لمدة 5 سنوات بالإضافة إلى مبلغ 100 دج في نهاية السنة الخامسة .ولمعرفة القيمة الحقيقية لهذه التدفقات يتم استخدام أسلوب القيمة الحالية لتقدير ذلك.

جدول رقم (14) :يوضح القيمة الحالية السنوية

الفترة	التدفقات	معامل الخصم 12 %	القيمة الحالية
1	10	0.893	8.93
2	10	0.797	7.97
3	10	0.712	7.12
4	10	0.636	6.36
5	110	0.567	62.37
			92.75

أما لو كان سعر الفائدة يدفع كل 6 أشهر فإنه يتم حساب القيمة الحالية وذلك بمضاعفة المدة أي ستكون عشرة فترات بدل من 5 فترات ويتم استخدام نصف العائد على السند أي بنسبة 5 % بدلاً من 10% .

جدول رقم (15) :يوضح القيمة الحالية السداسية

الفترة	التدفقات	معامل الخصم 6%	القيمة الحالية
1	5	0.943	4.72
2	5	0.890	4.45
3	5	0.840	4.2
4	5	0.792	3.96
5	5	0.747	3.74
6	5	0.705	3.53
7	5	0.665	3.33
8	5	0.627	3.14
9	5	0.592	2.96
10	105	0.558	58.59
			92.62

من خلال حساب قيمة السند يلاحظ أن هذا السند يباع بخصم على أساس أن قيمته أقل من قيمته الاسمية (100) دج، ويجب أن يكون كذلك حتى يعطي حافز إلى المستثمر لشراء هذا السند ولتعويضه عن العائد التي يمكن أن يحققه هذا المستثمر لو ذهب إلى الاستثمار في قنوات أخرى كالودائع لدى البنوك مثلاً.

ثانيا : الأسهم

1- تعريف الأسهـم

" السهم هو حق المساهم في شركة أموال ،وهو ذلك الصك الذي يثبت هذا الحق القابل للتداول وفقا لقواعـد القانون التجاري ، ويمثل السهم حق مالكــه في الجمعية العمومية ، والتصويت فيها و الانتخاب ،وحق الأولوية في الاكتتاب عند زيادة رأس مال الشركة ، إضافة إلى حق الحصول على جزء من أرباحها عند التصفية بسبب الانقضاء. "

وبصفــة عامة فالسهم هو صك بدخل متغير تصدره شركــة ما عند انطلاقها أو زيادة رأسمالها ، ومجموع الأسهم يمثل رأس مال الشركة ، والأصل أن تطرح أسهم الشركة على الجمهور للاكتتاب فيها ،وذلك عن طريق بنك أو أكثر ،إذ يتلقى البنك اكتتابات الجمهور التي قد تزيد على عدد الأسهم المصدرة ، "وهنا يقوم المؤسسون بعملية تسمى عملية التخصيص حيث يفضلون صغار المكتتبين في عدد صغير من الأسهم وذلك في حالة الرغبة في انتشار سمعة الشركة على عدد كبير من الناس ، أو قد يفضل المؤسسون كبار المكتتبين و يرفضوا صغارهم ، كما قد يقبلوا جميع المكتتبين صغــارا أو كبارا بعملية تسمى التوزيع النسبي أي أن كل مكتتب يأخذ نسبة أقل من التي يرغب في شرائها ".

2- أنواع الأسهم

تصنف الأسهم إلى ثلاث مجموعات حسب الشكل ،الحقوق التي يتمتع بها أصحابها و من حيث نوع الحصة المقدمــة.

أ- من حيث الشكل نميز التالي :

أ-1- الأسهم الإسمية : هي أسهم تحمل اسم مالكها و تدون فيها بعض البيانات كاسم و لقب المساهم ، موطنه و جنسيته ، نوع ورقة الأسهم التي يمتلكها ، نوع الشركة التي يساهم فيها ، عنوانها ، رأسمالها ومركزها ، بيان القيمة المدفوعة من ثمن السهم لمعرفة ما تبقى على المساهم.

أ-2- أسهم لحاملها: هي أسهم لا يذكر فيها اسم المساهم بل يعد حاملها مالكا لها بسبب الحيازة الماديــة ، وعليه فإن التنازل عنها يتم بمجرد إنتقالها من يد إلى أخرى لهذا فهي سريعة التداول ، لحاملها الحق في حضور مداولات الشركة في جمعياتها العمومية ، والمشاركة في تقسيم أرباحها ، أما من جانب الشركة فلها الحق أن لا تعترف إلا بمالك واحد هو حامل السهم ، حتى وإن حصل عليه بطريقة غير مشروعة.

أ-3- أسهم لأمر: قد تصدر الشركة أسهم لأمر يشترط أن تكون كاملة الوفاء بمعنى أنه على المساهم أن يدفع كل القيمة الاسمية للسهم عند الاكتتاب ،لأن الشركة في هذه الحالة لا يمكنها أن تتعقب تداول السهم ،وبالتالي لا تستطيع أن تتعرف على المساهم الأخير الملزم بالقيمة المستحقة والمتبقية من قيمة السهم.

ب- من حيث الحقوق التي يتمتع بها أصحابها نميز التالي :

ب-1- الأسهم العادية

السهم العادي هو صك ملكية له ثلاث قيم:

-القيمة الإسمية : تتمثل في القيمة المدونة على قسيمة السهم ، وعادة ما يكون منصوص عليها في عقد التأسيس.

-القيمة الدفترية : هي النسبة بين قيمة حقوق الملكية (الإحتياطات ، الأرباح المحتجزة ، الأسهم العادية) و عدد الأسهم العادية المصدرة.

-القيمة السوقية : هي القيمة التي يباع بها السهــم في السوق(سوق الأوراق المالية) ، قد تكون القيمة أكبر أو أقل من القيمة الاسمية أو الدفترية ، وعليه فإن القيمة السوقية للسهم تعتبر التقييم الحقيقي للسهم العادي.

من بين خصائص السهم العادي ما يلـــي:

- لا يجوز لحامل السهم العادي أن يطالب بنصيبه في الأرباح ، إذ لم تحقق الشركة أرباحا و تقرر توزيعها ، إلى جانب ذلك نجد أن صاحب السهم العادي له حق نقل ملكيته بالبيع أو التنازل أو بأي طريقة أخرى ، و له حق التصويت في الجمعية العمومية إلى جانب ذلك فمسؤوليته محدودة بحصته في رأس المال.

- ليس من حق حامل السهم العادي الرجــوع على المنشأة المصـــدرة لإسترداد قيمته،وإذا أراد التخلص من السهــم فليس أمامه سوى عرضه للبيع في سوق الأوراق المالية.

- وفي حالة الإفلاس ليس هناك ما يضمن لحامل السهم العادي استرجاع القيمة التي سبق و أن دفعها لشراء السهم ، بل قد لا يسترد شيئا منها على الإطلاق.

ب-2- الأسهم الممتازة

قد تسمى أيضا بأسهم الأولوية أو أسهم الأفضلية ، وهي سند ملكية له قيمة اسمية دفترية وسوقية شأنه في ذلك شأن السهم العادي غير أن القيمة الدفتريـة تتمثل في قيمة الأسهم الممتازة كما تظهر في دفاتر الشركة مقسومة على عدد الأسهم المصدرة ، تحمل الأسهـم الممتازة مزايا وامتيازات تفرقها عن غيرها ، منها مثــلا:

- لحملة الأسهم الممتازة الأولوية على حملة الأسهم العادية ، في استرجاع قيمة أسهمهم عند تصفية الشركة أو الإفلاس.

- القيمة الاسمية للسهم الممتاز لابد أن تساوي القيمة الاسمية للسهم العادي.

- لحملة هذه الأسهم الحق في الحصول على توزيعات تعادل تماما ما يحصل عليه حملة الأسهم

العادية.
-حق الأولوية في الأرباح بنسبة ثابتة من القيمة الاسمية قبل توزيعها على حملة الأسهم العادية وعادة ما لا يبقى شيئا منها لهم.
كما أن السهم الممتاز ليس له تاريخ استحقاق ، ولكن من الممكن أن ينص العقد على استدعائه في وقت لاحق.

ب-3- أسهم التمتع

هي صكوك يتسلمها المساهم عندما يستوفي كل القيمة الاسمية لسهمه ، و يشترط في تقديم هذه الأسهم أن يكون مصرحا بذلك في القانون النظامي للشركة ، ويتم ذلك عن طريق القرعة.

"وأسهم التمتع تعطي للمساهمين بدلا من الأسهم التي تم استهلاكها بطريق القرعة و يكون ذلك عادة في الشركات صاحبة الامتياز الحكومي ، أي أن الحكومة يؤول إليها جميع ما تملكه الشركة صاحبة الامتياز ، ومن ثم تقوم الشركة باستهلاك نسب من الأسهم ، حتى يتم استهلاك جميع الأسهم بانتهاء مدة الامتياز ".

ج- من حيث نوع الحصة المقدمة نميز التالي :

ج-1- الأسهم النقدية

هي الأسهم التي يكتتب فيها المساهم شرط أن تدفع قيمتها نقدا ، ولا يتم تداول هذه الأسهم إلا بعد تأسيس الشركة بصفة نهائية وصدور المرسوم المرخص بتأسيسها.

ج-2- الأسهم العينية

هي أسهم يدفع صاحبها قيمتها بممتلكات عينيــة كعقار أو مصنع أو متجر أو أي موجودات أخرى ، فلا يجوز للشركة أن تسلم هذه الأسهم إلى أصحابها إلا عند استلام المساهمات و الموجودات التي تقابلها بكاملها ، وقد منع القانون تداول هذا النوع من الأسهم إلا بعد انقضاء سنتين من تاريخ إصدارها.

3- تقييم الأسهم

يتم تقييم الأسهم وفقا لطرق سنذكر أهمها في الآتي :

3-1- تقييم السهم وفق معادلة معامل السعر إلى الربح

هذه طريقة مستخدمة عند المستثمرين لكنها طريقة محدودة وسهلة أيضاً ، فتقييم السهم يتطلب معرفة نسبة معامل السعر إلى الربح ال (P/E) وبه تعرف كم يدفع السوق للسهم المعين بالنسبة لدخله . أما كيفية حساب (P/E) فتأخذ سعر السهم الحالي في السوق وتقسمه على ربحية الشركة عن كل سهم.

3-2- تقييم السهم وفق دخله والعائد عليه

تقوم الشركة بتوزيع الأرباح على المساهمين كالآتي :
سعر السهم (ربح السهم \ سعر السهم)= العائد(%).
حيث العائد هو النسبة المئوية من الأرباح الناتجة عن شراء السهم.

مثال: إذا كانت شركة توزع أرباحا سنوية بمقدار 2 دج عن كل سهم وكان سعر السهم وقت الشراء 50 دج فإن العائد سيكون 4 %.
أي : 2/50=0.04%
ومع هذا لا يعتبر العائد على السهم مقياس كل الاسهم لوحده.

3-3- تقييم السهم وفق نسبة نمو السهم مقارنة إلى نسبة معامل السعر إلى الربح

ان اسهم النمو القوي تجذب المستثمرين وبكثرة مما يرفع (P/E) أي نسبة معامل السعر إلى الربح إلى فوق متوسط (P/E) في السوق ، فهل يعني ذلك ان الاسهم باهظة الثمن؟
الجواب ليس بالضرورة فإذا كان النمو فوق العادة فيمكن ان يكون صعود (P/E) إلى فوق المتوسط له ما يبرره. كيفية حساب (PEG) ان تقسم (P/E) على نسبة النمو المتوقعة في المستقبل.
مثال : إذا كان توقع نمو شركة 15 % في السنة لعدة سنوات آتية وكان (P/E) الحالي 20
فيكون(PEG) = 20\15=1.33
وكلما كان (PEG) اقل كلما كان السهم أفضل.

3-4- تقييم السهم وفق معادلة تقييم سعر السهم بالنسبة لمبيعاته

أثبتت دراسات قام بها محللون ماليون ان معادلة تقييم سعر السهم بالنسبة لمبيعاته (PSR) إذا طبقت على شراء الاسهم بحيث كان (PSR) للأسهم المستثمر فيها منخفض ان هذه الاسهم يفوق ربحها عن أسهم كانت معامل السعر إلى الربح (P/E)فيها منخفض بمعنى ان فاعلية معادلة(PSR) أقوى من فاعلية (P/E) ،بسبب عدم وضوح الأرباح الحقيقية للشركة بسبب تصرف الشركة في نظام المحاسبة عندها مع إمكانية زيادة الربح دفتريا لا واقعيا بالتصرف في الأرقام بالنسبة للاستهلاك والضرائب مما يؤثر سلبا على حقيقة (P/E) فطريقة (PSR) تسهل تقييم الشركات الجديدة التي لا أرباح لديها لكن تنمو نموا مطرد مع أمل ان ينتج هذا النمو عن أرباح مرتفعة مثل شركات الانترنت في بداية ظهورها.

مثال : إذا كانت مبيعات الشركة السنوية مليار دينار ومجموع قيمة أسهم الشركة 900مليون دينار فإنها حينئذ يكون قيمة (PSR) يساوي 0.9 . إذا قيمة (PSR) اقل من واحد فهذا محبب جدا. ويعيب معادلة (PSR) أنها لا تعمل في الشركات التي ليس لها مبيعات مثل البنوك وشركات التامين. ومعظم المستثمرين يبحثون عن (PSR) اثنان فأقل وينبغي النظر إلى (PSR) التاريخي للشركة وللشركات التي في نفس القطاع ولحالة السوق.

3-5- تقييم السهم وفق بطريقة التحليل الأساسي

تعتمد طريقة التحليل الأساسي على الاستثمار في الاسهم لمدة طويلة والنظر في تغير السهم وقطاعه على مر 6 إلى 18 شهرا. كما يعتمد المحللون الأساسيون على النمط العام في الاقتصاد والنظر في حالة القطاع المعين ونوعية السهم وجودته بين منافسيه. وينظرون أيضا إلى مختلف القطاعات بحيث يقوم اختيارهم على أقوى قطاع في الدورة الاقتصادية الحالية.

3-6- تقييم السهم بطريقة التحليل الفني

يعتمد التحليل الفني كما هو معلوم بالتنبؤ بحركة السهم صعودا أو هبوطا في المستقبل، وهو أسلوب يعتمد على الوقت الحالي وينصب اهتمام المحلل على الحركة الحالية للسوق والأسهم. فقرار الشراء والبيع يقوم على حركة السوق والأسهم صعودا أم هبوطا.

قائمة المراجع

- أبو منصف ،الوجيز في الرياضيات المالية ،دار المحمدية العامة ،الجزائر ، 2002.

- السيدة عبد الفتاح اسماعيل وآخرون ،الاستثمار في الأوراق المالية ،جامعة الاسكندرية،الاسكندرية ،2008.

- جمال جويدار الجمل ،الأسواق المالية و النقدية ،دار صفاء للنشر و التوزيع ،عمان ،2002.

- طاهر حيدر حردان ،مبادئ الاستثمار ،دار المستقبل للنشر والتوزيع ،عمان،1997.

- محمود أمين زويل، بورصة الأوراق المالية :موقعها من السوق- أحوالها ومستقبلها،دار الوفاء للطباعة والنشر ،الإسكندرية، 2000 .

- ميرفانا ياسر سلامة،معجم الرياضيات التعريفات العلمية،دار صفاء للنشر والتوزيع،عمان،2009.

- منصور بن عوف عبد الكريم،مدخل إلى الرياضيات المالية ،ديوان المطبوعات الجامعية،الجزائر،1996.

- ناصر دادي عدون ،الرياضيات المالية :دروس نظرية ،دار المحمدية العامة ،الجزائر ،2010.

- ناصر دادي عدون ،الرياضيات المالية :تمارين والحلول ،دار المحمدية العامة ،الجزائر ،2010.

- عبد الغفار حنفى ،إدارة المصارف ،الدار الجامعة الجديدة للنشر ،الإسكندرية ،2002 .

-عبد الغفار حنفى ،الاستثمار في الأوراق المالية ،جامعة عين الشمس ،الإسكندرية ،2000.

- عدنان كريم نجم الدين ، الرياضيات المالية ، دار وائل للطباعة و النشر ، عمان، 2009.

- علي محمد علي عكاشة ،الرياضيات المالية ،دار الرضا للنشر و التوزيع ،مصر،2009.

- شقيري نوري موسى، الرياضيات المالية ، دار المسيرة للطباعة والنشر ، البحرين ، 2011 .

- غازي فلاح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة ، دار المناهج للنشر والتوزيع ، الاردن،2006.

- Black, P Wright, J. Bachman, Gestion de la valeur Actionariale, ed Dunod, Paris 1999.

- Hamet Joanne , Mathématiques Financières, collection e-thèque, édition électronique, France,2003.

- Patrice Fontaine et Hamet Joanne , Les Marchés Financiers

internationaux, coll Que Sais-Je ?,France, 2007.

- Payrard, la Bouse, Veuibert, Paris, 1998.

- Pierre Vernimen, Finance d’entreprise, ed Dalloz, Paris, 1998