Chapitre III OSCILLATIONS LIBRES AMORTIES DES SYSTEMES A UN SEUL DEGRE DE LIBERTE

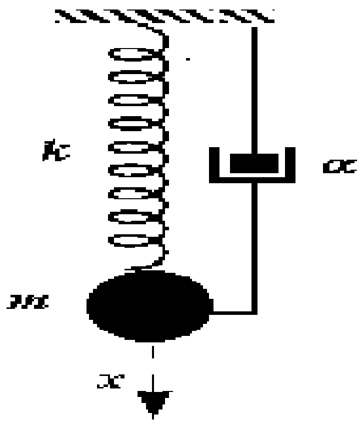
1. Définitions

1.1 Oscillations libres amorties

L'oscillateur est abandonné à lui-même et est soumis à un amortissement du à l'existence d'une force de frottement fluide. Cette force dissipe l'énergie mécanique sous forme chaleur. On parle alors des oscillations amorties .En effet, il ya lieu de constater soit des oscillations dont l'amplitude diminue au cours du temps, soit un retour à l'équilibre sans oscillation.

1.2Amortissement fluide (visqueux)

L'amortissement d'un système (oscillateur) est une atténuation de ses mouvements par dissipation de l'énergie qui les engendre. Il peut être lié de diverses manières à la vitesse**.** L'amortissement fluide ou visqueux se manifeste par une force proportionnelle à la vitesse, de coefficient $\boldsymbol{\alpha}$.



En fait, l'effet d'amortissement est représenté par le symbole en piston auquel on associe un coefficient de frottement α, et le déplacement vertical est repéré par la coordonnée généralisée x (cf. figure ci-contre, représentation d'un oscillateur mécanique)

1.3. Force de frottement visqueux et fonction de dissipation

L'expression des forces de frottement qui s'opposent au mouvement, sont proportionnelle à la vitesse est donnée comme suit : $F_{\boldsymbol{q}} = -\boldsymbol{\alpha}\dot{\boldsymbol{q}}$, Où :

$\boldsymbol{\alpha}$: est le coefficient de frottement visqueux. $\boldsymbol{\alpha}$: $[N.\,s/m]$.

$\boldsymbol{q}$: la cordonnée généralisée du système ;

$\dot{\boldsymbol{q}}$: La vitesse généralisée du système.

Dans les systèmes électriques on trouve le phénomène équivalent avec l'apparition d'un courant de Foucault lorsqu'un conducteur se déplace dans un champ magnétique. L'équivalent électrique du frottement visqueux et la loi d'Ohm $U_R = R\ i$.

Sous l'action des forces de frottements, le système dissipe de l'énergie mécanique sous forme de chaleur, il ya donc une relation entre la force $\boldsymbol{Fq}$ et la fonction de dissipation $\boldsymbol{D}$ d'un côté et la fonction de dissipation et le coefficient de frottement visqueux α :

$$\boldsymbol{F_q = -\frac{\partial D}{\partial \dot{q}} \qquad et\ D = \frac{1}{2}\alpha \dot{q}^2}$$

2. Equation de Lagrange pour les systèmes dissipatifs

Rappelons l'équation de Lagrange associée à un système à un degré de liberté dont l'évolution au cours du temps se ramène à l'étude de la coordonnée généralisée q.

Fq représente la composante suivant q de la résultante des forces généralisées qui ne dérivent pas d'un potentiel.

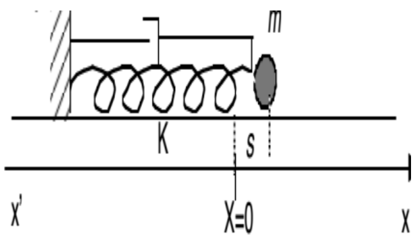
Nous nous intéressons au cas particulier des forces de frottement définies par la force généralisée $F_q = -\alpha \dot{q}$ où α est une constante réelle positive.

L'équation de Lagrange s'écrit alors dans ce cas : $\boldsymbol{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = F_q}$

En tenant en compte de la fonction de dissipation, l'équation de Lagrange dans le cas d'un système amorti devient :

$$\boldsymbol{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{q}}}$$

2.1 Equation différentielle dans le cas d'un système masse ressort amorti



Dans un système masse-ressort (figure ci-contre), les frottements visqueux provoquent une force proportionnelle et opposée en sens à la vitesse : $F_f \; -\boldsymbol{\alpha}$ v

L'étude de ce système amorti se fait de la même façon que précédemment mais en ajoutant la force de frottement visqueux. A une dimension, l'équation de Lagrange s'écrit :

$$\boldsymbol{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{x}}}$$

- La fonction de Lagrange :

$$L = T - U \Longrightarrow L = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 - \frac{1}{2} kx^2$$

- La fonction de dissipation : $D = \frac{1}{2} \alpha \dot{x}^2$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = m\ddot{x} \\ \frac{\partial L}{\partial x} = -kx \\ \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = \alpha \dot{x} \end{cases}$$

En remplaçant dans l'équation de Lagrange on aura :

$$m\ddot{x} + kx = -\alpha\dot{x} \Longrightarrow \ddot{x} + \frac{\alpha}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

C'est l'équation différentielle du mouvement dans le cas d'un système libre amorti.

Le nouveau terme ($\alpha/m\ \dot{x}$) représente la dissipation d'énergie.

Souvent l'équation différentielle est écrite sous une forme dite réduite :

$$\ddot{q} + 2\delta\,\dot{q} + \omega^2{}_0 q = 0$$

Et à une dimension elle s'écrit : $\ddot{x} + 2\delta\,\dot{x} + \omega^2{}_0 x = 0$

- ✓ $\delta = \frac{\alpha}{2m}$ **:** (1/s) : facteur d'amortissement , c' est un coefficient qui caractérise la décroissance de l'oscillation en raison des frottements.
- ✓ $= \frac{\delta}{\omega 0}$, sans unité, représente le rapport d'amortissement
- ✓ ω_0 : est la pulsation propre de l'oscillateur non amorti.

3. Résolution de l'équation différentielle

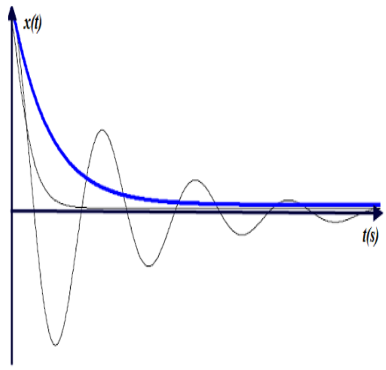
Il s'agit d'une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants sans second membre. La solution générale de l'équation prend la forme :

$$x(t) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}$$

Avec :

$$\begin{cases} r_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - {\omega_0}^2} \\ r_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - {\omega_0}^2} \end{cases} ;$$

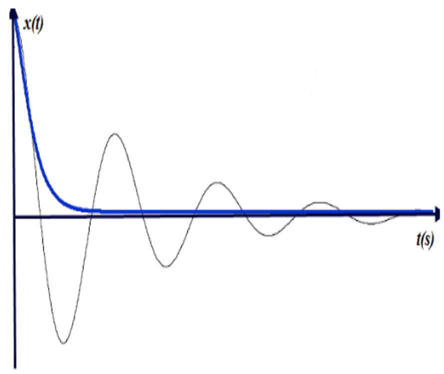
La solution de cette équation dépend de la valeur de δ par rapport à $\boldsymbol{\omega_0}$. On distingue trois régimes : le régime apériodique, le régime critique et le régime pseudo périodique.



- ✓ **Si δ> ω_0: régime apériodique (fortement amorti),** la solution est de la forme :

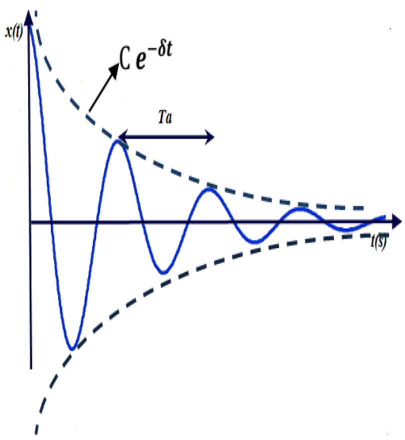
$$x(t) = e^{-\delta t}\left(C_1\, e^{\sqrt{\delta^2-{\omega_0}^2}\,t} + C_2 e^{-\sqrt{\delta^2-{\omega_0}^2}\,t}\right)$$

C_1 et C_2 sont des constantes d'intégration définies par les conditions initiales.- la variation de (t) tend vers zéro sans oscillation quand le temps augmente.



- ✓ **Si δ=ω ($\xi = 1$) régime critique (Amortissement critique** : $r1 = r2 = -\delta$)

La solution est de la forme : $(t) = (\boldsymbol{C1} + \boldsymbol{C2t})\, \boldsymbol{e}^{-\delta t}$), C1 et C2 sont des constantes d'intégration calculées à partir des conditions initiales. La figure II-3 montre la variation de la solution x(t) en fonction du temps. x(t) est une fonction qui tend vers zéro sans oscillation lorsque le temps augmente. Le système revient à sa position d'équilibre le plus rapidement possible.



  - ✓ **Si δ< ω_0** ($0 < \xi < 1$) **régime pseudopériodique :** système faiblement amorti

La solution est de la forme : $(t) = C\, e^{-\delta t}\, (\omega_a t + \varphi)$ avec C , φ sont des constantes d'intégration déterminées à partir des conditions initiales.

ωa est le pseudo pulsation (où pulsation des oscillations amorties**) :**

$$\omega_a = \sqrt{{\omega_0}^2 - \delta^2} = w_0 \sqrt{1 - \xi^2}$$

et **Ta** est appelé la pseudo-période :

$$T_a = \frac{2\pi}{\omega_a} = \frac{2\pi}{\sqrt{{\omega_0}^2 - \delta^2}} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{{\omega_0}^2}}} = \frac{T_0}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

La figure ci contre illustre la variation de x(t) en fonction du temps. On remarque que x(t) est enveloppée par deux fonctions exponentielles. Le lieu des maxima est obtenu en résolvant $\dot{x}(t)=0$. Les maxima de x(t) sont séparés par des intervalles réguliers égaux à Ta. Ta est appelé la pseudo-période. On remarque que la diminution de l'amplitude des oscillations au cours du temps, l'un des effets de l'amortissement est l'augmentation de la période des oscillations. Pour des systèmes faiblement amortis ($\delta \ll \omega 0$), on peut remarquer que $\omega a \approx \omega_0$ et que le pseudo période est peu différente de la période propre : $Ta \approx T_0$

4. ENERGIE D'UN SYSTÈME AMORTI

Un système mécanique soumis à des forces de frottement voit son énergie totale diminuer au cours du temps à cause de travail effectué par ces forces de frottement. Contrairement au cas d'un système libre où l'énergie totale demeure constante, la variation de l'énergie totale dans le temps n'est plus nulle. En effet, cette variation de l'énergie totale dans au cours du temps est égale à la puissance dissipée par la présence de forces de frottement.

4.1. Décroissance de l'énergie au cours du temps

L'énergie décroît donc avec un temps caractéristique (ou temps de relaxation) : τ énergie = 1/ 2 $\boldsymbol{\delta}$ = 1/ 2 τ amplitude. Il est pratique de considérer un temps caractéristique pour la décroissance de l'énergie, tel que l'énergie de l'oscillateur passe de la valeur initiale E_0 à $E_0 / e^2 = 0{,}13\, E_0$ soit 13% (de la valeur initiale).En pratique, il est donc raisonnable de considérer que le mouvement dure un temps égal à environ quatre (04) fois le temps caractéristique (ou temps de relaxation) τ énergie.

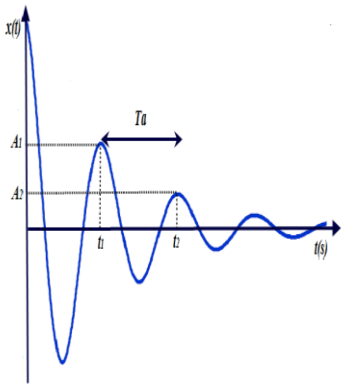
4.2. Décrément logarithmique (Décroissance des amplitudes)

Le décrément logarithmique représente une quantité qui mesure la décroissance des amplitudes pendant une période. Il est définit (cf. figure ci-contre) par le logarithme du rapport des deux amplitudes successives des oscillations amorties :

$$D = ln\frac{A(t_1)}{A(t_2)} = ln\frac{A(t_1)}{A(t_1+T_a)} = -ln\frac{A(t_1+T_a)}{A(t_1)}$$

En remplaçant les formules des amplitudes, on obtient à :

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\delta}\,\mathbf{Ta} = 2\pi\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$



La pseudo-période et le décrément logarithmique n'ont de sens que si le régime est pseudopériodique.

4.3. Facteur de qualité d'un oscillateur amorti

L'oscillateur amorti est caractérisé par les deux paramètres ω_0 et $\boldsymbol{\delta}$. On peut introduire la notion de 'qualité' pour caractériser l'oscillateur, comme la grandeur qui traduit l'aptitude du système considéré à garder son énergie tout en oscillant. En pratique, pour un système faiblement amorti, on utilise un coefficient Q (pour qualité) défini comme : $\mathbf{Q} = 2\pi\frac{\mathbf{Emax}}{|\Delta\mathbf{E}|}$, la qualité est d'autant meilleure que le rapport $\boldsymbol{Emax}/|\boldsymbol{\Delta E}|$ est grand. $Emax$: est l'énergie maximale stockée dans le système.- $|\Delta E|$: est l'énergie perdue par cycle. Plus l'amortissement est faible, plus la qualité du système oscillant est grande. Un système fortement amorti a un facteur Q faible.

- Facteur de qualité du système ($\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{\alpha}$) **faiblement amorti :**

On a **:** **Emax** = $\frac{1}{2}\boldsymbol{m}\,\boldsymbol{\omega^2{}_0}\boldsymbol{x_0}^2$ **et** $\boldsymbol{\Delta E} = -\boldsymbol{\alpha\pi\omega_0 x_0}^2$. En remplaçant dans l'expression de Q, on trouve :

$$Q = 2\pi\frac{\frac{1}{2}m\omega^2{}_0 x_0{}^2}{\pi\alpha x_0^2\omega_0} = \frac{m\omega_0}{\alpha} \Longrightarrow \boldsymbol{Q} = \frac{\boldsymbol{m\omega_0}}{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{\boldsymbol{\omega_0}}{\boldsymbol{2\delta}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\xi}}$$

CE QUI IL FAUT RETENIR

- ✓ L'équation de Lagrange pour les systèmes dissipatifs (pour un mouvement unidimensionnel **x**) :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{x}} \;;\quad D = \frac{1}{2}\alpha\,\dot{x}^2$$

- ✓ Le mouvement oscillatoire amorti unidimensionnel *x* est régit par l'équation :

$$\ddot{x} + 2\delta\,\dot{x} + \omega^2{}_0 x = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \delta = \frac{\alpha}{2m} \\ \xi = \frac{\delta}{w_0} \end{cases}$$

- La solution générale de l'équation prend la forme :

$$x(t) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}$$

Avec

$$\begin{cases} r_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0{}^2} \\ r_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0{}^2} \end{cases};$$

On peut distinguer trois régimes :

- **Régime pseudo périodique (Amortissement faible)** : $\delta < \omega_0$ $(0 < \xi < 1) \Rightarrow \delta^2 - \omega_0^2 < 0$

  ¬ La solution : $(t) = C\, e^{-\delta t}\,(\omega_a\, t + \varphi)$ avec $\omega_a = \sqrt{\omega_0{}^2 - \delta^2}$, $T_a = \frac{2\pi}{\omega_a}$

  ω_a pseudo pulsation et **Ta** : pseudo période
- **Régime critique (Amortissement critique: $\delta = \omega_0$ ($\xi = 1$)**

  ¬ La solution : $(t) = (C1 + C2)\, e^{-\delta t}$ $avec\ \alpha = \alpha_{c} = 2\sqrt{km}$
- **Régime apériodique (Amortissement fort : $\delta > \omega 0$ ($\xi > 1$)** . La solution est :

$$x(t) = e^{-\delta t}\left(D_1\, e^{\sqrt{\delta^2 - w_0{}^2}\,t} + D_2 e^{-\sqrt{\delta^2 - \omega_0{}^2}\,t}\right)$$

- ✓ **Décrément logarithmique** : $D = \delta T$a

- ✓ **Facteur de qualité** : $Q = 2\pi \frac{\text{Emax}}{|\Delta E|}$

5. Exercices

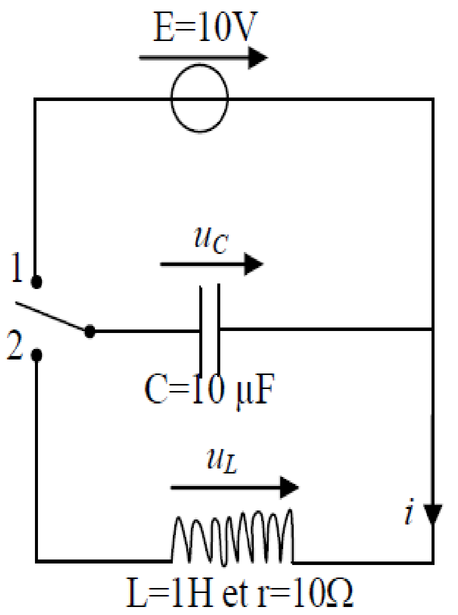
Exercice1

On réalise le montage correspondant au schéma de la figure III.1.On bascule le commutateur en position 1 pour charger le condensateur puis on le bascule en position 2. Avec un système d'acquisition et de traitement, on enregistre la tension $u_c(t)$ dont le graphe est représenté sur la figure III.2. L'enregistrement débute à l'instant de date $t_0 = 0$ s qui correspond au basculement du commutateur en position 2.

1- Comment peut-on expliquer la diminution d'amplitude des oscillations au cours du temps ?

2- Déterminer la valeur de la pseudo-période du signal.

3- Ici on peut considérer que la période propre et la pseudo-période ont la même expression. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur et comparer avec l'indication du fabricant. *On donne* $\pi^2 \approx 10$



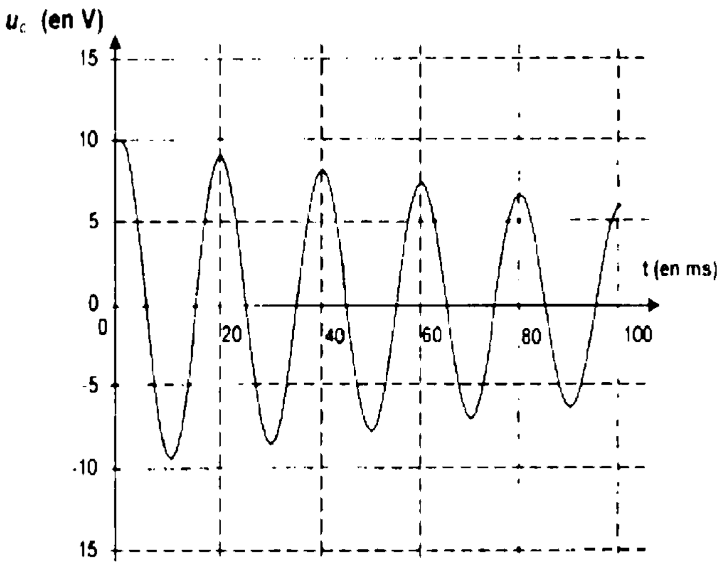


Fig. II.: Circuit LC *Fig. III.2 . Variation de la tension de sortie vs du temps*

Solution

1- La diminution d'amplitude est due à la résistance interne de la bobine. Il y a dissipation d'énergie sous forme de chaleur en raison de l'effet Joule.

2- La pseudo-période vaut T = 20 ms.

3- La pseudo-période ayant même valeur que la période propre, on a : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ $\Rightarrow$

$T_0{}^2 = 4\pi^2(LC) \Rightarrow C = \frac{T_0{}^2}{4\pi^2 L}$ En remplaçant les valeurs de T_0 et L, on trouve :

C = 10 μF qui représente une valeur égale à celle du fabricant.

Exercice2

Dan le système mécanique constitué par une poulie de masse m et de rayon r reliée par deux ressorts de raideur k avec un amortisseur comme illustré à droite (figure III.2°2), de sorte que le monument d'inertie par rapport au centre de masse $I_G = \frac{1}{2}mr^2$.Pour des petites oscillations, déterminer : 1-Le nombre de degré de liberté

2- Démontrer que le Lagrangien (L) peut s'écrire sous la forme : $L = \frac{1}{2}\left(\frac{7}{4}mr^2\right)\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}kr^2\right)\theta^2$ et établir l'équation différentielle du mouvement, la pulsation $\boldsymbol{\omega}_0$ et ξ

3-La pulsation propre des oscillations libres amorties $\boldsymbol{\omega}_a$

4) Pour quelle valeur de la constante d'amortissement le système se trouve en amortissement critique ?

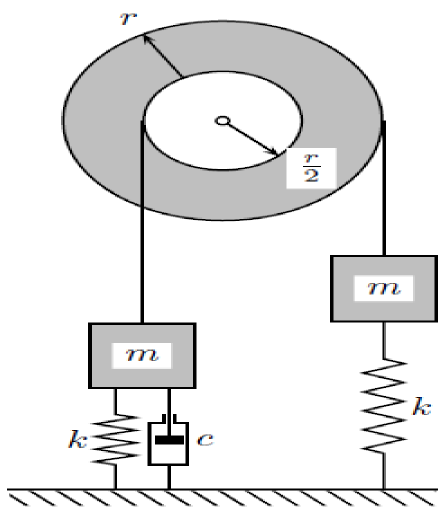


Figure III.3

Solution

1. On choisit les coordonnées (x_1, x_2, θ), où x_1 mesure le déplacement de la première masse dans la direction –j, x_2 mesure le déplacement de la seconde masse dans la direction + j et θ mesure la rotation angulaire de la roue dans la direction k. Cependant, ces trois coordonnées sont liées par les relations suivantes : $x_1 = \frac{1}{2}\, r\, \theta$ $\quad x_2 = r\, \theta$

Le degré de liberté N = nombre de coordonnées – nombre de liaisons (relations) N = 3-2 = 1 : représentant ainsi l'angle θ

2. Les énergies cinétique et potentielle de ce système sont:

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2}\, m\, \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}\, m\, \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}\, \frac{mr^2}{2}\, \dot{\theta}^2,$$
$$\mathcal{V} = \frac{1}{2}\, k\, x_1^2 + \frac{1}{2}\, k\, x_2^2.$$

Le lagrangien du système se réduit à :

$$\mathcal{L} = \mathcal{T} - \mathcal{V} = \frac{1}{2}\left(\frac{7mr^2}{4}\right)\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{5kr^2}{4}\right)\theta^2.$$

3. En outre, la force généralisée résultant de l'amortisseur visqueux devient:

$$F = -\alpha \frac{r^2}{4}\, \dot{\theta}$$

L’équation du mouvement de ce système peut se réduire à la forme :

$$\ddot{\theta} + \frac{\alpha}{7m}\,\dot{\theta} + \frac{5k}{7m}\,\theta = 0$$ Avec : $_{0} = \sqrt{\frac{5k}{7m}}$ pulsation propre et

$\xi = \frac{\alpha}{2\sqrt{35\ km}}$ rapport d‘amortissement

4. Cependant, la pulsation des oscillations amorties est :

$$\omega_a = \sqrt{\omega_0{}^2 - \delta^2} = w_0\sqrt{1-\xi^2}$$

$$= \sqrt{\frac{5k}{7m}}\,\sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{140km}}$$

-Le système est en état critique : $\xi = 1$ donc on peut ecrire $= \frac{\alpha}{2\sqrt{35\ km}} = 1$

Donc : $\alpha = \alpha_{crtique} = \mathbf{2\sqrt{35\ km}}$

Exercice 3

On définit un oscillateur amorti régi par l’équation différentielle suivante :

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + kx = 0$$

Avec *m* est la masse du corps, *k* est le coefficient de rappel et *x* est le déplacement du corps. On lance le système avec une vitesse initiale v_0=25cm/s.

Donc on a : $t = 0$, $x = 0$ et $v_0 = 0$

1- Calculer la période propre du système,

Sachant que : *m*=150g et *k*=3.8N/m.

2- Montrer que si α=0.6 kg/s, le corps a un mouvement oscillatoire amorti

3-Résoudre dans ce cas l'équation différentielle.

4-Calculer le pseudo-période du mouvement.

5-Calculer le temps tm au bout duquel la première amplitude xm est atteint.

6- En déduire x_m .Calculer la vitesse d'une pseudo-période.

Solution

- L'équation du mouvement amorti est de forme : $m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + kx = 0$ qui également s'écrit sous la forme suivante : $\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + kx = 0$ avec $2\lambda = \frac{\alpha}{m}$ et $\omega0^{2} = \frac{k}{m}$, $\omega0 =$ 5 rad/s

- La période propre du système est T_0 :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 1.25 \text{ S}$$

-L'équation différentielle du mouvement se transforme en :

$$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$$

$$\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2 = -21 \prec 0$$

$$Avec$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} = 21$$

Le corps m a un mouvement oscillatoire amorti. La résolution de cette équation différentielle est de forme :

$$x(t) = Ae^{-\lambda t}\cos(\omega t + \varphi)$$

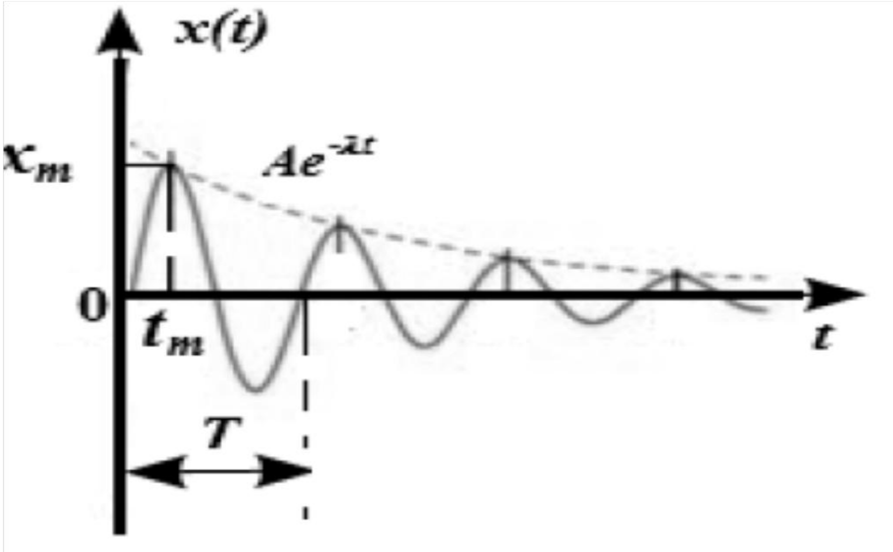
En appliquant les conditions initiales :

A t = 0, x = 0 $\Rightarrow$ $\cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$

A t = 0, $\dot{x} = v0 \Rightarrow A = \frac{v0}{\omega}$ avec $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

La solution finale sera exprimée comme suit :

$$x(t) = Ae^{-\lambda t}\cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \quad x(t) = \frac{v_0}{\omega}e^{-\lambda t}\sin\omega t$$



La figure ci contre représente le mouvement oscillatoire amorti

- La pseudo période se calcule comme suit : $T = 2\pi/\omega = 1.37$ S

- Le temps de la première amplitude t_m IL faut que :
:

$$\dot{x}(t = t_m) = \frac{dx(t)}{dt}\bigg|_{t=t_m} = 0 \Longrightarrow \quad t_m = \frac{Arctg\dfrac{\omega}{\lambda}}{\omega}$$

D'où $t_m = 0.25$ S $\neq \frac{T}{4}$

Exercice 4

Soient les systèmes mécaniques représentés dans la figure III.4 du système en mouvement oscillatoire amorti en rotation et la figure III.5 celui en mouvement oscillatoire amorti en translation**.** Pour des petites oscillations, déterminer pour chaque système :

1- Le Lagrangien

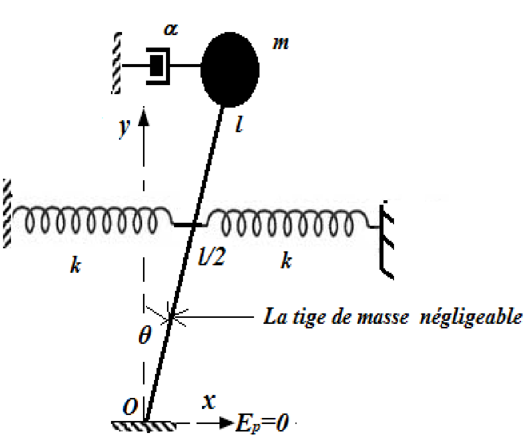
2-L'équation différentielle du mouvement

3-La pulsation propre

4-La solution générale pour un faible amortissement

.

:



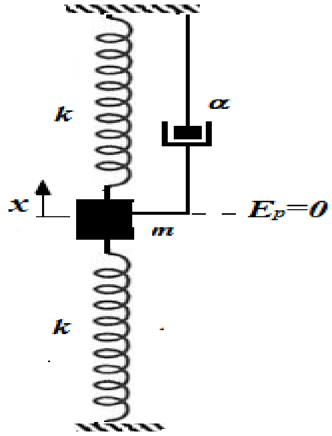


Figure III.4 mouvement amorti en rotation Figure III.5 mouvement en translation

Exercice 5

Une fois le condensateur chargé, on bascule rapidement le commutateur (K) (voir figure III.6) de la position 1 à la position 2 : il prend l'instant du basculement comme nouvelle origine des dates. Le condensateur se décharge alors dans la bobine. A- L'acquisition informatisée des tensions permet de visualiser l'évolution des tensions $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$ en fonction du temps. Après transfert des données vers un tableur-grapheur, on souhaite étudier l'évolution des différentes énergies au cours du temps.

1- Exprimer littéralement, en fonction de i(t), l'énergie magnétique Em emmagasinée dans la bobine.

2- À partir de l'une des tensions enregistrées $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$, donner l'expression de l'intensité instantanée i(t).

3- En déduire l'expression de l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine en fonction de l'une des tensions enregistrées.

4- En déduire l'expression de l'énergie totale et du circuit en fonction des tensions $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$. B-

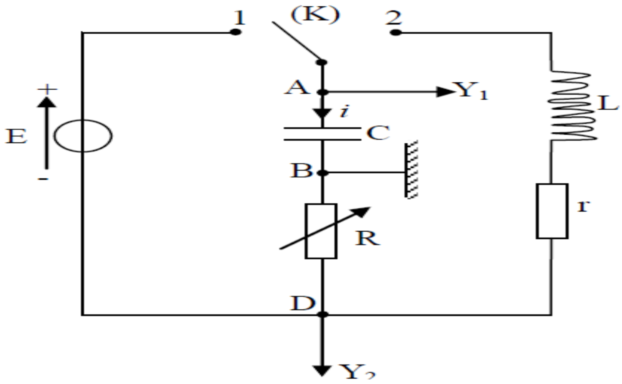


Figure III.6 Circuit RLC

B- A partir du tableur-grapheur, on obtient le graphe de la figure III.7 qui montre l'évolution, en fonction du temps, des trois énergies : E_e énergie électrique, E_m, énergie magnétique et E_T énergie totale.

5- Identifier chaque courbe en justifiant. Quel phénomène explique la décroissance de la courbe 1 ?

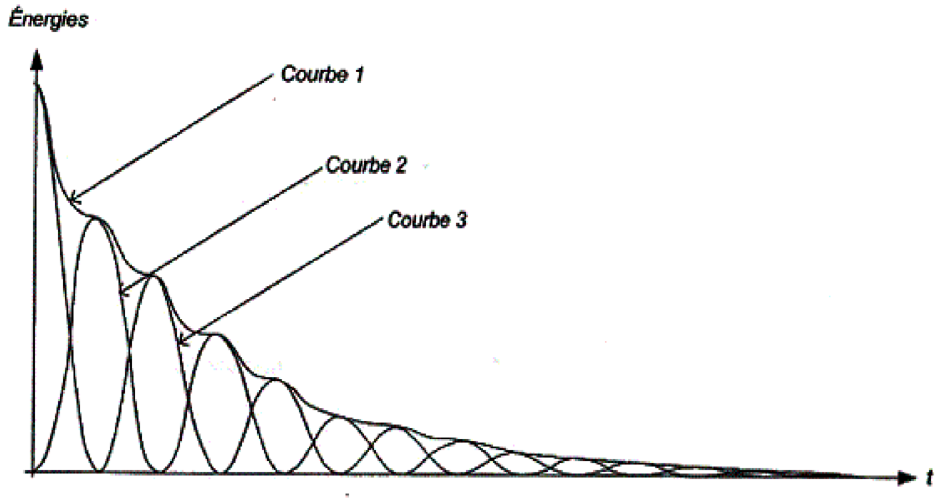


Figure III.7 Evolution des énergies en fonction du temps

Exercice 6

Le système mécanique de la figure III.8 ci-dessous est constitué d'une tige rectiligne AD, homogène, de masse M = 3 kg et de longueur L = 2 m. Cette tige peut tourner, dans le plan vertical, sans frottement, autour d'un axe horizontal B1 fixe. Les extrémités A et D de la tige sont reliées au bâti fixe $B2$ par deux amortisseurs identiques de coefficient de frottement visqueux α. Le point C, milieu de la tige, est relié au bâti $B1$ par un ressort de raideur k. A l'équilibre, la tige est horizontale. Lorsque la tige est écartée de sa position d'équilibre d'un angle θ_0 puislâchée sans vitesse initiale, elle prend un mouvement oscillatoire amorti de pseudo-période 1s. On constate qu'au bout de 5 pseudo-périodes, l'amplitude est égale à 20 % de l'amplitude initiale.

En déduire la valeur numérique de α puis celle de k.

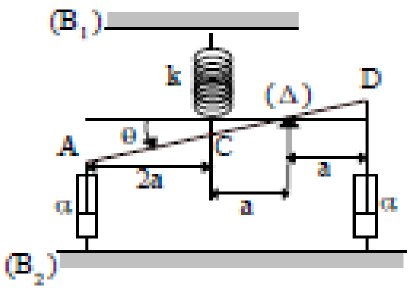


Figure III.8 système mécanique