Université de M'sila 2020/2021
Département des Sciences Techniques
$1^{\text{ière}}$année ST

Série d'exercices N°03(Math1),(Les fonctions réelles d'une variable réelle)

Exercice 01

Calculer les limites suivantes:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin px}{\sin qx}\right);\quad \lim_{x\to 0}\left(\frac{x\cos(x)-\sin(x)}{x^3}\right);\quad \lim_{x\to \pi}\left(\frac{\sin(x)}{x-\pi}\right);\quad \lim_{x\to 0}\left(x\left[\frac{1}{x}\right]\right)$$

Exercic 02

Etudier la continuité et la dérivabilité des fonctions suivantes:

$$f(x)=\begin{cases} x^3\sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x\neq 0\\ 0 & \text{si } x=0\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } x\leq 0\\ \cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right) & \text{si } x>0\end{cases},$$

$$h(x)=\begin{cases} 1-\left(\frac{1}{x}+1\right)e^{-\frac{1}{x}} & \text{si } x\neq 0\\ 0 & \text{si } x=0\end{cases}$$

Exercice 03

Soit la fonction f définie par $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+1}{2} & \text{si } 0\leq x\leq 1\\ \alpha x+2 & \text{si } 1<x\leq 2\end{cases}$

1. Déterminer la valeur α pour que f soit continue au point $x_0=1$.
2. Etudier la dérivabilité de f sur son domaine de définition (pour la valeur de α trouvée)

Exercice 04

1. Montrer que:

a) $\arg\cosh(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$, pour tout $x\geq 1$,

b) $\arg\tanh(x)=\frac{1}{2}\ln\dfrac{1+x}{1-x}$, pour tout $x\in\,]-1,1[$.

c) $\forall x\in\,]-1,1[\,:\cos(\arcsin(x))=\sin(\arccos(x))=\sqrt{1-x^2}$.

2 Déterminer le domaine de définition de la fonction réelle $f(x)=\arcsin\left(2x^2\right)$, puis trouver $f^{/}(x)$.

Exercice 05

1. Appliquer la règle de l'Hospital pour calculer les limites suivantes (quand $x\to 0$):

$$\frac{x}{(1+x^n)-1},\qquad \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}},\qquad \frac{1-\cos x}{\tan x}.$$