



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

*République Algérienne Démocratique et Populaire*

*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la*

*Recherche Scientifique*

*Université Mohamed Boudiaf -M'sila*

*Faculté des sciences*

*Département de physique*



**Cours de *PHYSIQUE***

**Première année SNV (sciences de la Nature et de la Vie)**



***Dr : Mezrag Fadila***

***Maitre de conférences : grade B***

**Année Universitaire 2015/2016**

## AVANT PROPOS

Ce cours a été conçu pour préparer le dossier de l'habilitation Universitaire. Ce cours de physique est destiné aux étudiants de la première année du tronc commun sciences de la nature et de la vie SNV, qui vont être par la suite orientés en deuxième année pour faire les deux filières : biologie et agronomie.

### **Nom de la matière : PHYSIQUE**

Semestre II

(Code M211, 4 Crédits, Coefficient 2)

### **UNITE méthodologique**

Matière 1: PHYSIQUE

Matière 2 : TECHNIQUE DE COMMUNICATION ET D'EXPRESSION TCE

### **Objectifs de l'enseignement :**

Cette matière commence par le premier chapitre où en traite un rappel mathématique, puis traite différents chapitres de la physique qui peuvent servir à la biologie et l'agronomie : mécanique des fluides avec ses deux grandes parties hydrodynamique et hydrostatique le troisième chapitre sera consacré à l'optique géométrique et le quatrième chapitre fait l'objet de notion d'analyse spectrale.

VHG 45 heures

### **Contenu de la matière proposé dans le canevas du ministère**

#### **Chapitre 1 :**

##### **Rappels mathématiques**

- Grandeurs, analyse dimensionnelle
- Vecteurs
- Calcul d'erreurs (Les différents types d'erreurs,
- expression d'erreurs, origine des erreurs
- calcul d'incertitude

#### **Chapitre 2**

##### **Aperçu de mécanique des fluides.**

- Hydrostatique (définitions, pression, poussée d'Archimède, loi de Pascal, pression hydrostatique, appareils de mesure de la pression et applications de la pression hydrostatique

- Hydrodynamique (débit, équation de continuité, énergie mécanique d'un fluide, théorème de Bernoulli et ces applications)

### **Chapitre 3 :**

#### **Optique géométrique**

- Hypothèses fondamentales et notion d'objet et d'image
- Caractéristiques d'un système optique
- Éléments à faces planes
- Éléments à faces sphériques
- Systèmes centrés
- Les instruments d'optique (lentilles minces, œil, microscope, loupe, miroirs sphériques, lunette astronomique)

### **Chapitre 4**

#### **Notions d'analyse spectrale**

#### **Travaux dirigés**

- N°1. Exercice sur la loi de Descart et Snell
- N° 2. Exercice sur les surfaces réfléchissantes (miroir sphérique et plan)
- N° 3. Exercice sur les surfaces réfractantes (dioptr sphérique et plan et lentilles minces)
- N° 4. Exercice sur l'étude de l'œil et la vision
- N° 5. Exercice sur la loi de Pascal (hydrostatique)
- N° 6. Exercice sur la loi de Bernoulli (hydrodynamique)

#### **Travaux pratiques**

- N°1. Optique : Instruments optiques (microscope, lentilles, loupe) Prisme.
- N°2. Spectrométrie ;
- N°3. Oscilloscope ;
- N°4. Mécanique des fluides : Expérience de Reynolds (différents types d'écoulement)  
Loi de Pascal.

Mode d'évaluation : Continu + Examen

## Table des matières

<i>Avant-propos</i> .....	I
<b>Chapitre I</b>	<b>Rappels mathématiques</b>
I-Introduction.....	01
II- Rappels mathématique.....	01
II-1 Grandeurs et Analyse dimensionnelle.....	01
II-1-1 Notion de dimension.....	01
II-1-2 Règles sur les équations aux dimensions.....	01
II-1-3 Les grandeurs physiques dérivées .....	02
II-2 Puissance et racine.....	02
II-3 Périmètres, aires et volumes .....	03
II-4 Les opérateurs.....	04
II-4-1 Notion de différentielle .....	04
II-4-2 L'opérateur gradient.....	04
II-4-3 L'opérateur " nabla.....	04
II-4-4 Opérateur divergence .....	04
II-4-5 Opérateur rotationnel.....	05
II-4-6 Opérateur Laplacien .....	05
II-5 Calcul vectoriel.....	05
II-5-1 Caractéristiques d'un vecteur .....	05
II-5-2 Présentation d'un vecteur .....	06
II-5-3 Vecteur unitaire.....	06

II-5-4 Composantes d'un vecteur .....	06
II-5-5 Liens entre les deux systemes.....	06
II-5-6 Representation dans l'espace.....	07
II-5-7 Les operations sur les vecteurs .....	07
II-5-8 PRODUIT SCALAIRE DANS L'ESPACE.....	08
II-5-9 Produit vectoriel .....	08
II-6 Erreurs et incertitudes .....	09
II-6-1 Définition.....	09
II-6-2 Types d'erreurs.....	09
II-6-3 Calcul statistique.....	09

**Chapitre 2: Aperçu de mécanique des fluides.**

I- INTRODUCTION.....	11
1-Etat de la matière.....	11
2- Mécanique fluides .....	11
II- QUELQUES DEFINITIONS.....	12
1- Fluide.....	12
III- PROPRIETES PHYSIQUES DES FLUIDES.....	12
III-1 Les densités .....	12
III-2 Viscosité.....	13
IV- STATIQUE DES FLUIDES ou HYDROSTATIQUE.....	14
IV-1 Pression d'un fluide.....	14
IV-2 Principe d'Archimède.....	14
IV-3 Equation Fondamentale de l'Hydrostatique LOI DE PASCAL ...	15
IV-4 Dispositifs de mesure de la pression .....	16.
V- DYNAMIQUE DES FLUIDES ou HYDRODYNAMIQUE .....	17
V-DEFINITIONS.....	17
1- Débit.....	17
2- Débit-masse .....	17
3- Débit-volume.....	17

4- Relation entre $q_m$ et $qv$ .....	17
V-2 ÉQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE OU EQUATION DE CONTINUTE.....	17
1. Expression du débit en fonction de la vitesse $v$ .....	17
2. Vitesse moyenne.....	17
3. Conservation du débit.....	18
V-3 THEOREME DE BERNOULLI POUR UN ECOULEMENT PERMANENT D'UN FLUIDE PARFAIT INCOMPRESSIBLE.....	18
V-4 APPLICATION DU THEOREME DE BERNOULLI .....	19
V-5 LES DIFFERENTS REGIMES D'ECOULEMENT NOMBRE DE REYNOLDS.....	20
V-6 PERTES DE CHARGE .....	21
V-7 THEOREME DE BERNOULLI APPLIQUE A UN FLUIDE REEL AVEC PERTES DE CHARGE.....	22
V-8 LA FORCE DE TENSION SUPERFICIELLE.....	23

**Chapitre 3: Optique géométrique**

I- INTRODUCTION.....	25
II- FAISCEAU LUMINEUX.....	25
III- INDICES DES MILIEUX.....	26
III-1 Dioptré.....	26
IV- LOIS GENERALES DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE.....	27
IV-1 Lois de Snell-Descartes.....	27
1- Première loi de Descartes.....	27
1-1 Plan d'incidence.....	27
1-2 Deuxième loi de Descartes.....	27

1.2.1. Loi relative au rayon réfléchi.....	28
1.2.2. Loi relative au rayon réfracté.....	28
1-3 Réfraction limite réflexion total :.....	28
1-3-1 Cas ou $n_1 < n_2$ .....	28
1-3-2 Cas ou $n_1 > n_2$ .....	29
V- SYSTEMES OPTIQUES .....	29
V-1 Miroir plan.....	29
V-2 Miroir sphérique.....	30
V-2-1 Notion de foyer .....	30
V-3 Formation d'image dans un miroir .....	30
V-3-1 Formation d'image dans un miroir plan.....	30
1- Objets et images ponctuels.....	30
2- Objets et images étendus.....	30
V-3-2 Formation d'image dans un miroir sphérique.....	31
1- Miroir concave.....	31
2- Miroir convexe.....	31
VI- FORMULE DE CONJUGAISON DE DESCARTES.....	31
VI-1 Le grandissement.....	32
VI-2 Construction des rayons optiques .....	32
VII- LES LENTILLES .....	33
VII-1 Passage de la lumière à travers une lentille convergente	
Mince.....	33
VII-2 Relations des lentilles et formation d'image.....	34

**Chapitre 4 Notion d'analyse spectrale**

I- INTRODUCTION.....35

II- SPECTRE ELECTROMAGNETIQUE.....35

    II-1 Domaines du spectre électromagnétique.....35

III- Loi de BEER-LAMBERT.....36

    III-1 Applications de la loi de beer-lambert.....36

IV- SPECTROPHOTOMETRIE ATOMIQUE.....37

    IV-1 Spectrophotométrie d'absorption atomique.....37

    IV-2 Spectrophotométrie d'émission de flamme .....38

    IV-3 Absorption atomique .....38

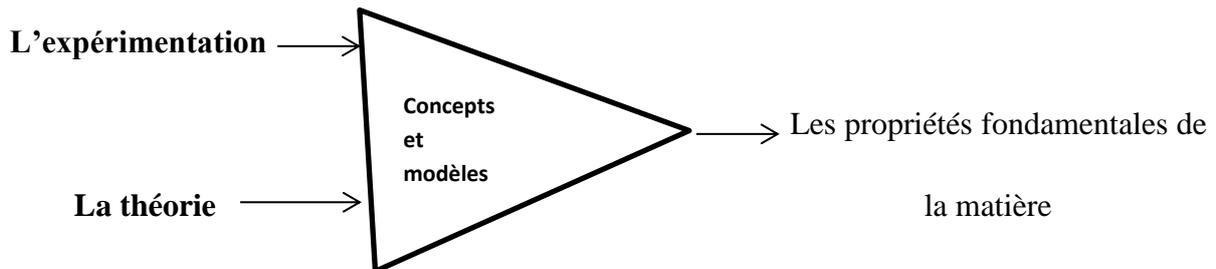
    IV-4 Spectrophotométrie moléculaire IR.....39

**Références bibliographiques**

## Chapitre 1: Rappels mathématiques

### I- Introduction

Les physiciens observent, mesurent et modélisent le comportement et les interactions de la matière à travers l'espace et le temps, leur effort consiste à rendre le monde observable donc mesurable. La physique est une science qui étudié par l'expérimentation, la théorie et par le développement des concepts, les propriétés fondamentales de la matière.



### II- Rappels mathématique

#### II-1 Grandeurs et Analyse dimensionnelle

##### II-1-1 Notion de dimension

La connaissance de la dimension d'une grandeur  $G$  renseigne sur sa nature physique. La dimension de la grandeur  $G$  se note  $[G]$ .

**Exemple:** Si  $G$  est une masse, alors  $[G] = M$ , elle a la dimension d'une masse; on dit aussi qu'elle est homogène à une masse.

La relation  $[G] = M$  correspond à **l'équation aux dimensions** de la grandeur  $G$ .

Si  $[G] = 1$ , la grandeur est dite sans dimension ou de dimension 1.

##### II-1-2 Règles sur les équations aux dimensions

Grandeur	Dimension associée	Unité SI
Longueur	L	mètre (m)
Masse	M	kilogramme (kg)
Temps	T	seconde (s)
Intensité du courant électrique	I	ampère (A)
Intensité lumineuse	J	candela (Cd)
Température	$\theta$	kelvin (K)
Quantité de matière	N	mole (mol)

7 grandeurs fondamentales du système international

**Quelques caractéristiques**

- ✓ On ne peut additionner que des termes ayant la même dimension .
- ✓ La dimension du produit de deux grandeurs est le produit des dimensions de chacune des grandeurs:  $[AB] = [A][B]$ .
- ✓ La dimension de  $A^n$  est égale à  $[A]^n$  où n est un nombre sans dimension.
- ✓ Pour les fonctions suivantes:  $\sin(u)$ ,  $\cos(u)$ ,  $\tan(u)$ ,  $\ln(u)$ ,  $\log(u)$  et  $e^u$  , la grandeur u est sans dimension.
- ط L'équation aux dimensions de toute grandeur G peut se mettre sous la forme:

$$[G] = L^a M^b T^c I^d J^e \theta^f N^g$$

**II-1-3 Les grandeurs physiques dérivées**

Les grandeurs physiques dérivées sont toutes les grandeurs physiques qui dépendent des grandeurs fondamentales.

Exemple : La vitesse = Longueur /Temps  $[v]=LT^{-1}$

La force = Masse. Longueur/Temps  $[F]=MLT^{-2}$

Le volume = Longueur.Longueur.Longueur  $[V] = L^3$

**Application** vérification de l'homogénéité de l'expression de la période d'un pendule simple :

$$T_0 = 2 \pi \sqrt{1/g}$$

L'expression est « dimensionnellement juste» si :  $[T_0] = [\sqrt{1/g}]$

La dimension du premier terme de l'égalité est  $[T_0] = T$ .

L'équation aux dimensions du second terme peut s'écrire :

$$[\sqrt{1/g}] = [\sqrt{1}] / [\sqrt{g}] = [1]^{1/2} [g]^{-1/2} \quad \text{avec } [1]^{1/2} = L^{1/2}$$

Sachant que  $\Sigma F_{\text{ext}} = m.a$  , si  $\Sigma F_{\text{ext}} = P = m.g$  alors  $[P] = [m][g] = [m][a]$

soit  $[g] = [a] = LT^{-2}$  . En remplaçant  $[1]$  et  $[g]$  dans l'équation aux dimensions de  $[1]^{1/2} [g]^{-1/2}$  ,

on obtient :  $L^{1/2} L^{-1/2} (T^{-2})^{-1/2} = T$

L'expression  $T_0 = 2 \pi \sqrt{1/g}$  est homogène car les deux termes de l'équation ont la même dimension, celle d'un temps.

**II-2 Puissance et racine**

Pour tout nombre a non nul et n entier positif, on a :

$$a^n = a \times a \times a \dots \times a \quad ; \quad a^1 = a \quad ; \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad ; \quad a^0 = 1$$

Soit deux nombres  $a > 0$ ,  $b < 0$  et deux entiers naturels m et n. On a :

1)  $a^n \times a^m = a^{n+m}$     2)  $(a \times b)^n = a^n \times b^n$     3)  $(a^m)^n = a^{m \times n}$     4)  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$

5)  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$  C'est la racine nième de a  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$

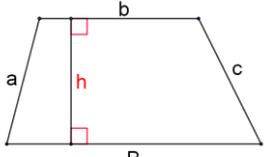
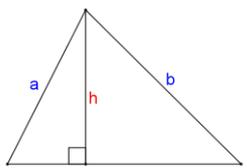
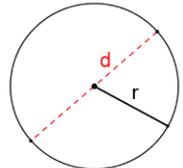
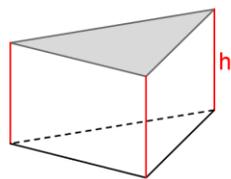
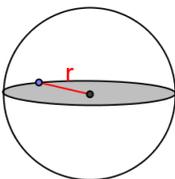
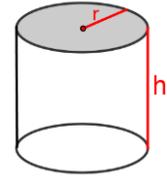
$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, (\sqrt{a})^2 = a \quad \sqrt{c^2} = |c|$

La racine n nième  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

**II-3 Périmètres, aires et volumes**

Les différents solides et figures planes qu'on va rencontrer dans cette matière sont les suivants:

Figures Planes		
<p><b>Le trapèze</b></p>  <p>Perimetre = <math>a + b + c + B</math> Aire = <math>\frac{(B + b) \times h}{2}</math></p>	<p><b>Le triangle</b></p>  <p>Périmètre = <math>a + b + c</math> Aire = <math>\frac{c \times h}{2}</math></p>	<p><b>Le cercle</b></p>  <p>Longueur du cercle = <math>d \times \pi</math> ou <math>2 \pi r</math> Aire du disque = <math>\pi r^2</math></p>
Solides		
<p><b>Le prisme</b></p>  <p>Volume = Aire de la base x h Aire latérale = périmètre de la base x h</p>	<p><b>La boule</b></p>  <p>Volume = <math>\frac{4}{3} \pi r^3</math> Aire de la sphère = <math>4 \pi r^2</math></p>	<p><b>Le cylindre</b></p>  <p>Volume = <math>\pi r^2 h</math> Aire latérale = <math>2 \pi r h</math></p>

**II-4 Les operateurs**

Les opérateurs sont destinés à décrire les variations spatiales d'un champs scalaire ou vectoriel.

- Un champ scalaire définie par le scalaire U(M,t) en tout point de l'espace.

**Exemple:** Le champ  $T^\circ$ , de pression  $P$ , de potentiel  $V$ .

- Un champ vectoriel définie par le vecteur  $\vec{A}(M,t)$  en tout point de l'espace.

**Exemple:** Champ de pesanteur  $g$ , champ de vitesse, champ électrique, champ de force.....

### II-4-1 Notion de différentielle

Soit une fonction  $f(x, y, z)$ , nous appellerons différentielle totale exacte de  $f$

(notation  $df$ ) la quantité  $df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$  où :

$\frac{\partial f}{\partial x}$  est la dérivée de  $f$  par rapport à  $x$ , les variable  $y$  et  $z$  étant considérées comme des constantes dans la dérivation (prononciation *d rond f sur d rond x*).

$\frac{\partial f}{\partial y}$  est la dérivée de  $f$  par rapport à  $y$ , les variables  $x$  et  $z$  étant considérées comme des constantes dans la dérivation.

$\frac{\partial f}{\partial z}$  est la dérivée de  $f$  par rapport à  $z$ , les variables  $x$  et  $y$  étant considérées comme des constantes dans la dérivation.

La différentielle apparaît comme la somme des différentielles partielles.

**II-4-2 L'opérateur gradient :** étant donné un champ scalaire dont la valeur en un point  $M(x,y,z)$  est  $f(x, y,z)$ , on appelle gradient du champ scalaire  $f$  le vecteur

$$\overrightarrow{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k} = \vec{\nabla} f$$

où  $\vec{i}, \vec{j}$  et  $\vec{k}$  sont les vecteurs unitaires de la base cartésienne habituelle.

**II-4-3 L'opérateur " nabla "  $\vec{\nabla}$**  définie par :

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad \text{Où} \quad \vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

**II-4-4 Opérateur divergence :**

Soit un vecteur  $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$  où les composantes sont des fonctions des variables  $x, y$  et  $z$ . On appelle divergence du vecteur  $\vec{A}$  le scalaire :

$$\text{div } \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = \vec{\nabla} \cdot \vec{A}$$

**II-4-5 Opérateur rotationnel :** Etant donné un champ de vecteur

$$\vec{A} = A_x(x, y, z)\vec{i} + A_y(x, y, z)\vec{j} + A_z(x, y, z)\vec{k}$$

On appelle rotationnelle du vecteur  $\vec{A}$  le vecteur :

$$\vec{rot} A = \left[ \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right] \vec{i} + \left[ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] \vec{j} + \left[ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right] \vec{k} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$$

C'est le produit vectoriel de

l'opérateur nabla et du vecteur  $\vec{A}$

**II-4-6 Opérateur Laplacien :**

Soit une fonction  $f(x, y, z)$  c'est à dire une fonction de trois variables indépendantes  $x, y$  et  $z$ . Par définition

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Le Laplacien d'un champ s'obtient en appliquant deux fois l'opérateur nabla, et il est noté.

$$\Delta f = \nabla(\nabla f) = \nabla^2 f$$

**Exemple de calcul de l'opérateur gradient**

Soit une fonction  $f$ , définie par  $f=3x^2+7y+2z^3+3xy$  en coordonnée cartésienne. Calculer la formule littérale du gradient, puis sa valeur au point  $(3,-2,5)$ .

On applique donc la formule du gradient en coordonnée cartésienne pour les différentes directions:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 6x + 3y ; \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 7 + 3x ; \quad \frac{\partial f}{\partial z} = 6z^2$$

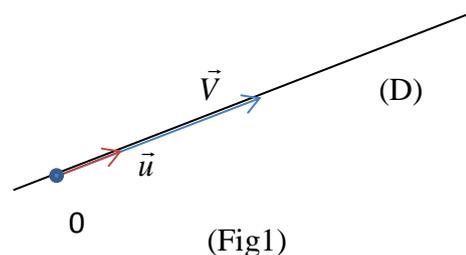
$$\vec{grad} f = (6x + 3y)\vec{i} + (3x + 7)\vec{j} + 6z^2\vec{k}$$

Pour avoir la valeur de ce gradient au point  $(3,-2,5)$ , il suffit de calculer la fonction ainsi obtenue en ce point :  $\vec{grad} f(3,-2,5) = 12\vec{i} + 16\vec{j} + 150\vec{k}$

### II-5 Calcul vectoriel

#### II-5-1 Caractéristiques d'un vecteur

Un vecteur est une grandeur définie par : (Fig1)

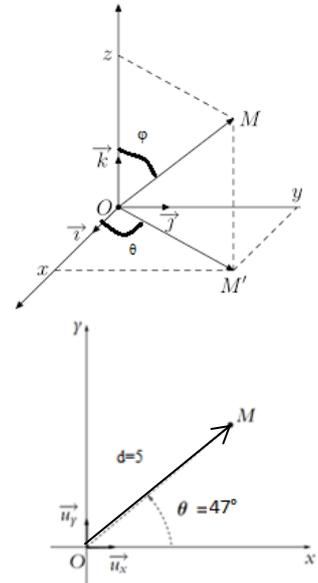


(Fig1)

- Une origine O : Ou point d'application
- Une direction : (Celle de la droite D )
- Un module : C'est longueur du vecteur  $\vec{V}$  noté  $|\vec{V}|$
- Un sens : Celui indiqué par la flèche

**II-5-2 Présentation d'un vecteur :**

Dans l'espace deux angles sont nécessaires pour définir un vecteur.



Dans le plan un angle et la longueur du vecteur sont suffisant pour présenter un vecteur.

**II-5-3 Vecteur unitaire :**

Un vecteur unitaire  $\vec{u}$  est un vecteur dont le module est égal à 1, il a le même sens et la même direction que le vecteur  $\vec{V}$

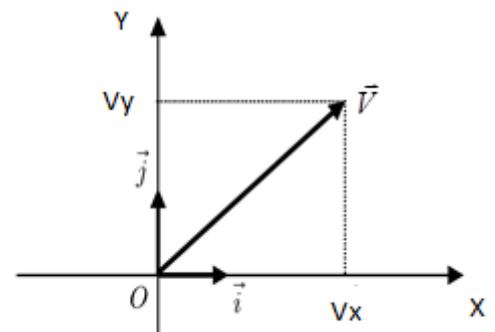
$$\vec{V} = |\vec{V}| \cdot \vec{u} \Rightarrow \vec{u} = \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|}$$

**II-5-4 Composantes d'un vecteur :**

Tout ensemble de vecteur dont l'addition donne le vecteur  $\vec{V}$  constitue les composantes d'un vecteur  $\vec{V}$

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} \quad \vec{i} \text{ et } \vec{j} \text{ sont les vecteurs unitaires relatifs aux deux axes X et Y}$$

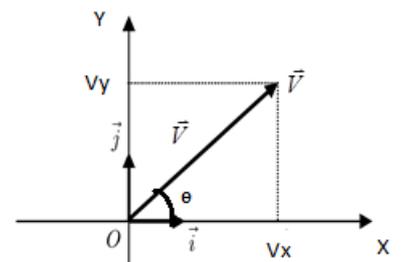
$V_x, V_y$  sont les projections orthogonales de ce vecteur sur les deux directions (X,Y) on note  $\vec{V} (V_x, V_y)$  Un vecteur peut être représenté par un angle et son module appelé aussi norme  $\vec{V} = (|\vec{V}|, \theta)$



**II-5-5 Liens entre les deux systemes**

$$|\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{V_y}{V_x} \Rightarrow \theta = \text{artg } \frac{V_y}{V_x} ; \quad \text{La représentation du vecteur } \vec{V} \text{ en}$$



coordonnées polaires est  $\vec{V} = (|\vec{V}|, \theta)$

$V_x = |\vec{V}| \cos \theta$  ;  $V_y = |\vec{V}| \sin \theta$  ; La représentation du vecteur  $\vec{V}$  en coordonnées cartésiennes est  $\vec{V} = (V_x, V_y)$

**Application**

$\vec{V} = (-2, 3)$        $V_x = -2$        $|\vec{V}| = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$   
                                   $V_y = 3$

$\sin \theta = \frac{V_y}{|\vec{V}|} = \frac{3}{\sqrt{13}}$  ;  $\cos \theta = \frac{V_x}{|\vec{V}|} = \frac{-2}{\sqrt{13}}$     d'où  $\theta = 123,7^\circ$

**II-5-6 Représentation dans l'espace**

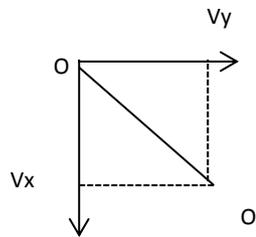
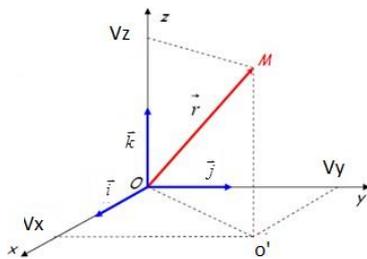


Fig 1

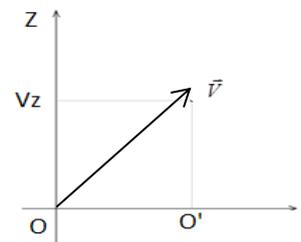


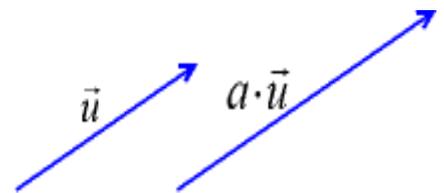
Fig2

D'après la figure 1 on a :

$OO' = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$  la figure 2 montre que  $|\vec{V}| = \sqrt{OO'^2 + V_z^2} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$  cette expression montre bien que les composantes du vecteur  $\vec{V}$  sont  $V_x, V_y, V_z$

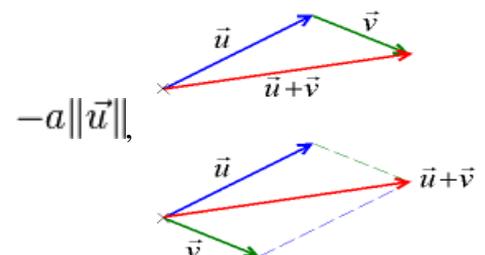
**II-5-7 Les opérations sur les vecteurs :**

Le terme « scalaire » désigne ici un nombre réel. Le produit d'un vecteur  $\vec{u}$  par un scalaire  $a$  est un vecteur noté  $a\vec{u}$



Ce vecteur est égal à  $\vec{0}$  si  $\vec{u} = \vec{0}$  ou si  $a = 0$ . Sinon :

- il est de même direction, de même sens que  $\vec{u}$  et de longueur  $a||\vec{u}||$ , si  $a > 0$
- de même direction, de sens contraire et de longueur  $-a||\vec{u}||$ , si  $a < 0$ .



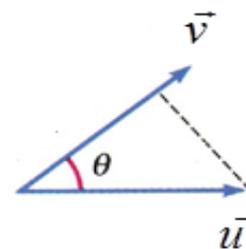
Le produit d'un vecteur par un scalaire est distributif sur l'addition des scalaires  
 $(a + b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u}$ .

La somme de deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  est un vecteur, noté  $\vec{u} + \vec{v}$ , qui est construit de la manière suivante : on amène l'origine du deuxième vecteur à l'extrémité du premier, la somme est le vecteur qui joint l'origine du premier vecteur à l'extrémité de second. Il s'agit du troisième côté d'un triangle formé par les deux premiers vecteurs.

**II-5-8 PRODUIT SCALAIRE DANS L'ESPACE**

**a. Calcul à partir des coordonnées**

Dans un repère orthonormal, soit  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$  deux vecteurs non nuls.



$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$$

Si  $\theta$  est l'angle entre les deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  le produit scalaire de ces deux vecteurs peut être calculer comme suit :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos \theta$$

**II-5-9 Produit vectoriel :** Soit  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs de l'espace, dans un repère orthonormé **direct**.

On définit le produit vectoriel de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  (et l'on note  $\vec{u} \wedge \vec{v}$  ou  $\vec{u} \times \vec{v}$ ) de la façon suivante :

- Si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires,  $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$
- Sinon,  $\vec{u} \wedge \vec{v}$  est le vecteur :
  - orthogonal à  $\vec{u}$  et à  $\vec{v}$
  - tel que  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} \wedge \vec{v})$  est une base **directe** de l'espace.
  - $|\vec{u} \wedge \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \sin(\vec{u}, \vec{v})$

Dans un repère orthonormé direct, soit  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$  deux vecteurs non nuls. Alors  $\vec{u} \wedge \vec{v}$  a

pour coordonnées  $\begin{pmatrix} yz' - y'z \\ xz' - x'z \\ xy' - x'y \end{pmatrix}$

**Exemple :**

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{u} \wedge \vec{v} \begin{pmatrix} 2 \times 2 - (-3) \times 0 \\ 0 \times 2 - (-3) \times (-3) \\ 0 \times 0 - 2 \times (-3) \end{pmatrix} \text{ d'où } \vec{u} \wedge \vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ -9 \\ 6 \end{pmatrix}$$

### II-6 Erreurs et incertitudes :

Toute mesure comporte des erreurs et un résultat expérimental n'a de valeur si l'on ne détermine pas l'ordre de grandeur de l'erreur globale commise.

**II-6-1 Définition :** L'erreur est la différence entre la grandeur réelle et celle mesurée.

$$\delta_e = x_r - x_m$$

Où  $x_r$  : est la valeur réelle

Et  $x_m$  : est la valeur mesurée (expérimentalement c'est la valeur moyenne).

### II-6-2 Types d'erreurs

**a-Erreurs systématiques :** Ce sont des erreurs qui affectent le résultat de mesure constamment et dans le même sens ils sont dues à :

- ✓ L'expérimentateur (erreur de lecture)
- ✓ Erreurs constructives (précision des appareils de mesure)
- ✓ Erreurs provoquées par les conditions de travail ( contact, milieu, champs extérieurs, connexions.....). Il est possible de les corrigées.

**b- Erreurs fortuites :** ce sont des erreurs du a la manipulation et la manière d'expérimentation, ainsi que d'autres paramètres. Pour les corrigées, on fait plusieurs mesures.

### II-6-3 Calcul statistique

**a-La moyenne :** Définit comme étant le rapport de la somme arithmétique d'un nombre « n » de mesures à leur nombre, qu'on peut exprimer comme suit :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

**b-Ecart moyen absolu :** Définit comme étant la moyenne des écarts des valeurs mesurées à leur moyenne, exprimé par :

$$\Delta \bar{x} = \frac{\left[ |x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + |x_3 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}| \right]}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

**c-Ecart quadratique moyen (écart type) :** on définit la variance comme étant la moyenne des carrés des écarts des mesures à leur nombre noté «  $\sigma^2$  » qui s'exprime comme suit :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)^2}{n-1} - \frac{n(\bar{x})^2}{n-1}$$

Alors que l'écart type est défini comme la racine carrée de la variance

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i)^2}{n-1} - \frac{n(\bar{x})^2}{n-1}}$$

**d- Incertitude absolue :** c'est la valeur maximale que peut prendre une erreur

$$\Delta x = \max(|\delta_e|)$$

Si la grandeur à mesurer dépend de plusieurs variables,  $x=f(a,b,c,...)$ , l'incertitude absolue sera donnée par l'expression suivante :

$$\Delta x = \left| \frac{\partial f}{\partial a} \right| \Delta a + \left| \frac{\partial f}{\partial b} \right| \Delta b + \left| \frac{\partial f}{\partial c} \right| \Delta c + \dots$$

**e-Incertitude relative (précision):** c'est le rapport de l'incertitude absolue à la valeur moyenne, et donnée par : «  $\frac{\Delta x}{x}$  ». C'est le taux d'erreur commise par rapport à la valeur de la grandeur mesurée.

**Remarque :**

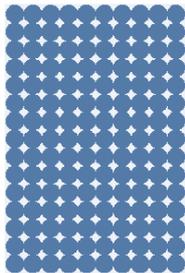
la valeur mesurée s'écrit sous la forme suivante :  $x = \bar{x} + \Delta x$

## Chapitre 2: Aperçu de mécanique des fluides

### I- INTRODUCTION

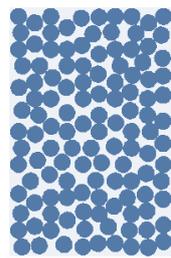
#### 1- Etat de la matière

La matière peut exister en général sous 3 états différents : solide, liquide et vapeur (ou gaz). L'état sous lequel se trouve la matière dépend de 2 paramètres : la température et la pression. Quand la matière passe d'un état à un autre on dit tout simplement qu'il y a changement d'état. La matière est constituée de petites particules (atomes ou molécules selon la matière) : par exemple l'eau est constituée de molécules d'eau; le fer, lui est constitué d'atomes de fer.



#### **Solide:**

Particules  
ordonnées  
condensées  
liées



#### **Liquide:**

Particules  
ordre local  
condensées  
peu liées

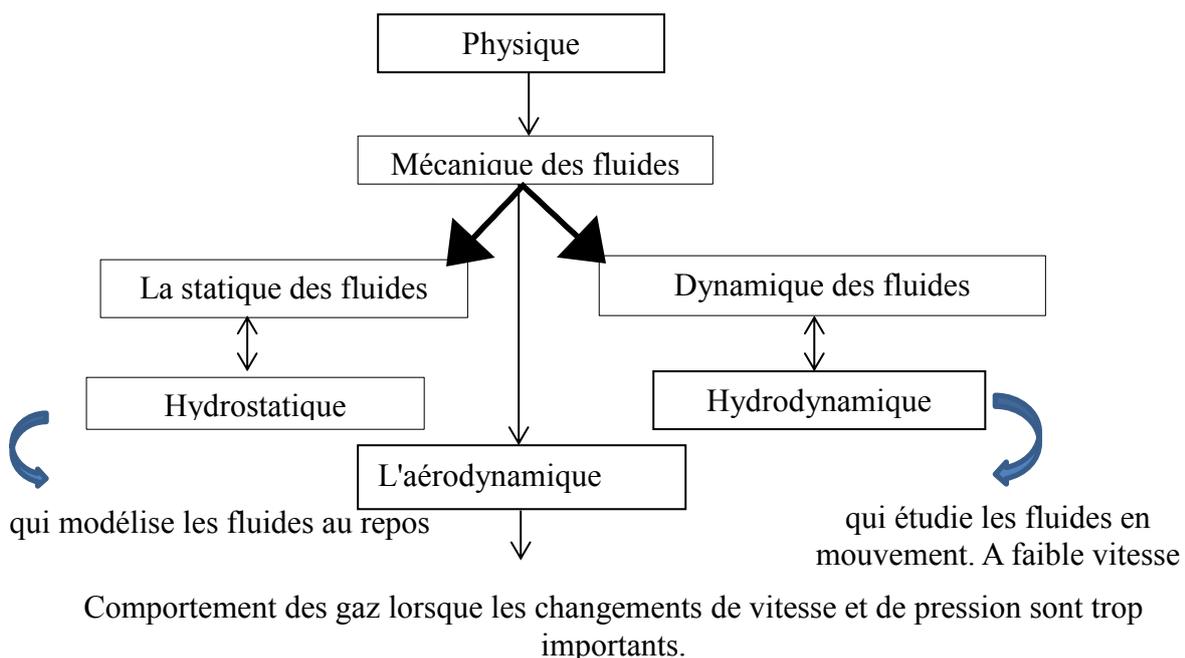


#### **Gaz:**

Particules  
désordonnées  
espacées  
non liées

#### 2- Mécanique des fluides :

La mécanique des fluides est partie des sciences physiques qui étudie le comportement des fluides au repos ou en mouvement comme le montre le diagramme ci-dessous.



**II. QUELQUES DEFINITIONS :**

**1- Fluide** On appelle fluide un corps susceptible de s'écouler facilement. Un fluide doit donc être déformable ; c'est-à-dire qu'il n'a pas de forme propre. L'état fluide englobe donc principalement deux états physiques :

- l'état gazeux
- l'état liquide

**a- Fluide parfait**

C'est un fluide dans lequel ne s'exerce aucune force de frottement. Pas de phénomène de viscosité.

**b- Fluide réel :** Le glissement des molécules les unes sur les autres entraîne des forces de frottement dues au phénomène de Viscosité , l'écoulement se fait avec un dégagement de chaleur.

**c- Fluide incompressible :** Fluide dont le volume ne dépend pas (ou très peu) de la pression. Les lois sur les fluides incompressibles ne seront donc pas valables pour les gaz.

**III- PROPRIETES PHYSIQUES DES FLUIDES :****III-1 Les densités**

La Densité d'un fluide est la quantité de matière contenue dans une unité de volume de cette substance . Elle peut être exprimée de différentes manières :

**a- Densité de masse ou ‘ Masse Volumique ‘ :**

$$\rho = \frac{M}{V} \quad \text{Unités : kg/m}^3 \quad \text{Dimensions : ML}^{-3}$$

Valeurs Particulières :

- Eau :  $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$
- Mercure :  $\rho_{Hg} = 13546 \text{ kg/m}^3$

**b- Poids Spécifique :**

$$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{Mg}{V} \Rightarrow \gamma = \rho g \quad \text{Unités : N/m}^3 \quad \text{Dimensions : ML}^{-2}\text{T}^{-2}$$

Valeurs Particulières :

- Eau :  $\gamma_w = 9814 \text{ N/m}^3$
- Mercure :  $\gamma_{Hg} = 132943 \text{ N/m}^3$

**c- Densité Relative :**

Elle représente la masse spécifique d'une substance exprimée par rapport à celle d'une substance de référence : L'eau :

$$D = \frac{\rho}{\rho_w} \quad \text{Unité : Adimensionnel ( sans unité )}$$

Valeurs Particulières :

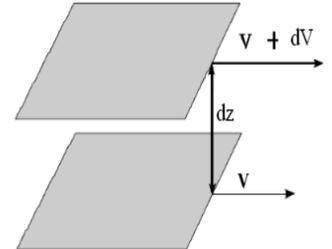
- Eau :  $D_w = 1$
- Mercure :  $D_{Hg} = 13,6$

### III-2 Viscosité

#### a- Viscosité dynamique

Deux couches de fluide circulent parallèlement à des vitesses différentes.

La force de frottement que chacune exerce l'une sur l'autre est :



$$F = \eta \cdot S \cdot \frac{\Delta v}{\Delta z}$$

S : est la surface commune aux deux lames (m<sup>2</sup>)

Le facteur de proportionnalité  $\eta$  est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

**Dimension :**  $[\eta] = M.L^{-1}.T^{-1}$ .

**Unité :** Dans le système international (SI), l'unité de viscosité dynamique est le **Pascal seconde** (Pa·s) ou **Poiseuille** (Pl) :  $1 \text{ Pa}\cdot\text{s} = 1 \text{ Pl} = 1 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$

#### b- Viscosité cinématique

Dans de nombreuses formules apparaît le rapport de la viscosité dynamique  $\eta$  et de la masse

volumique  $\rho$ . Ce rapport est appelé **viscosité cinématique**  $\nu$  :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

**Dimension :**  $[\nu] = L^2.T^{-1}$ .

**Unité :** Dans le système international (SI), l'unité de viscosité n'a pas de nom particulier : (m<sup>2</sup>/s). Ou Stokes (St) :  $1 \text{ m}^2/\text{s} = 10^4 \text{ St}$ .

#### c- Ordre de grandeur ; influence de la température

Fluide et Température °C	$\eta$ (Pa·s)
eau (0 °C)	$1,787 \cdot 10^{-3}$
eau (20 °C)	$1,002 \cdot 10^{-3}$
eau (100 °C)	$0,2818 \cdot 10^{-3}$
huile d'olive (20 °C)	$\approx 100 \cdot 10^{-3}$
glycérol (20 °C)	$\approx 1000 \cdot 10^{-3}$

H <sub>2</sub> (20 °C)	0,86·10 <sup>-5</sup>
O <sub>2</sub> (20 °C)	1,95·10 <sup>-5</sup>
Sang complet (20°C)	3,015·10 <sup>-3</sup>
Sang complet (37°C)	2,084·10 <sup>-3</sup>
Plasma sanguin (20°C)	1.810·10 <sup>-3</sup>
Plasma sanguin (37°C)	1.257·10 <sup>-3</sup>

*La viscosité des liquides diminue beaucoup lorsque la température augmente.*

*Contrairement, la viscosité des gaz augmente avec la température.*

#### **IV- STATIQUE DES FLUIDES ou HYDROSTATIQUE**

##### **IV-1 Pression d'un fluide :**

La pression est définie comme la force exercée par un fluide par unité de surface :

$$P = \frac{F}{S} \quad \text{Unité : N/m}^2 \text{ ou kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2} \quad \text{Dimension : ML}^{-1}\text{T}^{-2}$$

Remarque : La pression peut aussi s'exprimer en :

- Pascal ( Pa ) : 1 Pa = 1 N/m<sup>2</sup>
- Bar ( Bar ) : 1 Bar = 10<sup>5</sup> N/m<sup>2</sup>

##### **a- Unité de pression:**

Elles sont nombreuses ; nous avons regroupé les principales dans le tableau suivant ainsi que leur coefficient de conversion.

Unité de pression	Pascal	bar	Kg/cm <sup>2</sup>	atmosphère	mmHg
Pascal	1	10 <sup>-5</sup>	1,02x10 <sup>-5</sup>	0,987x10 <sup>-5</sup>	0,75x10 <sup>-2</sup>
bar	10 <sup>5</sup>	1	1,02	0,987	750
Kg/cm <sup>2</sup>	0,980x10 <sup>5</sup>	0,980	1	0,968	735
atmosphère	1,013x10 <sup>5</sup>	1,013	1,033	1	760
mmHg	133,3	0,133x10 <sup>-2</sup>	1,36x10 <sup>-3</sup>	1,315x10 <sup>-3</sup>	1

##### **IV-2 Principe d'Archimède**

**Théorème** Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une poussée verticale dirigée du bas vers le haut, égale au poids du volume de fluide déplacé.

la poussée est :  $F_A = \rho_f \cdot V \cdot g$

Où  $\rho_f$  est la masse volumique du fluide

V volume de fluide déplacé= volume du corps

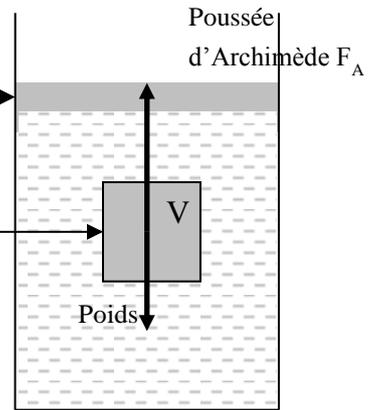
g accélération de la pesanteur (9.81 m/s<sup>2</sup>)

et le poids apparent est égal

**Poids apparent = Poids réel - Poussée d'Archimède**

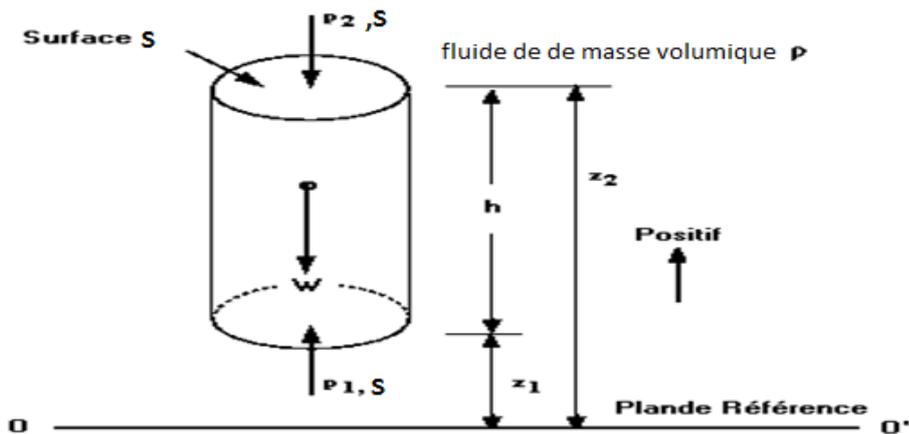
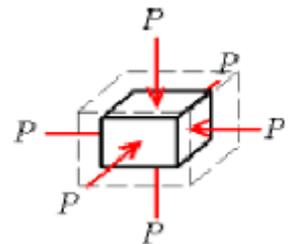
Volume déplacé V

Corps



### IV-3 Equation Fondamentale de l'Hydrostatique LOI DE PASCAL

a- **Loi de Pascal** : La pression d'un fluide en un point est la même dans toutes les directions.



Soit un élément de fluide de masse volumique  $\rho$  représentant une colonne verticale de section transversale constante S. Considérons 2 sections situées à des distances  $Z_1$  et  $Z_2$  par rapport à un plan de référence  $OO'$ . Soient  $P_1$  et  $P_2$  les pressions dans ces 2 sections.

- Exprimons la variation de pression  $P_1 - P_2$  :

Le fluide étant en équilibre, la somme des forces dans la direction verticale est donc égale à Zéro :

- Force due à  $P_1$  :  $F_1 = P_1 \cdot S$
- Force due à  $P_2$  :  $F_2 = P_2 \cdot S$
- Force due au poids de la colonne du liquide :  $W = mg = \rho g V = \rho g S (Z_2 - Z_1)$   
avec  $V =$  Volume de l'élément considéré  $= \rho g \cdot S \cdot (Z_2 - Z_1)$

Si l'on considère le sens positif vers le haut , la condition d'équilibre s'écrit donc :

$$F_1 - F_2 - W = 0 \Rightarrow P_1 S - P_2 S - \rho g S (Z_2 - Z_1) = 0$$

et donc : 
$$P_1 - P_2 = \rho g (Z_2 - Z_1)$$

**b- Loi de la statique des fluides.**

$$P_1 - P_2 = \rho g (Z_2 - Z_1) \Rightarrow P_1 + \rho g Z_1 = P_2 + \rho g Z_2 \Rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2$$

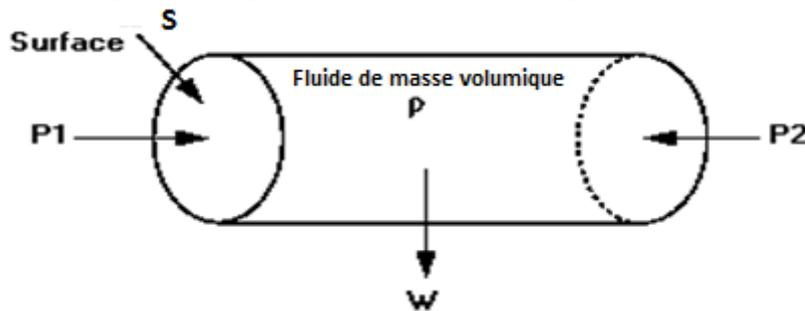
et donc : 
$$Z + \frac{P}{\rho g} = C^{ste}$$
 : Loi de la statique des fluides.

En posant  $Z_2 - Z_1 = h$  et  $P_2 = P_0$ , avec  $P_0$  est la pression atmosphérique On aura :

$$P_1 = P_0 + \rho g h$$

La pression augmente donc linéairement en fonction de la profondeur

**c- Egalité des pressions sur un même plan horizontal :**



Si l'on considère la direction horizontale, on aura :

$$P_1 S - P_2 S + 0 = 0 \Rightarrow P_1 = P_2 \quad (\text{car la composante du poids } W \text{ selon l'horizontale est nulle})$$

Sur un même plan horizontal, toutes les pressions sont égales (Pressions Isobares)

**IV-4 Dispositifs de mesure de la pression :**

Le dispositif utilisé dépend de l'importance des pressions à mesurer. Il existe 2 types de dispositifs de mesure des pressions :

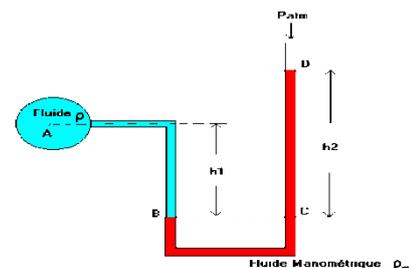
**Les tubes manométriques :** Utilisés pour la mesure de pressions relativement faibles (aux laboratoires).

**Les manomètres mécaniques :** Utilisés pour la mesure de pressions relativement plus élevées (1 à 2 Kg/cm<sup>2</sup>)

On a :  $P_B = P_C$

- Partie Gauche :  $P_B = P_A + \rho g h_1$
- Partie Droite :  $P_C = P_D + \rho_m g h_2 = P_{atm} + \rho_m g h_2$

MANOMÈTRE EN U



**V- DYNAMIQUE DES FLUIDES ou HYDRODYNAMIQUE**

**V-1 DEFINITIONS**

**1- Débit**

Le débit est la quantité de fluide qui traverse une section droite de la conduite par la durée de cet écoulement.

**2- Débit-masse**

Si  $\Delta m$  est la masse de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps  $\Delta t$ , par définition le débit-masse est :

$$q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

Unité :  $kg.s^{-1}$

**3- Débit-volume**

Si  $\Delta V$  est le volume de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps  $\Delta t$ , par définition le débit-volume est :

$$q_v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Unité :  $m^3.s^{-1}$ .

**4- Relation entre  $q_m$  et  $q_v$**

La masse volumique  $\rho$  est donnée par la relation :  $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$  d'où :

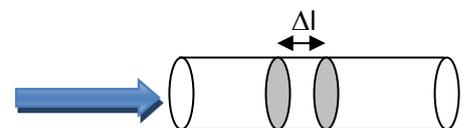
$$q_m = \rho \cdot q_v$$

**V-2 ÉQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE OU EQUATION DE CONTINUITÉ**

**1. Expression du débit en fonction de la vitesse v**

Le débit-volume est  $q_v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

Avec  $\Delta V = S\Delta l$



Alors  $q_v = \frac{S\Delta l}{\Delta t} = Sv$

**2. Vitesse moyenne**

En général la vitesse v n'est pas constante sur la section S d'un tube de courant ; on dit qu'il



existe un **profil de vitesse** (à cause des forces de frottement).

Dans une section droite S de la canalisation, on appelle **vitesse moyenne  $v_m$**  la vitesse telle

que : 
$$v_{moy} = \frac{q_V}{S} \quad \text{et} \quad v_{moy} = \frac{v_{max}}{2}$$

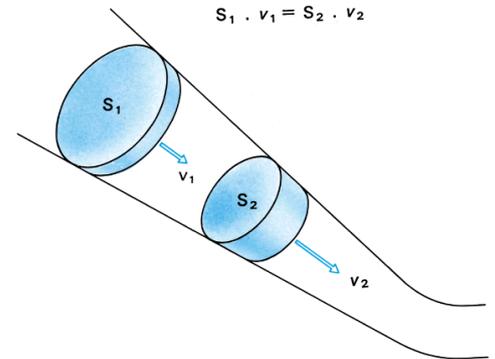
### 3. Conservation du débit

*Le débit-volume est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant.*

Alors 
$$q_V = v_{1moy} \cdot S_1 = v_{2moy} \cdot S_2 = \dots = Cte$$
 C'est

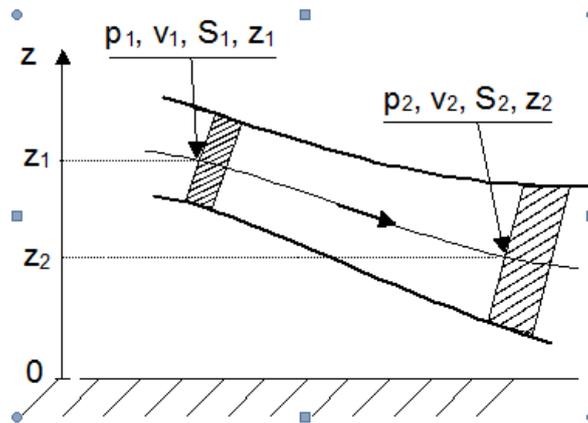
**l'équation de continuité**  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$  La vitesse moyenne est

d'autant plus grande que la section est faible.



### V-3 THEOREME DE BERNOULLI POUR UN ECOULEMENT PERMANENT D'UN FLUIDE PARFAIT INCOMPRESSIBLE

$$\frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (z_2 - z_1) + (p_2 - p_1) = 0$$



En général : 
$$\rho \frac{v^2}{2} + \rho g z + p = Cte$$

p est la pression statique,  $\rho g z$  est la pression de pesanteur,  $\rho \frac{v^2}{2}$  est la pression cinétique.

En divisant tous les termes de la relation précédente par le produit  $\rho g$ , on écrit tous les termes dans la dimension d'une hauteur (pressions exprimées

$$\frac{v^2}{2g} + z + \frac{P}{\rho g} = H = Cte$$

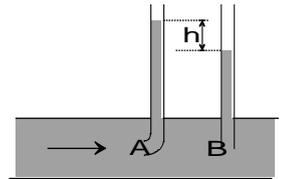
en mètres de colonne de fluide).

H est la Hauteur totale,  $\frac{P}{\rho g}$  est la Hauteur de Pression, z est la cote,  $\frac{v^2}{2g}$  est la Hauteur cinétique.

**V-4 APPLICATION DU THEOREME DE BERNOULLI :**

**a- Tube de Pitot**

On considère un liquide en écoulement permanent dans une canalisation et deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au courant, et l'autre en B est le long des lignes de courant, les deux extrémités étant à la même hauteur. Au point B, le liquide a la même vitesse v que dans la canalisation et la pression est la même que celle du liquide  $P_B = P$ .



En A, point d'arrêt, la vitesse est nulle et la pression est  $P_A$ .

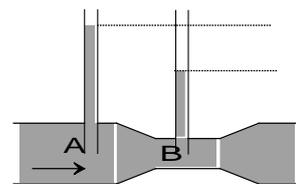
D'après le théorème de Bernoulli,

$$p_B + \frac{1}{2} \rho v^2 = p_A \quad \text{soit} \quad \frac{1}{2} \rho v^2 = \rho g h$$

En mesurant la dénivellation h du liquide dans les deux tubes, on peut en déduire la vitesse v d'écoulement du fluide.

**b- Tube de Venturi**

Une conduite de section principale  $S_A$  subit un étranglement en B où sa section est  $S_B$ . La vitesse d'un fluide augmente dans l'étranglement, donc sa pression y diminue :  $V_B > V_A \Rightarrow P_B < P_A$



Le théorème de Bernoulli s'écrit ici :

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 = p_C + \frac{1}{2} \rho v_C^2$$

D'après l'équation de continuité,  $v_B S_B = v_A S_A = q_v$  et  $v_B > v_A$  donc  $P_A > P_B$

$$p_A - p_B = \frac{1}{2} \rho \left( \frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_A^2} \right) q^2 = k q^2$$

La différence de pression aux bornes aux extrémités du tube de Venturi est proportionnelle au carré du débit ; application à la mesure des débits (organes déprimogènes). On peut citer aussi la trompe à eau, le pulvérisateur...

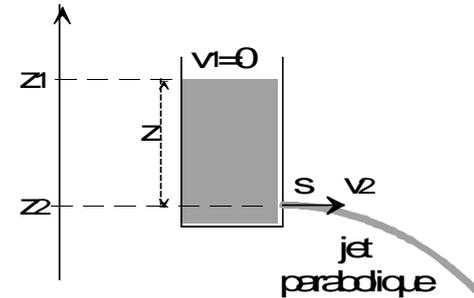
**c- Écoulement d'un liquide contenu dans un réservoir - Théorème de Torricelli**

Considérons un réservoir muni d'un petit orifice à sa base, de section  $s$  et une ligne de courant partant de la surface au point (1) et arrivant à l'orifice au point (2). En appliquant le théorème de Bernoulli entre les points (1) et (2),

$$\rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g z_1 + p_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g z_2 + p_2$$

Or  $P_1 = P_2 =$  pression atmosphérique. Et  $V_1 \ll V_2$  d'où

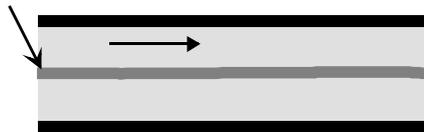
$v_2 = \sqrt{2gz}$  La vitesse d'écoulement est la même que la vitesse de chute libre entre la surface libre et l'orifice, quelle que soit la masse volumique du liquide.



**V-5 LES DIFFERENTS REGIMES D'ECOULEMENT : NOMBRE DE REYNOLDS**

Les expériences réalisées par Reynolds (1883) lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : laminaire et turbulent.

filet coloré



écoulement laminaire



écoulement turbulent  
vue instantanée



écoulement turbulent  
vue en pose

Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds et donné par

$$\boxed{Re = \frac{\rho v D}{\eta}} \quad \text{ou} \quad \boxed{Re = \frac{v D}{\nu}}$$

Avec :  $\rho$  est masse volumique du fluide,  $v$  est vitesse moyenne,  $D$  est diamètre de la conduite

$\eta$  est viscosité dynamique du fluide et  $\nu$  est viscosité cinématique  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$

L'expérience montre que :

**si  $Re < 2000$  le régime est LAMINAIRE**

**si  $2000 < Re < 3000$  le régime est intermédiaire**

si  $Re > 3000$  le régime est TURBULENT

### V-6 PERTES DE CHARGE

Un fluide réel, en mouvement, subit des pertes d'énergie dues aux frottements sur les parois de la canalisation (pertes de charge systématiques) ou sur les "accidents" de parcours (pertes de charge singulières).

#### a- Pertes systématiques

Entre deux points séparés par une longueur  $L$ , dans un tuyau de diamètre  $D$  apparaît une perte de pression  $\Delta p$ , exprimée sous la forme suivante :

$$\Delta p = \lambda \frac{\rho v^2 L}{2 D}$$

Différence  
de pression (Pa).

$$\Delta h = \lambda \frac{v^2 L}{2g D}$$

Perte de charge exprimée en  
mètres de colonne de fluide (mCF)

$\lambda$  est un coefficient sans dimension appelé coefficient de perte de charge linéaire.

Le calcul des pertes de charge repose entièrement sur la détermination de ce coefficient  $\square$ .

#### b- Cas de l'écoulement laminaire : $Re < 2000$

Dans ce cas on peut montrer que le coefficient  $\lambda$  est uniquement fonction du nombre de Reynolds  $Re$  :

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

avec

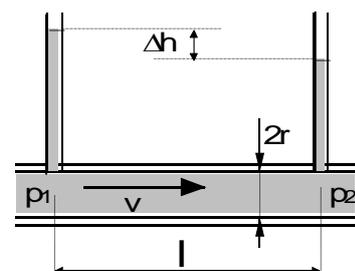
$$Re = \frac{vD}{\nu}$$

#### c- Loi de Poiseuille

$$q_v = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot \ell} \cdot (p_1 - p_2)$$

Pour un écoulement laminaire, dans une conduite cylindrique horizontale, le débit-volume d'un fluide est donné par :

$q_v$  : débit-volume ( $m^3 \cdot s^{-1}$ ),



r : rayon intérieur (m),

$\eta$  : viscosité dynamique du fluide (Pa·s),

$\ell$  : longueur entre les points (1) et (2) (m),

p1 et p2 : pression du fluide aux points (1) et (2) (Pa).

**d- Pertes accidentelles**

Les expériences montrent, dans beaucoup de cas, que les pertes de charge sont proportionnelles au carré de la vitesse:

$$\Delta p = K \frac{\rho v^2}{2}$$

Différence  
de pression (Pa).

$$\Delta h = K \frac{v^2}{2g}$$

Perte de charge exprimée en  
mètres de colonne de fluide (mCF)

K est appelé coefficient de perte de charge singulière (sans dimension).

La détermination de ce coefficient est principalement du domaine de l'expérience.

**V-7 THEOREME DE BERNOULLI APPLIQUE A UN FLUIDE REEL AVEC PERTES DE CHARGE**

Lors d'un écoulement d'un fluide réel il peut y avoir des pertes de charge entre les points (1) et (2) : dans le cas d'une installation ne comportant pas de machine hydraulique (pompe ou turbine) on écrira la relation de Bernoulli sous la forme :

$$\frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (z_2 - z_1) + (p_2 - p_1) = -\Delta p$$

$\Delta p$  représente l'ensemble des pertes de charge entre (1) et (2) exprimées en Pa.

**a- Théorème de Bernoulli généralisé**

Lors d'un écoulement d'un fluide réel entre les points (1) et (2) il peut y avoir des échanges d'énergie entre ce fluide et le milieu extérieur :

- ✓ Par travail à travers une machine, pompe ou turbine ; la puissance échangée étant P (voir Théorème de Bernoulli)

- ✓ Par pertes de charge dues aux frottements du fluide sur les parois ou les accidents de parcours ; la différence de pression étant  $\Delta p$ .

Le théorème de Bernoulli s'écrit alors sous la forme générale :

$$\frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (z_2 - z_1) + (p_2 - p_1) = \frac{\sum P}{q_v} - \Delta p$$

avec :  $\sum P$ : somme des puissances échangées entre le fluide et le milieu extérieur, à travers une machine, entre (1) et (2) :

$P > 0$  si le fluide reçoit de l'énergie de la machine (pompe),

$P < 0$  si le fluide fournit de l'énergie à la machine (turbine),

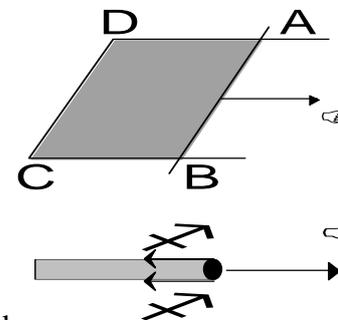
$P = 0$  s'il n'y a pas de machine entre (1) et (2).

$\Delta p$  : somme des pertes de charge entre (1) et (2) :

### V-7 LA FORCE DE TENSION SUPERFICIELLE

Force de tension superficielle appliquée à un solide tiré par une lame liquide

Considérons un cadre ABCD dont le côté AB, de longueur L, peut glisser sur DA et CB. Plongé initialement dans un liquide (par exemple de l'eau de savon), ce cadre est rempli d'une lame mince liquide. Le liquide tire AB vers DC par une force f sur chaque face de la lame, proportionnelle à la longueur L, telle que  $f = \gamma L$ .



Pour maintenir AB en équilibre, il faut lui appliquer une force F (qui ne dépend pas de la position de AB) telle que  $F = 2 \cdot f$  ou  $F = 2 \gamma L$

avec F en N , L en m et  $\gamma$  en  $N \cdot m^{-1}$ .

**a- Définition** Dans la relation précédente, le coefficient  $\gamma$  s'appelle tension superficielle du liquide. Dimension :  $[\gamma] = M \cdot T^{-2}$ .

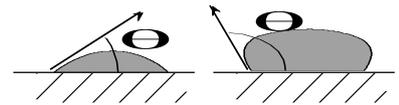
Unité : Dans le système international (SI), l'unité de tension superficielle n'a pas de nom particulier :  $(N \cdot m^{-1})$ .

**b- Ordres de grandeur (dans le cas d'interface liquide-air)**

liquide	$\gamma$ (N·m <sup>-1</sup> ) à 20 °C
eau (à 20 °C)	73·x 10 <sup>-3</sup>
eau (à 0 °C)	75,6 x 10 <sup>-3</sup>
huile végétale	32·x 10 <sup>-3</sup>
éthanol	22·x 10 <sup>-3</sup>
éther	17·x 10 <sup>-3</sup>
mercure	480·x 10 <sup>-3</sup>

**c- Angle  $\theta$  de raccordement liquide/solide**

Une goutte de liquide déposée sur une plaque solide plane et horizontale peut : Soit s'étaler largement (par exemple de l'eau sur du verre propre) ; dans ce cas, on dit que le liquide mouille parfaitement le solide, et l'angle de raccordement  $\theta$  vaut 0°, soit former une lentille :



si  $\theta < 90^\circ$ , le liquide mouille imparfaitement le solide (par exemple l'eau sur du verre sale)

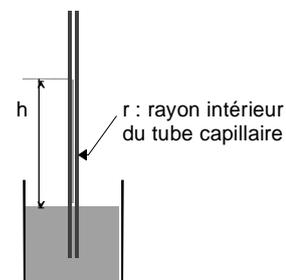
si  $\theta > 90^\circ$ , le liquide ne mouille pas le solide (par exemple le mercure sur du verre).

Le même angle de raccordement se retrouve à la surface libre d'un liquide près des bords du récipient et provoque la formation d'un ménisque dans les tubes.

**d- Tube capillaire - loi de Jurin**

Un tube capillaire (du latin capillus : cheveu) est un tube de petit diamètre intérieur.

Lorsqu'on plonge un tube capillaire, ouvert aux deux extrémités, dans un liquide, celui-ci "monte" (si  $\theta < 90^\circ$ ) ou "descend" (si  $\theta > 90^\circ$ ) dans le tube d'une hauteur  $h$



telle que : 
$$h = \frac{2\gamma \cos \theta}{r\rho g}$$
 où  $r$  : rayon intérieur du tube  $\rho$  : masse volumique du liquide  $g$  : intensité de la pesanteur  $\gamma$  : tension superficielle du liquide  $\theta$  : angle de raccordement liquide/solide

## Chapitre 3: Optique géométrique

### I- INTRODUCTION

L'histoire de la physique est entièrement liée à l'histoire de l'intelligence humaine. Depuis son apparition sur terre, l'homme, pour s'adapter à son environnement et pour survivre, a fait de la physique sans le savoir.

Ses seuls outils de communication étaient alors ses sens qui lui ont permis de voir, de toucher, d'entendre, de sentir ... et qui sont d'ailleurs à la base de la classification des diverses branches de la physique où l'optique est liée à la vue, la chaleur au toucher, l'acoustique à l'ouïe, ....

L'optique (du grec "optikos" signifiant relatif à la vue) c'est, l'étude de la lumière visible, c'est-à-dire des phénomènes perçus par l'œil et de l'information transmise à celui-ci.

Cette information portant sur la forme de l'objet observé, sa couleur, sa position, ....

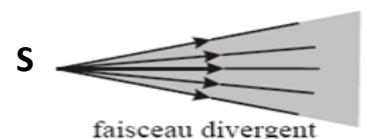
### II- FAISCEAU LUMINEUX

On admet que les faisceaux lumineux sont composés de rayons lumineux indépendants les uns des autres. Il en résulte que des rayons issus de différents points d'une source lumineuse ne se perturbent pas les uns les autres et que l'on peut étudier la marche d'un rayon lumineux

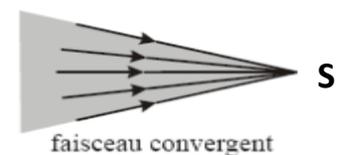
Indépendamment de la marche des autres rayons. Un faisceau lumineux étant constitué de rayons ayant des directions données, en indiquant par une flèche le sens de propagation de la lumière.

On appellera:

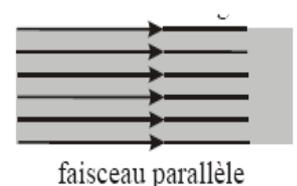
- **Faisceau "divergent"** un faisceau lumineux dont tous les rayons sont issus d'un même point S,



- **Faisceau convergent** un faisceau lumineux dont tous les rayons aboutissent à un même point, S



- **Faisceau parallèle** ou "cylindrique" un faisceau lumineux dont tous les rayons sont parallèles.



- **Les matériaux optiques**

L'optique utilise divers matériaux dont les propriétés physiques doivent répondre aux exigences que requiert leur utilisation dans les divers systèmes et montages. Ces

verres doivent être soigneusement homogénéisés pour avoir des indices de réfraction uniformes et leur état de surface doit résister aux altérations chimiques.

On trouve aussi:

Le quartz cristallin

Les verres organiques

Enfin, on utilise aussi certains matériaux tels que l'aluminium et l'or en couches de très faible épaisseur sur un support de verre ou de silice à la forme voulue pour réaliser des miroirs ou des réseaux de diffraction.

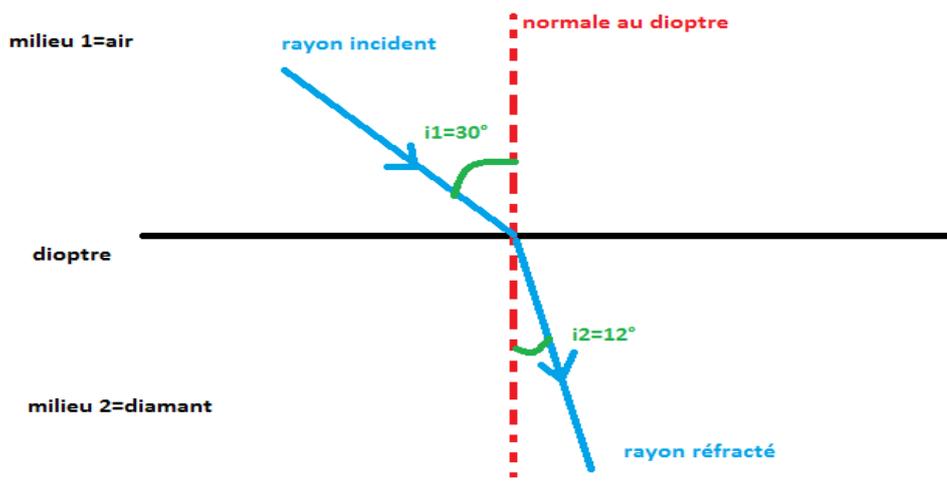
### III- INDICES DES MILIEUX

Le rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide à celle dans le milieu considéré est un nombre sans dimension, noté  $n$  et appelé "*indice du milieu* »

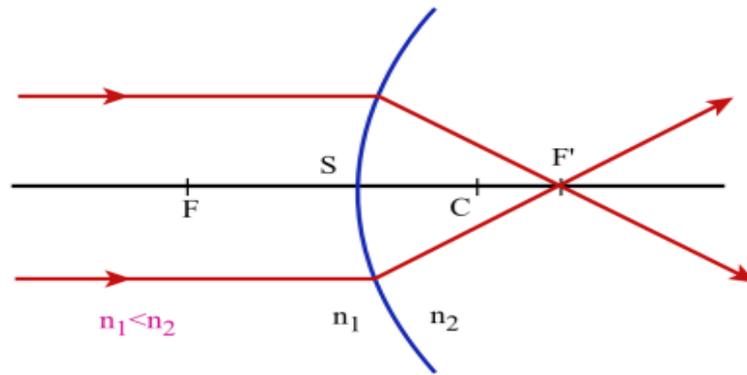
$$n(v) = \frac{c}{v(v)}$$

#### III-1 Dioptré

On désigne par ce terme toute surface de séparation entre deux milieux homogènes et transparents d'indices différents. Cette surface peut être plane (le dioptré est alors dit plan), sphérique (dioptré sphérique) ou de forme quelconque. Elle peut également être rendue soit totalement soit partiellement réfléchissante par un dépôt d'une fine couche métallique ou par un traitement adéquat. On obtient alors un miroir ou une lame partiellement réfléchissante.



**Dioptré plan**



**Dioptré sphérique**

**IV- LOIS GENERALES DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE**

L'optique géométrique est fondée essentiellement sur le principe de la propagation rectiligne de la lumière et sur les lois de Snell –Descartes, qui fixent les directions des rayons réfléchi et réfracté par rapport au rayon incident à la surface de séparation de deux milieux transparents et homogènes.

**IV-1 Lois de Snell-Descartes**

Les lois de Snell - Descartes fixent la direction des rayons réfléchi et réfracté par rapport à celle du rayon incident.

**1- Première loi de Descartes**

**1-1 Plan d'incidence**

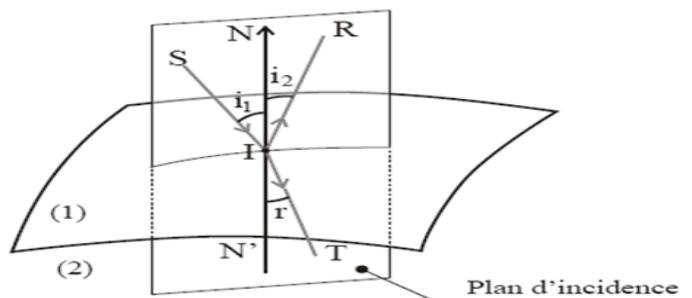
Le rayon incident rencontre la surface de séparation au point d'incidence. Soit N'N la normale à la surface de séparation au point I. Le rayon incident et cette normale définissent un plan appelé "plan d'incidence".

**Énoncé de la première loi**

Les rayons réfléchi et réfracté sont dans le même plan d'incidence.

**1.2. Deuxième loi de Descartes**

Notons :  $i_1 = (\vec{IN}, \vec{SI})$  : angle d'incidence  
 $r = (\vec{IN}, \vec{IR})$  : angle de réflexion  
 $i_2 = (\vec{IN}, \vec{IT})$  : angle de réfraction



**1.2.1. Loi relative au rayon réfléchi**

" Les angles d'incidence et de réflexion ont des valeurs égales mais des signes opposés "

$$i_2 = - i_1$$

**1.2.2. Loi relative au rayon réfracté**

Il existe un rapport positif constant entre les sinus des angles d'incidence et de réfraction  $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \text{constante}$ . Ce rapport ne dépend que de la nature des milieux en

contact et de la célérité de la lumière, pour la radiation considérée, dans ces milieux.

$$\text{On a alors : } \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{cv_1}{cv_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

La deuxième loi de Descartes relative à la réfraction s'écrit de manière symétrique :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Relation qui fait jouer le même rôle aux milieux (1) et (2), donc indépendante du sens de la lumière et qui traduit le principe du retour inverse de la lumière

**1-3 Réfraction limite réflexion total :**

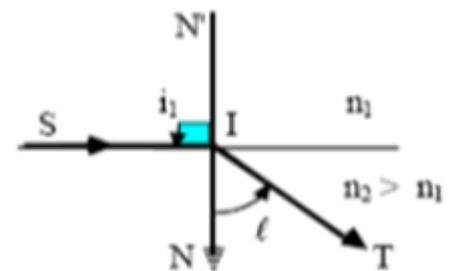
L'angle de réfraction  $i_2$  est au maximum égal à  $\frac{\pi}{2}$  et selon la valeur du rapport  $\frac{n_1}{n_2}$  le rayon réfracté peut ne pas exister. Examinons les différents cas possibles :

**1-3-1 Cas ou  $n_1 < n_2$** 

On dit, dans ce cas, que la lumière passe d'un milieu à un autre plus réfringent et l'on a :  $\frac{n_1}{n_2} < 1$  soit  $\sin i_2 < \sin i_1$  d'où

$i_2 < i_1$ . L'angle de réfraction est inférieur à l'angle d'incidence et il existe toujours un rayon réfracté. Celui-ci se rapproche de la normale. Lorsque  $i_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $i_2$  atteint une valeur limite  $l$  appelée

« angle limite de réfraction » donnée par :  $\sin l = \frac{n_1}{n_2}$

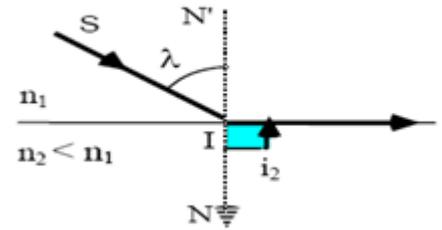


**1-3-2 Cas ou  $n_1 > n_2$**

La lumière passe d'un milieu à un autre moins réfringent et

l'on a :  $\frac{n_1}{n_2} > 1$  soit  $\sin i_2 > \sin i_1$  d'où

$i_2 > i_1$  Le rayon réfracté s'éloigne de la normale.



Pour une certaine valeur de l'angle d'incidence  $\lambda$ , l'angle de

réfraction  $i_2$  est égale à  $\frac{\pi}{2}$  Soit :  $\sin \lambda = \frac{n_2}{n_1}$   $\lambda$  est l'angle critique d'incidence. Si l'angle

d'incidence est supérieur à  $\lambda$ , il n'y a plus de rayon réfracté et l'on a « réflexion totale »

**Ordre de grandeur de  $\lambda$  pour des dioptries usuels**

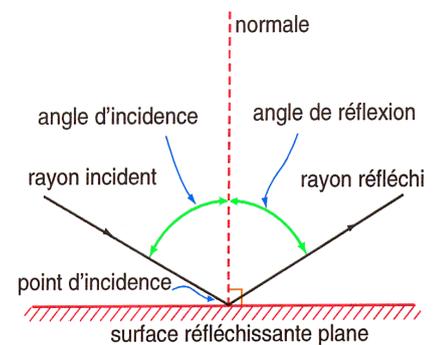
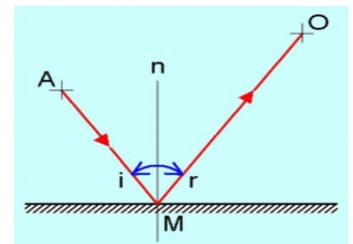
Dioptrie air-eau ( $n=1.33$ )  $\rightarrow \lambda \approx 49^\circ$

Dioptrie air-verre ( $n=1.5$ )  $\rightarrow \lambda \approx 42^\circ$

**V- SYSTEMES OPTIQUES**

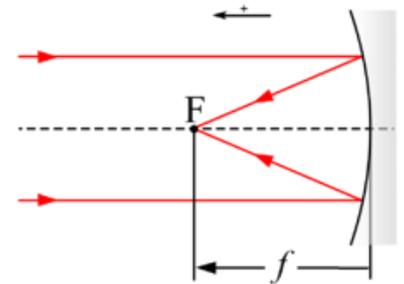
**V-1 Miroir plan**

Un miroir est un instrument d'optique qui réfléchit la lumière. Il est constitué d'une surface polie, souvent métallique, placée sous une plaque de verre. L'image par réflexion d'un objet éclairé se forme sur la surface polie. On trouve des miroirs plans, des miroirs sphériques, convexes ou concaves. Un rayon lumineux émis par le point A atteint le point O (l'œil par exemple) après avoir rebondi en M sur le miroir. Les lois classiques de la réflexion nous indiquent que : Le rayon incident AM et le rayon réfléchi MO sont dans un plan qui contient la droite (n) normale en M au miroir et de part et d'autre de cette normale, l'angle d'incidence  $i$  est égal à l'angle de réflexion  $r$ . ( $i = r$ )



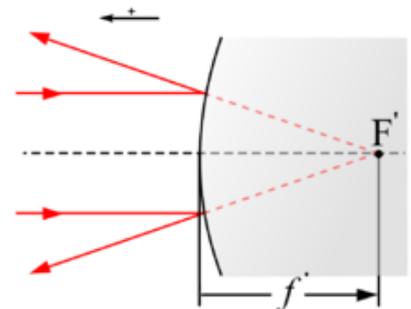
**V-2 Miroir sphérique**

**V-2-1 Notion de foyer :** Le foyer et le point où les rayons parallèles à l'axe optique se croisent après avoir été réfléchis sur un miroir sphérique. Si la surface réfléchissante du miroir sphérique est concave ; le foyer est situé devant la surface réfléchissante, on dit qu'un miroir concave fait converger les rayons



Si la surface réfléchissante du miroir sphérique est convexe: le foyer est situé derrière la surface réfléchissante,

on dit qu'un miroir convexe fait diverger les rayons



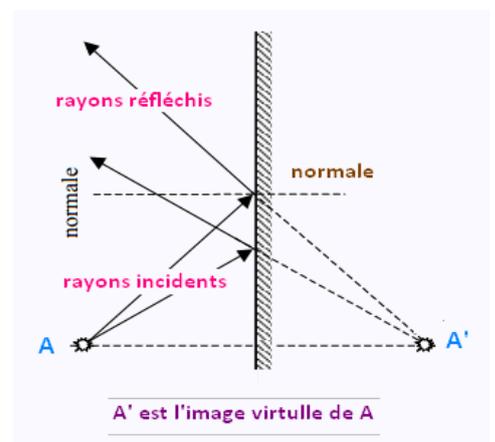
f est appelée la distance focale c'est la distance du foyer au miroir,  $f = \frac{R}{2}$  R étant le rayon du miroir sphérique.

**V-3 Formation d'image dans un miroir**

**V-3-1 Formation d'image dans un miroir plan**

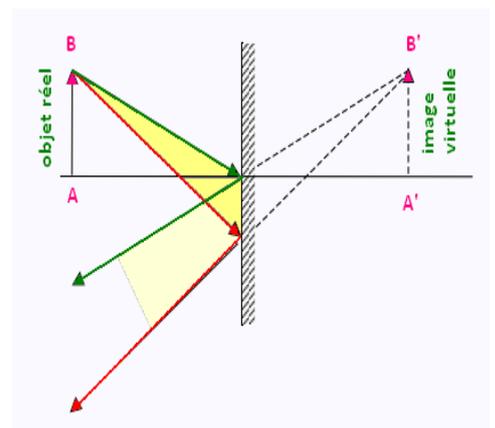
**1- Objets et images ponctuels**

Dans un miroir plan, l'image A' est symétrique de l'objet A par rapport au plan.



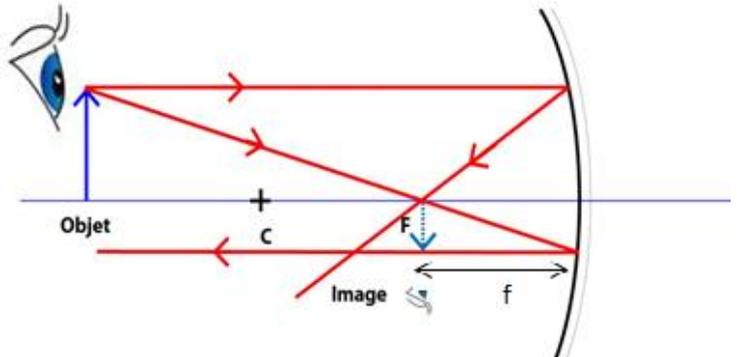
**2- Objets et images étendus**

• Dans un miroir plan, l'image A'B' est symétrique de l'objet AB par rapport au plan.

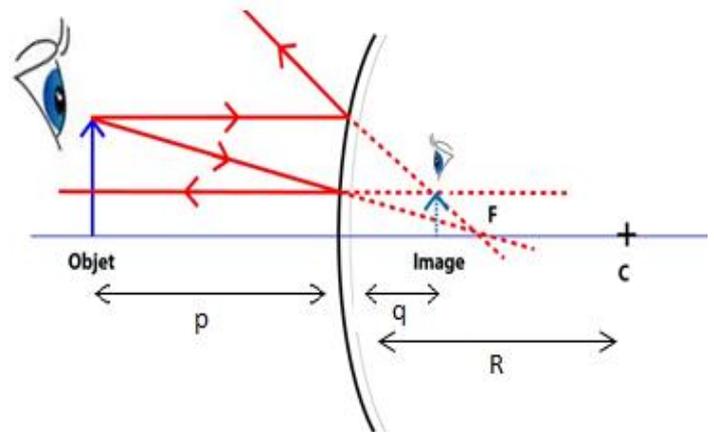


**V-3-2 Formation d'image dans un miroir sphérique****1- Miroir concave**

Objet réel image réelle renversée c'est-à-dire que le haut et le bas sont permutés comme c'est montré sur la figure

**2- Miroir convexe**

Objet réel image virtuelle droite c'est-à-dire que le haut et le bas ne sont pas permutés.

**VI- FORMULE DE CONJUGAISON DE DESCARTES**

La formule des miroirs qui permet de trouver la position d'une image lorsqu'un objet est placé devant un miroir sphérique est :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$

Où p est la distance de l'objet au miroir (en mètres),

q est la distance de l'image au miroir (en mètres),

f est la distance focale en mètres,

R est le rayon de courbure de miroir en mètres.

**Par convention on a :**

$q > 0$   $\longrightarrow$  image devant le miroir elle est donc réelle.

$q < 0$   $\longrightarrow$  image derrière le miroir, elle est donc virtuelle.

$R > 0$  et  $f > 0 \longrightarrow$  miroir concave.

$R < 0$  et  $f < 0 \longrightarrow$  miroir convexe.

**VI-1 Le grandissement**

La dimension de l'image peut être plus grande ou plus petite que la dimension de l'objet.

Le grandissement donne le rapport de la dimension de l'image et de l'objet.

Soit  $\gamma = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p}$

$\gamma$  est le grandissement,

$h'$  est la grandeur de l'image,

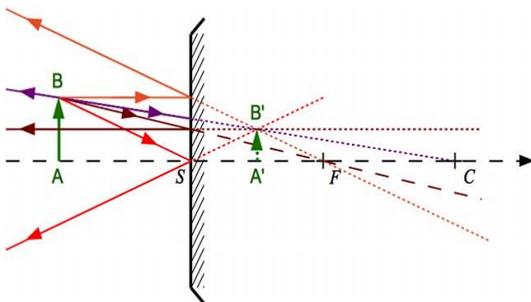
$h$  est la grandeur de l'objet.

**Par convention :**  $\gamma > 0 \longrightarrow$  image droite.  $\gamma < 0 \longrightarrow$  image renversée.

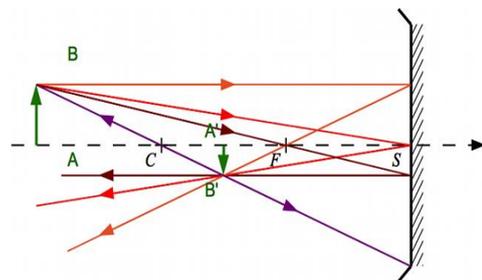
**VI-2 Construction des rayons optiques :**

La construction des rayons optiques est basée sur 3 rayons optiques particuliers :

- Le rayon issu de l'objet passant par le centre et qui n'est pas dévié.
- Le rayon issu de l'objet parallèle à l'axe optique passe par le foyer.
- Le rayon issu de l'objet passant par le foyer émerge parallèlement à l'axe optique.



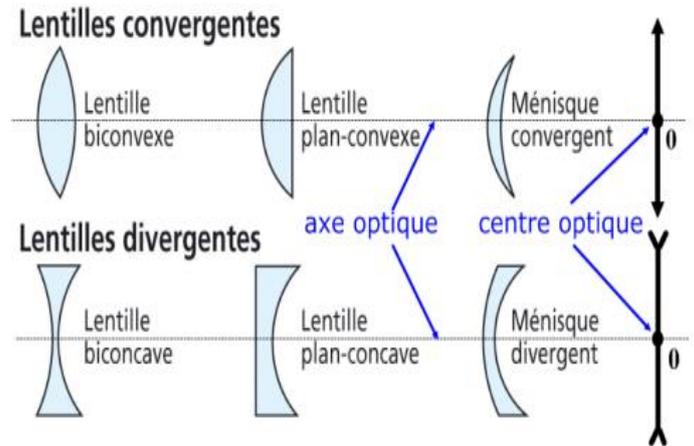
Cas d'un miroir convexe



Cas d'un miroir concave

**VII- LES LENTILLES**

On appelle lentille un corps transparent qui est le plus souvent fabriquée en verre ou en matière plastique, limité par deux surfaces courbes ou une surface courbe et une surface plane. Dans la plupart des cas, ces surfaces sont sphériques. Une lentille convergente est une lentille dont le bord est plus mince que la partie centrale. Le bord d'une lentille divergente est plus épais que sa partie centrale.



**VII-1 Passage de la lumière à travers une lentille convergente mince**

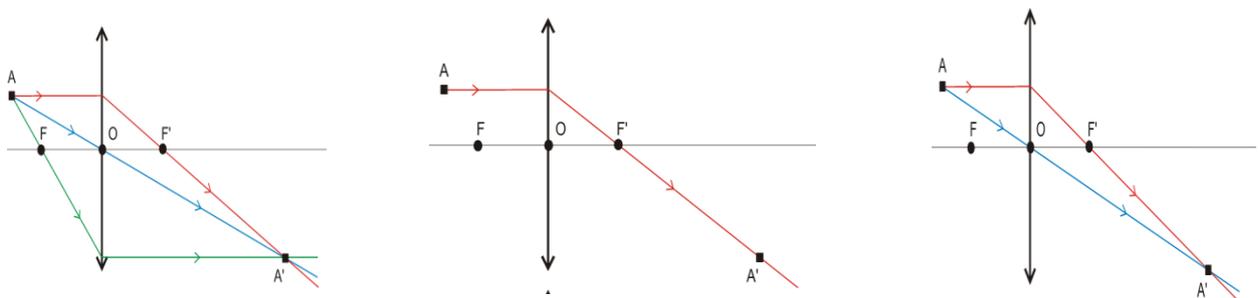
Puisqu'en général une lentille est très mince on ne tient pas compte de son épaisseur. On peut donc négliger le déplacement latéral des rayons obliques par rapport à l'axe optique et passant par le centre optique. (En outre on n'a pas besoin de tracer la marche des rayons à l'intérieur de la lentille.)

**a- Passage de la lumière à travers le centre optique**

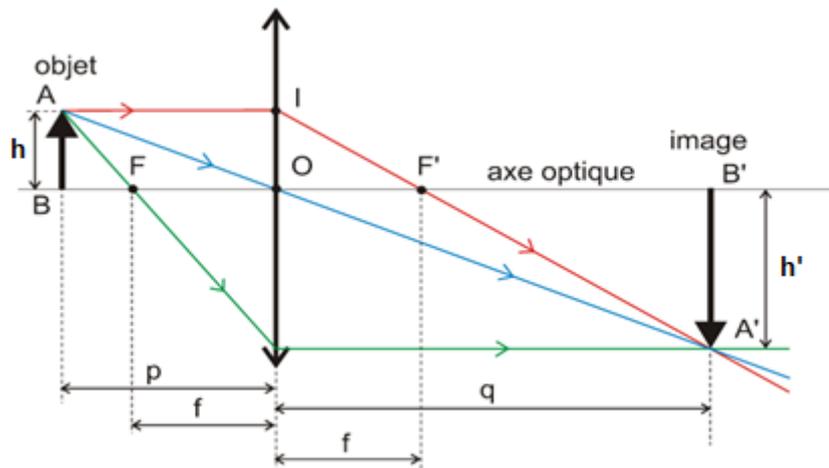
**Règle 1:** Tout rayon incident passant par le centre optique d'une lentille n'est pas dévié par la lentille.

**Règle 2 :** Tout rayon passant par l'un des foyers d'une lentille est parallèle à l'axe optique de l'autre côté de la lentille.

**Règle 3 :** Tout rayon issu de l'objet parallèle à l'axe optique passe par le foyer de l'image



**VII-2 Relations des lentilles et formation d'image**



La formule de conjugaison de Descartes est une relation entre les positions sur l'axe optique d'un objet A et de son image A' par rapport au centre optique O. Elles sont exprimées avec des distances algébriques.

Soit A un point de l'axe optique et A' son image par la lentille supposée mince<sup>2</sup> :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f'}$$

Dans le cas d'une lentille convergente, on a  $f' > 0$  et dans le cas d'une lentille divergente,  $f' < 0$ .

**Comparaison entre lentilles et miroirs**

	<b>Lentilles minces</b>	<b>Miroirs sphériques</b>
grandissement	$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$	$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$
	$\gamma = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$	$\gamma = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}}$
Relation de Newton	$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$	$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f'^2$
Relation de Descartes	$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$	$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{f'}$
	pas d'équivalent	$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}}$

## Chapitre 4 Notion d'analyse spectrale

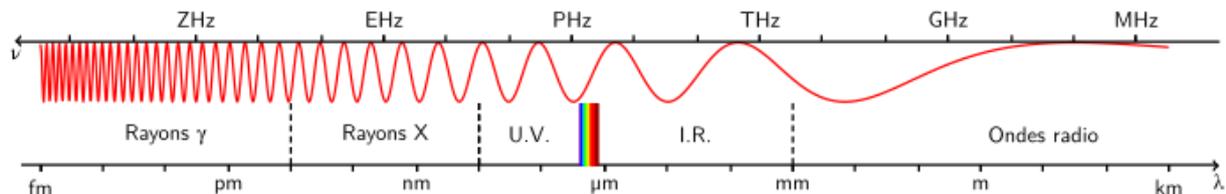
### I- INTRODUCTION

En physique et dans diverses techniques apparaissent des signaux, fonctions du temps ou, plus exceptionnellement, d'une variable d'espace. L'analyse spectrale recouvre plusieurs techniques de description de ces signaux dans le domaine des fréquences. Elle permet en particulier d'obtenir les caractéristiques de la réponse d'un système linéaire en utilisant une fonction de transfert. En mathématiques, l'analyse harmonique correspond à une partie de ces techniques

### II- SPECTRE ELECTROMAGNETIQUE

Le spectre électromagnétique est la description de l'ensemble des rayonnements électromagnétiques classés par fréquence, longueur d'onde ou énergie. Le spectre électromagnétique s'étend théoriquement de zéro à l'infini en fréquence (ou en longueur d'onde), de façon continue.

#### II-1 Domaines du spectre électromagnétique



On découpe habituellement le spectre électromagnétique en divers domaines selon la longueur d'onde et le type de phénomène physique émettant ce type d'onde.

Pour une propagation de la lumière dans le vide on passe d'une grandeur à l'autre par les relations suivantes :

- $\nu = \frac{1}{T}$
- $\lambda = c \cdot T = \frac{c}{\nu}$
- $E = h \cdot \nu = \frac{h}{T} = \frac{h \cdot c}{\lambda}$

Dans ces relations,

$h$  est la constante de Planck :  $h \approx 6,62606957 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \approx 4,1343359 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$

$c$  est la vitesse de la lumière dans le vide  $c = 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  (cette valeur est *exacte*, du fait de la définition actuelle du mètre

### III- Loi de BEER-LAMBERT

La **loi de Beer-Lambert** est une relation empirique reliant l'atténuation de la lumière aux propriétés du milieu qu'elle traverse et à l'épaisseur traversée. Elle établit une proportionnalité entre la concentration d'une entité chimique en solution, l'absorbance de celle-ci et la longueur du trajet parcouru par la lumière dans le milieu considéré. La loi de Beer-Lambert n'est cependant valable que sous certaines conditions : la lumière doit être monochromatique, la concentration des solutions doit être faible (de l'ordre de  $10^{-4} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ ), les solutions doivent être homogènes et le soluté ne doit pas réagir sous l'action de la lumière incidente.

La loi de Beer-Lambert est aussi valable pour décrire l'absorption des rayons X par la matière condensée. Soit une radiation monochromatique de longueur d'onde fixe traversant un échantillon d'épaisseur  $l$ , l'absorbance vérifie la **loi de beer-lambert** soit :  $A = \epsilon l c$  Avec :

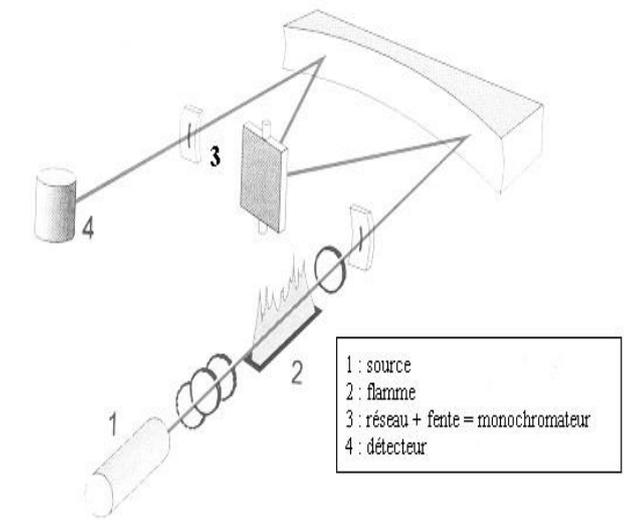
- $A$  : absorbance
- $\epsilon$ : le coefficient d'absorption molaire en  $\text{L}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{cm}^{-1}$
- $l$  : la largeur de cuve en cm
- $c$  : la concentration de la solution en mol/L

#### III-1 Applications de la loi de beer-lambert

Cette loi est utilisée pour de nombreux dosages d'espèces chimiques colorés. Pour des composés incolores, il est parfois possible de fabriquer des complexes colorés. Cette loi n'est valable que pour les faibles concentrations est en général pour des absorbances inférieures à

**IV- SPECTROPHOTOMETRIE ATOMIQUE :****IV-1 Spectrophotométrie d'absorption atomique :**

La solution est pulvérisée dans une flamme ou dans un four en graphite où elle est transformée en vapeurs atomiques. On envoie sur ces vapeurs une radiation caractéristique des atomes à doser (longueur d'onde de la raie de résonance le plus souvent) qui est produite par la source qui est généralement une lampe à cathode creuse contenant l'élément à doser. La radiation est absorbée par les atomes non excités sur le trajet de la lumière.



Spectrophotomètre d'absorption atomique

Pour des concentrations C faibles :  $A = k C$

k est une constante de proportionnalité pour une température donnée et une longueur d'onde donnée. En pratique, on compare les absorbances obtenues pour des solutions étalons et la solution à doser dans les mêmes conditions.

**Remarque :** comparaison entre l'émission de flamme et l'absorption atomique

Dans la flamme, à la température T de l'ordre de 3000 K on a  $N_0$  atomes dans l'état fondamental (énergie  $E_0$ ) et N atomes dans l'état excité (énergie E), le rapport  $N/N_0$  étant donné par la relation de Maxwell-Boltzmann

$N/N_0 \propto \exp(-E/E_0) / kT$  ; il est de l'ordre de  $10^{-4}$  à  $10^{-10}$ .

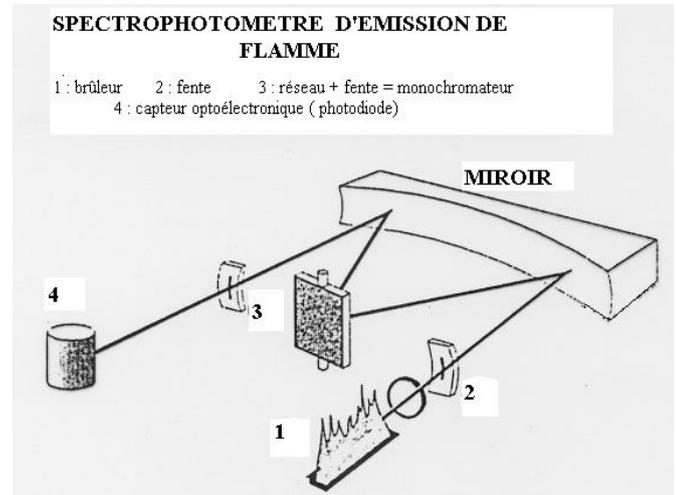
On voit donc aisément que l'absorption se produira pour plus d'atomes que l'émission puisque la majorité des atomes dans la flamme sont dans l'état fondamental.

En effet, l'absorption atomique est généralement une méthode plus sensible que l'émission de flamme.

### IV-2 Spectrophotométrie d'émission de flamme :

On mesure la puissance  $P$  rayonnée par la fraction d'atomes excités thermiquement, pour une longueur d'onde  $\lambda$  correspondant à une transition caractéristique de l'élément à doser (souvent, elle correspond à la raie de résonance). Si  $C$  la concentration de la solution initiale est faible :

$$P = k \cdot C$$



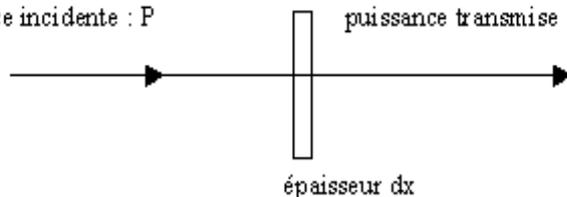
$k$  est une constante de proportionnalité pour une température donnée et une longueur d'onde donnée. En pratique, on effectue les mesures pour des étalons et la solution inconnue au même moment afin d'être exactement dans les mêmes conditions. Ces méthodes de dosage sont particulièrement sensibles pour les alcalins.

### IV-3 Absorption atomique :

#### a- Loi générale d'absorptiométrie :

faisceau incident monochromatique

puissance incidente :  $P$



puissance transmise :  $P + dP$  avec  $dP < 0$  puisqu'il y a absorption

épaisseur  $dx$

$$dP = - \mu P dx$$

$\mu$  : coefficient d'absorption linéique en  $m^{-1}$  : il est caractéristique de la substance absorbante et de la quantité d'atomes ou de molécules absorbantes ; il dépend de la longueur d'onde.

$m = k \cdot r$  pour un solide (  $r$  masse volumique)

$m = k \cdot C$  pour une solution ou une solution atomisée

Par intégration : si un faisceau de puissance incidente  $P_0$  traverse une épaisseur  $e$  de substance absorbante alors la puissance transmise est :

$$P = P_0 \exp(-me)$$

### b- Loi de Lambert

Rappels : on définit  $\Rightarrow$  la transmittance  $T = P / P_0$

$\Rightarrow$  l'absorbance  $A = \log(P_0 / P)$

## IV-4 Spectrophotométrie moléculaire IR

### a- Interprétation de l'absorption IR

Pour le rayonnement infrarouge,  $800 \text{ nm} < l < 10^6 \text{ nm}$ . On se situe dans le domaine des grandes longueurs d'onde donc l'énergie individuelle des photons ( $hc/\lambda$ ) est petite.

Dans l'IR lointain ( $hc/\lambda$  très petite) : un photon incident sur une molécule n'aura qu'un effet très faible sur celle-ci : on aura des modifications des énergies de rotation de la molécule qui sont quantifiées.

Dans l'IR moyen et proche ( $hc/\lambda$  un peu plus élevée) : un photon incident modifiera les énergies de rotation et en plus de vibration. Ces énergies de vibration sont également quantifiées.

- modification des énergies d'oscillations des longueurs de liaisons = interactions de valence
- modification des énergies d'oscillations des angles entre les liaisons = interactions de déformation.

Lorsqu'un photon est absorbé, la liaison vibre toujours à cette fréquence mais avec une amplitude d'oscillation plus grande ; mais contrairement à la mécanique classique toutes les

énergies ne sont pas possibles, elles ne prennent que des valeurs quantifiées Ce modèle simple permet toutefois de retrouver des résultats expérimentaux.

### A quelles conditions un photon d'énergie $hn$ sera-t-il absorbé ?

- il faut que  $hn$  corresponde à une transition énergétique permise
- l'interaction entre le champ électrique de l'onde lumineuse et la liaison n'est possible que si la liaison est polarisée (interaction champ électrique –dipôle électrique)

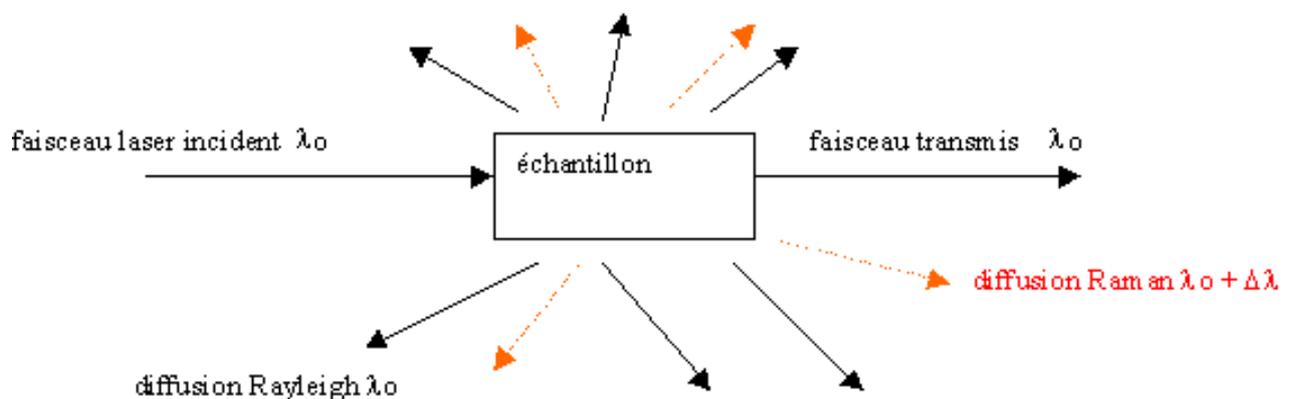
#### b- Spectrophotomètres IR

On mesure le plus souvent avec ces appareils : la transmittance  $T = P / P_0$  en % en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  ou en fonction du nombre d'onde noté  $\sigma = 1/\lambda$  et exprimé en  $\text{cm}^{-1}$ .

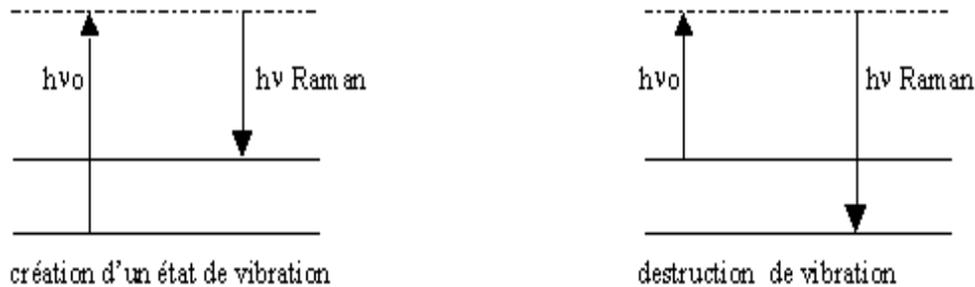
#### c- Spectroscopie par diffusion Raman :

Si on envoie sur l'échantillon un faisceau laser assez énergétique monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$ , outre un rayonnement diffusé de longueur d'onde  $\lambda_0$  (diffusion classique de Rayleigh), on peut observer de la diffusion très peu intense pour des longueurs d'ondes  $\lambda_0 + \Delta\lambda$  où  $\Delta\lambda$  est négatif (photon diffusé de plus grande énergie), ou positif (photon diffusé de plus petite énergie)

$\Delta\lambda$  est très petit et correspond à des longueurs d'onde de transitions rotationnelles et vibrationnelles.



Le rayonnement incident a donc été absorbé, a servi à détruire ou à créer des vibrations dans l'échantillon et le photon diffusé alors vérifie la conservation de l'énergie.



Cette lumière diffusée est toutefois très peu intense. Les raies (ou transition) observées sont parfois différentes de celles observées en IR : pour avoir une représentation complète d'une molécule, il faut utiliser les deux spectres Raman et IR.

#### d- Spectrophotométrie UV-visible :

##### - Interprétation des spectres d'absorption UV-visible :

Domaine de longueur d'onde : UV : 10 nm à 400 nm

visible : 400 nm à 800 nm

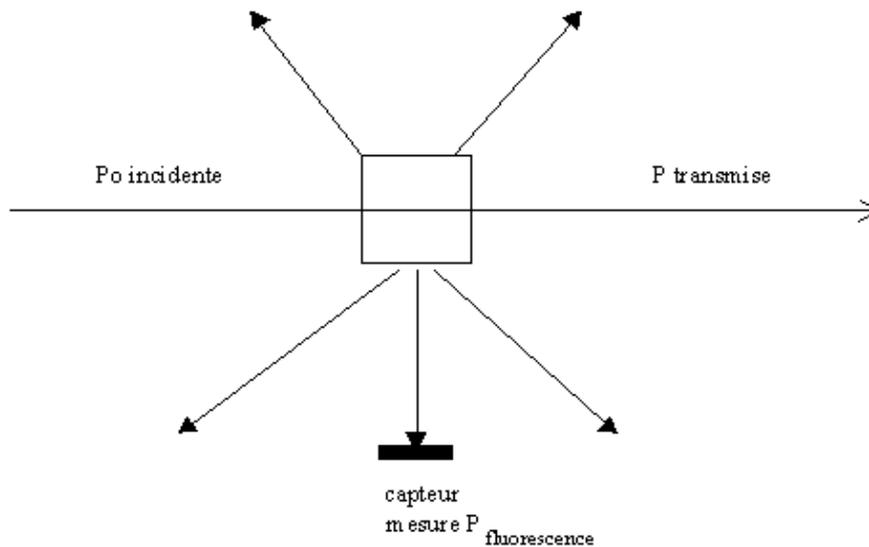
Les longueurs d'onde étant plus faibles qu'en IR, donc les photons incidents plus énergétiques, les modifications dans les édifices moléculaires vont être plus importantes : les transitions entre niveaux électroniques vont être possibles mais il y a également modification des états vibrationnels et rotationnels qui apparaissent comme structure fine des niveaux électroniques.

#### e- Fluorimétrie :

L'absorption de photon par les molécules, donc leur excitation s'accompagne de désexcitation qui peut être radiative. C'est ce rayonnement de fluorescence envoyé dans toutes les directions qu'on analyse en fluorimétrie.

Cette technique peut être appliquée à des molécules naturellement fluorescentes ou rendues fluorescentes par adjonction d'un réactif.

On mesure généralement la puissance rayonnée par fluorescence à  $90^\circ$  du faisceau incident.



La fluorimétrie permet :

- Une analyse qualitative car les longueurs d'ondes d'excitation et celles qui sont émises sont caractéristiques des substances étudiées.
- Une analyse quantitative car dans certaines conditions  $P_{\text{fluorescence}}$  est proportionnelle à la concentration. Il faut en particulier que la concentration soit très faible.

### **Références bibliographiques**

- 1- Daniel fredon, jésus Ezquerra, Michel Bridier « *Mathématiques pour les sciences physiques 2* »(Dunod).2005.
- 2- Marie Noelle Sanz, Anne Emmanuelle Badel Francois Claust « *Physique* »(Dunod) 2008.
- 3- Nour EDDINE Hakiki « *Physique générale* » (office des publications universitaires) 2013.
- 4- AGATI « *Mécanique 2* » (Dunod).
- 5- COMOLET « *Mécanique expérimentale des fluides* » (Masson).
- 6- HANAUER « *Mécanique des fluides* » (Breal).
- 7- LEFEBVRE « *Mesure des débits et vitesses des fluides* » (Masson).
- 8- J .P et P.Provost « *Cours de physique : optique* » (CEDIC/FERNAND NATHAN).
- 9- Nour Eddine Hakiki « *Optique géométrique (optique géométrique)* » 2008.
- 10- P. H. Communay, « *La mécanique des fluides. Dynamique de vie* », Groupe de Recherche et d'Édition, Toulouse, 2000
- 11- « *Cours d'Optique géométrique* » Reza.Samadi Université Pierre et Marie Curie
- 12- Perez J.-Ph., « *Optique géométrique et ondulatoire* » (Masson)
- 13- Hecht E. « *Optique* » (Pearson)
- 14- Richard Taillet, Loïc Villain et Pascal Febvre « *Spectre* » 2013, p. 635