# Tutorials (TD) Series No2

# Free oscillations of single degree of freedom systems

#### Exercise Nº1

Compare between the natural angular frequency of a k+m mechanical system and an LC electrical system. We give:  $k = 100 \, N/m$ , m = 250 g, L = 0.1 H, C = 100 pF.

## <u>التمرين الأول</u>

academic year 2024/2025 field: ST

module: vibrations and waves

k+m قارن بين النبص الذاتي للنظام الميكانيكي k+m والنظام الكهربائي  $k=100\,N/m$  ,  $m=250\,g$  , L=0.1H ,  $C=100\,pF$ 

#### Exercise Nº2

A vibratory system k+m (arranged horizontally), consisting of a mass m=0.010kg and a spring  $k=36N.m^{-1}$ . At time t=0, we observe that the mass is at 50mm from its equilibrium position in the right side and is still moving to the right with a speed of  $1.7m.s^{-1}$ . Calculate the frequency, amplitude, initial phase and energy of the system. A second system identical to the first one is vibrating with the same amplitude but with a phase advance of  $\pi/2$ , calculate the position and the speed at t=0. At what moment will it then pass through the equilibrium position?

## التمرين الثاني

نظام k+m مهتز يتركب من كتلة m=0.010kg ونابض  $k=36N.m^{-1}$ . الجملة موضوعة بشـكل أفقي. عند اللحظة t=0 الزمنية t=0 نلاحظ أن الكتلة تتلقى إزاحة مقدارها t=0 إلى اليمين من وضع التوازن وتنتقل في نفس الإتجاه بسـرعة t=0. أحسـب التواتر والسعة والصفحة الابتدائية وكذا طاقة النظام. يؤدي نظام مماثل لسـابقه اهتزازا بنفس السعة ولكن بتقدم t=0 في الطور أحسـب الانتقال و السـرعة عند t=0. في أي لحظة سـيمر بعد ذلك بوضع التوازن؟

## Exercise Nº3

- Simplify the system represented in Figure 1 by replacing the springs with an equivalent one  $k_e$   $(k_1 = k_2 = k_3 = k \text{ et } k_4 = 2k)$
- Deduce the nature of motion and its natural angular frequency  $\omega_0$ , which you have to calculate knowing that m = 1kg and k = 150N/m.

#### <u>التمرين الثالث</u>

- $(k_1=k_2=k_3=k$  و  $k_4=2k$ ) .  $k_e$  بسط النظام المبين في الشكل1 وذلك بإيجاد النابضِ المكافئ -
- k=150N/m و m=1kg استنتج طبيعة الحركة و النبض الطبيعي  $\omega_0$  لها ثم أحسبه إذا علمت أن

#### Exercise Nº4

Find the simplified equivalent system of the system shown in fig.2, and then calculate its natural angular frequency. We assume that the mass moves only vertically.

#### التمرين الرابع

#### Exercise №5

A material point of mass m is suspended by two identical stretched springs of free length  $l_0$  and stiffness constant k (fig.3). The set takes a horizontal position such that the two springs will have a length  $l_1$  (the weight of m is neglected compared to the tension force in the two springs)

- a) Calculate  $F_0$  the force exerted by each spring on m.
- b) If the mass m is shifted vertically by x from its equilibrium position so that each spring takes a length *l* corresponding to x, then find the tension force F as a function of x.
- c) Establish the equation of motion of the system in the case where  $x/l_1 \ll 1$  et  $l_0/l_1 \ll 1$ .

## التمرين الخامس

نشـد كتلة نقطية m مابين نابضين متماثلين (الطول الحر  $l_0$  وثابت المرونة k) مع العلم أن النابضين مشـدودين عند النهاية الأخرى كما يوضحه الشـكل 1 . في هذه الحالة يأخذ كل نابض طولا مقداره 1 . إذا اعتبرنا أن ثقل الكتلة مهمل أمام قوة الشـد في النابضين فإن المجموعة تأخذ وضعا أفقيا عند التوازن.

أ- أحسب قوة الشد  $F_0$  التي يطبقها كل نابض على الكتلة m.

ب- تتلقى الكتلة إزاحة شاقولية مقدارها x، فيأخذ النابضين عندها الطول l الذي يوافق مقدار الإزاحة x. جد قوة الشد F بدلالة x.

 $x/{
m l}_1\ll 1$ ت- جد المعادلة التفاضلية للحركة إذا اعتبرنا أن : 1 و  ${
m l}_0/{
m l}_1\ll 1$ 

## Exercise Nº6

A rod of length l and negligible mass is articulated at point O and carrying at its free end a point mass m. At a distance a from O on the rod we connect vertically a spring of stiffness k, its other end is connected to a point A of a fixed frame (fig.4). At static equilibrium, the rod takes a horizontal position  $(\theta=0)$ 

- 1- At this position the spring is it extended or not? Deduce the equilibrium condition.
- 2- Establish the differential equation of weak oscillations and then deduce their period.

#### <u>التمرين السادس</u> :

تتمفصل ساق معدنية طولها *ا وكتلتها مهملة عند النقطة O وتحمل في نهايتها الطليقة كتلة نقطية m . نربط الساق* عند النقطة التي تبعد بمقدار a عن O بنابض شاقولي ثابت مرونته k ومثبت بنهايته الأخرى بمسند ثابت fig.4) A. عند التوازن السكوني تأخذ الساق وضعا أفقيا(θ=0)

1- هل النابض في هذا الوضع مستطيلاً أو مرتخيا؟استنتج شرط التوازن.

2- جد المعادلة التفاضلية للاهتزازات صغيرة السعة ثم استنتج الدور.

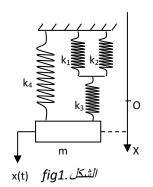
## Exercise Nº7

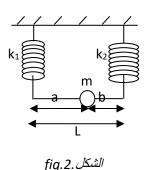
A U-shaped tube of section S contains a liquid of density  $\rho$  and length l in the tube (fig.5)

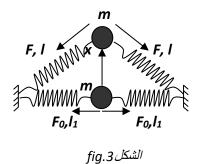
- 1- Establish the differential equation for free vibrations with weak amplitudes
- 2- Deduce their own natural angular frequency.

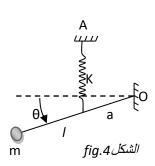
## التمرين السابع:

l وطوله في الأنبوب (على سائل كتلته الحجمية وطوله في الأنبوب  $\rho$  وطوله في الأنبوب الشكل 5). أدرس الاهتزازات صغيرة السعة للسائل وذلك بإيجاد المعادلة التفاضلية والنبض الذاتي لها.









y=0

الشكل. Fig5