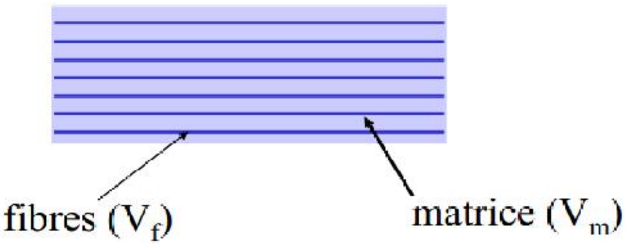
Chapitre 2. Evaluation des propriétés des composites unidirectionnels

II.1. Calcul d'homogénéisation des composites

Les composites sont composés de l'ensemble « matrice + renfort ». L'ajout du renfort augmente les propriétés mécaniques de la matrice renforcée. Considérons le composite unidirectionnel suivant :



Structure d'un matériau composite

Ce matériau est non homogène et ses diverses propriétés dépendent de celles des fibres et de la matrice qui les constituent. Cependant, ce dernier, peut être supposé comme homogène en considérant ses propriétés moyennes vis-à-vis des charges externes appliquées.

Le composite unidirectionnel est supposé se comporte comme un matériau dont les propriétés mécaniques varient d'une direction à une autre mais semblable le long de ce matériau.

Des expressions simplifiés et pratiques de ces composites peuvent être obtenus en adoptant une approche très simple du comportement mécanique d'un élément de volume de ce matériau. Nous décrivons ces expressions dans ce qui suit.

II.1.1. Fraction volumique

Considérons un volume du matériau composite, composé d'un volume de fibre et d'un volume de la matrice. On définit :

- La fraction volumique des fibres $V_f = \frac{v_f}{v_c}$
- La fraction volumique de la matrice $V_m = \frac{v_m}{v_c}$

Sachant que :

- $V_m = 1 - V_f$
- $v_c = v_f + v_m$

II.1.2. Fraction massique

Considérons la masse $\mathbf{W_c}$ du matériau composite, composé d'une masse $\mathbf{W_f}$ des fibres et une masse $\mathbf{W_m}$ de la matrice. Les fractions massiques des fibres et de la matrice sont :

- $P_f = \frac{W_f}{W_c}$
- $P_m = \frac{W_m}{W_c}$

Avec :

- $P_f + P_m = 1$
- $W_c = W_m + W_f$

II.1.3. Relation entre fraction volumique et massique

$$W_c = \rho_c v_c$$

$$W_f = \rho_f v_f$$

$$W_m = \rho_m v_m$$

Or :

$$W_m + W_f = W_c \Longrightarrow \begin{cases} \rho_f v_f + \rho_m v_m = \rho_c v_c \\ \rho_f \frac{v_f}{v_c} + \rho_m \frac{v_m}{v_c} = \rho_c \end{cases}$$

D'où :

$$\rho_c = \rho_f V_f + \rho_m V_m$$

Et :

$$\rho_c = \rho_f V_f + (1 - V_f)\, \rho_m$$

De plus :

$$v_c = v_f + v_m$$

$$\frac{W_c}{\rho_c} = \frac{W_f}{\rho_f} + \frac{W_m}{\rho_m} = \frac{W_f \rho_m + W_m \rho_f}{\rho_m \rho_f}$$

Ce qui donne :

$$\rho_c = \frac{\rho_m \rho_f W_c}{W_f \rho_m + W_m \rho_f} = \frac{1}{\frac{W_f}{W_c} \cdot \frac{\rho_m}{\rho_f \rho_m} + \frac{W_m}{W_c} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_f \rho_m}}$$

Finalement :

$$\boldsymbol{\rho_c = \frac{1}{\frac{P_f}{\rho_f} + \frac{P_m}{\rho_m}}}$$

Sachant que :

$$P_f = \frac{W_f}{W_c} = \frac{\rho_f . v_f}{\rho_c . v_c} = \frac{\rho_f}{\rho_c} . V_f$$

On aura :

$$P_f = \frac{\rho_f}{\rho_c} . V_f \quad Et\ P_m = \frac{\rho_m}{\rho_c} . V_m$$

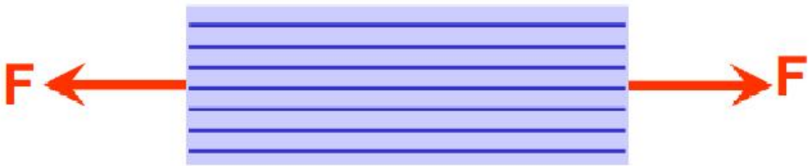
En fin :

$$V_f = \frac{\rho_c}{\rho_f} P_f \ et\ V_m = \frac{\rho_c}{\rho_m} P_m$$

II.2. Evaluation des constantes élastiques d'un composite unidirectionnelle

II.2.1. Module d'Young longitudinal : forces parallèles à la direction de la charge

Par essai de traction, le composite s'allonge d'une quantité ΔL, donc on définit une déformation $\varepsilon_L = \frac{\Delta L}{L}$. L'identité de la déformation dans la fibre et dans la matrice impose $\varepsilon_f = \varepsilon_m = \varepsilon_L$



De plus, on a : $\sigma_f = E_f.\varepsilon_f = E_f.\varepsilon_L$ et $\sigma_m = E_m.\varepsilon_m = E_m.\varepsilon_L$

Donc, la force : $F_f = \sigma_f.S_f = E_f.\varepsilon_L.S_f$ et $F_m = \sigma_m.S_m = E_m.\varepsilon_L.S_m$

Avec : S_m et S_f représentent les aires des sections droites de la fibre et de la matrice.

Sachant que :$F_1 = F_f + F_m$ ce qui donne $F_1 = \sigma_f.S_f + \sigma_m.S_m$

Soit S l'aire de la section droite du composite, donc : $\sigma_1 = \frac{F_1}{S}$

Et par conséquent l'équation nous donne :

$$\frac{F_1}{S} = \sigma_f.\frac{S_f}{S} + \sigma_m.\frac{S_m}{S}$$

Ainsi, $\sigma_1 = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m$ ou encore $\boxed{\sigma_1 = \sigma_f V_f + \sigma_m(1 - V_f)}$

Sachant que : $\sigma_1 = E_1.\varepsilon_1$

$$E_1.\varepsilon_1 = E_f V_f \varepsilon_1 + E_m \varepsilon_1 (1 - V_f)$$

$$E_1 = E_f V_f + E_m(1 - V_f)$$

Cette expression est connue sous le nom de 'loi des mélanges' pour le module d'Young dans la direction des fibres.

II.2.2. Module d'Young transversal : forces perpendiculaire la direction des fibres

Le module d'Young transversal est déterminé dans un essai de traction transversal où le composite est chargé suivant la direction normale de la fibre. On définit :

$$V_f = \frac{h_f}{hm + hf}$$

Et :

$$V_m = 1 - V_f = \frac{h_m}{hf + hm}$$

Dans ce cas on a :

$$\sigma_2 = \sigma_m = \sigma_f$$

Donc :

$$\varepsilon_f = \frac{\sigma_f}{E_f} = \frac{\sigma_2}{E_f}$$

Et :

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_m}{E_m} = \frac{\sigma_2}{E_m}$$

Sachant que l'allongement du composite est définit par

$$\Delta l_2 = \Delta l_f + \Delta l_m$$

Ce qui donne :

$$\Delta l_2 = \varepsilon_f h_f + \varepsilon_m h_m$$

et la déformation du composite est donné par :

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta l_2}{h_t}$$

Ainsi ;

$$\frac{\Delta l_2}{h_t} = \frac{\Delta l_2}{h_f + h_m} = \frac{\epsilon_f h_f + \varepsilon_m h_m}{h_f + h_m}$$

$$\epsilon_2 = \varepsilon_f \frac{h_f}{h_f + h_m} + \varepsilon_m \frac{h_m}{h_f + h_m}$$

$$\boxed{\varepsilon_2 = \varepsilon_f V_f + \varepsilon_m (1 - V_f)}$$

$$\sigma_2 = E_2 \varepsilon_2$$

Et :

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_f}{E_2}$$

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_m}{E_m} ; \varepsilon_f = \frac{\sigma_f}{E_f}$$

Ainsi L'équation ci-dessus s'écrit :

$$\frac{\sigma_f}{E_2} = \frac{\sigma_2}{E_f} V_f + \frac{\sigma_2}{E_m}(1 - V_f)$$

Et finalement on obtient : $\frac{1}{E_2} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{1-V_f}{E_m}$

II.2.3. Coefficient de poisson longitudinal

Par essai de traction, l'allongement du composite sera Δl et sa déformation sera : $\varepsilon_2 = \frac{\Delta_L}{L}$ avec : $\varepsilon_f = \varepsilon_m = \varepsilon_1$, Pour la déformation dans la direction 2 on a :

- Pour la fibre : $\varepsilon_{2f} = -\gamma_f \varepsilon_1$
- Pour la matrice : $\varepsilon_{2m} = -\gamma_m \varepsilon_1$

L'allongement transversal du composite est : $\Delta h = \Delta h_f + \Delta h_m$

$$\Delta h = \varepsilon_{2f} h_f + \varepsilon_{2m} h_m \quad = -\gamma_f \varepsilon_1 h_f - \gamma_m \varepsilon_1 h_m$$

Et la déformation totale du composite:

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta h}{h_m + h_f}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{-\gamma_f \varepsilon_1 h_f - \gamma_m \varepsilon_1 h_m}{h_m + h_f} = \left(\frac{-\gamma_f h_f}{h_m + h_f} - \frac{\gamma_m h_m}{h_m + h_f}\right)\varepsilon_1$$

$$\frac{-\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \gamma_f V_f + \gamma_m (1 - V_f)$$