Université de M'sila. 2019/2020
Département des Sciences Techniques
$1^{\text{ière}}$année ST

Série d'exercices N°01(Maths1)

Exercice 01

Compléter les pointillés par le connecteur logique qui s'impose: $\Leftrightarrow, \Leftarrow, \Rightarrow$

1. $x \in \mathbb{R}\ \ x^2 = 4$ ......$x = 2$;
2. $z \in \mathbb{C}\ \ \ z = \overline{z}$ ....$z \in \mathbb{R}$;
3. $x \in \mathbb{R}\ \ \ x = \pi$........$e^{2ix} = 1$.

Exercice 02

Soient les quatre assertions suivantes:

$$(a)\ \exists x \in \mathbb{R}\ \ \forall y \in \mathbb{R}\ \ x + y > 0; \qquad (b)\ \forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R}\ \ x + y > 0;$$
$$(c)\ \forall x \in \mathbb{R}\ \ \forall y \in \mathbb{R}\ \ x + y > 0; \qquad (d)\ \exists x \in \mathbb{R}\ \forall y \in \mathbb{R}\ \ y^2 > x.$$

1. Les assertions a, b, c, d sont-elles vrais ou fausses?
2. Donner leur négation.

Exercice 03

Soient a, $b \in \mathbb{R}_+$, Montrer que si $a \leq b$,alors $a \leq \frac{a+b}{2} \leq b$, et $a \leq \sqrt{ab} \leq b$.

$(*)$**Exercice 04**

Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $n\,(n+1)$ est divisible par 2
Ind: (distinguer les n pairs des n impairs)

$(*)$**Exercice 05**

Soient k,et $k^/$ deux entiers naturels non nuls, Montrer que $kk^/ = 1 \Rightarrow k = k^/ = 1$

Exercice 06

En utilisant le raisonnement par l'absurde, montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel

Exercice 07

1. Est ce que pour tout x réel on a $x < 2 \Rightarrow x^2 < 4$?
2. L'assertion, $\forall x \in \mathbb{R}\ x^2 \geq x$ est elle vraie au fausse? Justifier.

Exercice 08

1. Montrer l'assertion suivante:

$$\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n\,(n+1)\,(2n+1)}{6}$$

2 Fixons un réel $x \geq 0$. Montrer que pour tout entier $n \geq 1, (1+x)^n \geq 1 + nx$.