

# Chapitre 1

## Flexion

### 6.1. Flexion

#### Définition

Une poutre est sollicitée en flexion chaque fois que sa ligne moyenne fléchit.(fig.7.1)

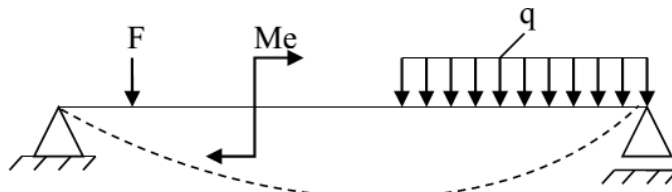


Figure 6.1

. On peut distinguer trois cas principaux :

✚ Poutre soumise à des moments (fig.6.2) :

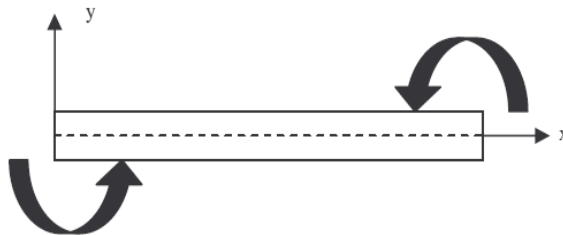


Figure 6.2 poutre soumise à des moments

✚ Poutre sur deux appuis soumise à des résultantes (fig.7.3)

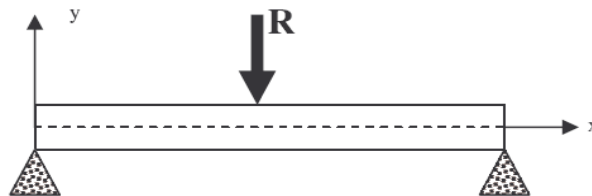


Figure 6.3 poutre sur deux appuis

✚ Poutre encastree soumise à des résultantes (7.4)

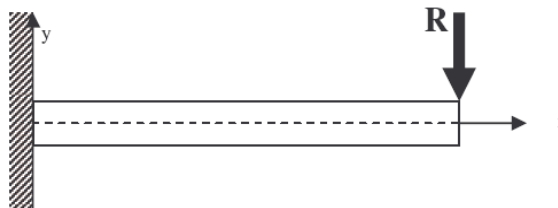


Figure6.4 poutre encastree

### Exemple pratique :

Toute poutre soumise à des charges non parallèles à sa ligne moyenne travaille en flexion simple ou en flexion pure.

- arbres avec poulies ou engrenages,
- ponts, ponts roulants, châssis de véhicules ....

Dans le cadre de la flexion, les efforts intérieurs dans n'importe section droite se réduisent à un effort Tranchant  $Q$  (perpendiculaire à la ligne moyenne) et à un moment fléchissant  $M_f$  (perpendiculaire à la ligne moyenne et à  $Q$ ). Plusieurs types de flexions s'en déduisent (pure, plane ou simple).

La **flexion est dite pure** si le moment fléchissant est l'unique effort intérieur que supporte la section droite.

Elle est dite "**flexion simple**" si en plus du moment fléchissant les sections droites des barres soient soumises à des efforts tranchants

## 6.2. Hypothèses

En plus des hypothèses déjà énoncées au début du cours de RDM, la flexion plane simple nous amène à supposer que :

- ◆ la ligne moyenne de la poutre est rectiligne.
- ◆ la section droite de la poutre est rectiligne.
- ◆ la poutre admet un plan de symétrie longitudinal (voir Fig6.5).
- ◆ toutes les forces appliquées à la poutre sont disposées perpendiculairement à la ligne moyenne et dans le plan de symétrie longitudinal (ou symétriquement par rapport à celui-ci).
- ◆ les forces appliquées sont soit concentrées en un point, soit réparties suivant une loi déterminée.

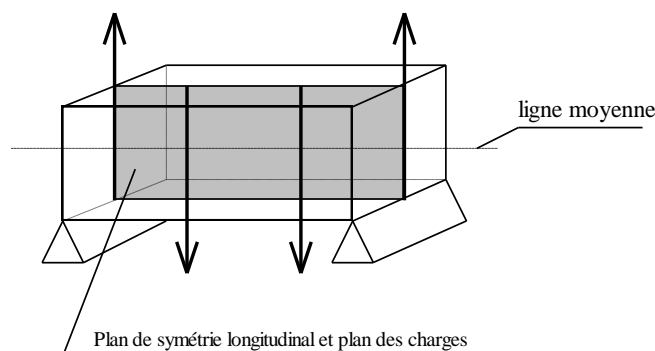


Figure 6.5 Poutre sur deux appuis sollicitée en flexion

Les éléments de réduction en G du tenseur des efforts de cohésion s'expriment par :

$$\{T_{cohesion}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Q_y & 0 \\ 0 & M_{fz} \end{Bmatrix}_{(xyz)}$$

### 6.3. Essai de flexion (domaine élastique)

Un dispositif représenté ci-dessous permet d'effectuer un essai de flexion plane simple sur une poutre reposant sur deux appuis A et B et soumise en C à une force  $\vec{F}$ .

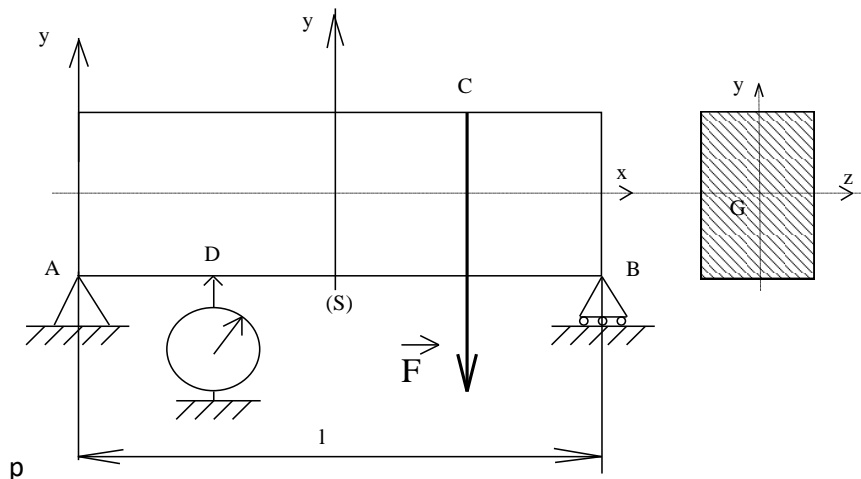
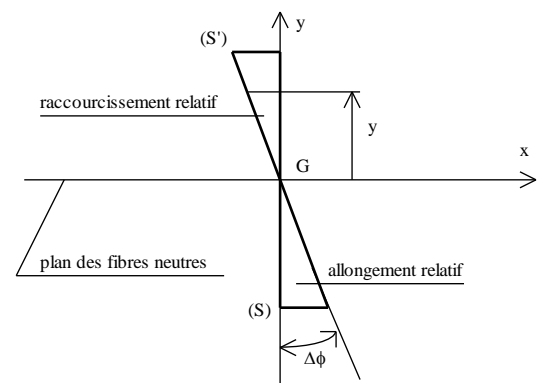


Figure 6.6 : représentation de l'essai de flexion .

Un comparateur placé en D permet de mesurer la flèche lorsque F varie.

#### Constatations :

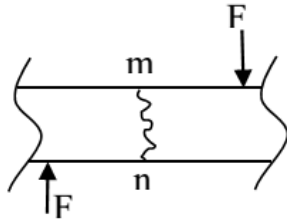
- La flèche est proportionnelle à l'effort F appliqué et ceci quelque soit le point D choisi.
- Pour une même valeur de F, la flèche est maximum lorsque D est au milieu de la poutre.
- On observe, en effectuant l'essai avec différentes poutres, que la flèche en D est inversement proportionnelle au moment quadratique  $I_{Gz}$  de la section.
- Les fibres longitudinales situées au-dessus de la ligne moyenne se raccourcissent et celles situées en dessous de la ligne moyenne s'allongent.
- Les fibres appartenant au plan  $(G,x,z)$  ne changent pas de longueur.
- Les allongements et raccourcissements relatifs ( $\Delta/l$ ) sont proportionnels à la distance de la fibre considérée au plan  $(G,x,z)$ .
- Les sections planes normales aux fibres restent planes et normales aux fibres après déformation.



## 6.4. Détermination des efforts intérieurs en flexion

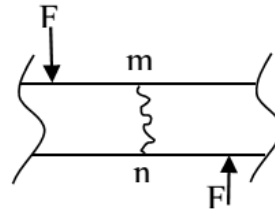
### 6.4.1. Convention de signe des efforts tranchants et des moments fléchissant

a)  $Q_{mn} > 0$



(a)

b)  $Q_{mn} < 0$



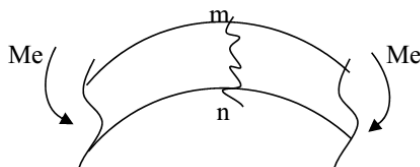
(b)

Figure 6.7 : Signes des efforts tranchants

- L'effort tranchant dans la section m-n d'une poutre (figure 6.7 a) est considéré comme positif, si la résultante des forces extérieures à gauche de la section est dirigée de bas en haut, et à droite de la section, de haut en bas, et négative dans le cas contraire (Fig.6.7 b).

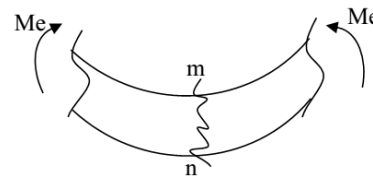
- On admet que dans la section d'une poutre, par exemple dans m-n (fig.6.7.a), le moment fléchissant est positif si la résultante de tous les moments des forces extérieures à gauche de la section est dirigée dans le sens horaire, et négative si elle est dirigée dans le sens antihoraire (fig.6.7b).

a)  $M_{mn} > 0$



a)

b)  $M_{mn} < 0$



b)

Figure 6.8 : signes du moment fléchissant.

Il est plus commode à retenir que le moment fléchissant est considéré comme positif si dans la section envisagée, la courbure de la poutre est orientée en bas. Dans ce qui suit, on démontre que les fibres de la partie concave de la poutre subissent la compression, (fig6.7.a) et ceux de la partie convexe, la traction.

### 6.4.2. Détermination des efforts tranchants et moment de flexion

La flexion simple (plane) engendre dans les sections droites d'une poutre deux efforts intérieurs (deux facteurs de force intérieurs), le moment fléchissant  $M_f$  et l'effort tranchant  $Q$ . Pour les déterminer, appliquons la méthode des sections. A l'endroit qui nous intéresse, pratiquons en pensée la coupe à la distance  $x$  de l'appui gauche (Fig.6.9). Rejetons une partie

de la poutre, par exemple celle de droite, et considérons l'équilibre de la partie gauche. Remplaçons l'interaction des parties de la poutre par les efforts intérieurs : le moment fléchissant  $M$  et l'effort tranchant  $Q$  (Fig.6.9.b).

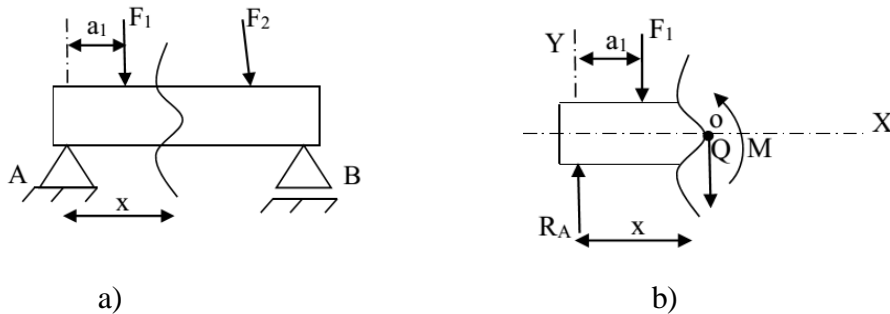


Figure6.9 : efforts de réduction dans une section d'abscisse  $x$ .

Pour calculer  $M$  et  $Q$ , utilisons deux équations d'équilibre :

$$1. \sum F_y = 0 \Rightarrow \sum F = 0 \Rightarrow R_A - F_1 - Q = 0 \Rightarrow Q = R_A - F_1$$

$Q = \sum(F_{iy})$  = Effort tranchant de la section

$$2. \sum M_o = 0 \Rightarrow - R_A \cdot x + F_1(x - a) + M = 0 \Rightarrow M = R_A \cdot x - F_1(x - a)$$

$M = \sum M_o(F_i)$  = Moment fléchissant de la section

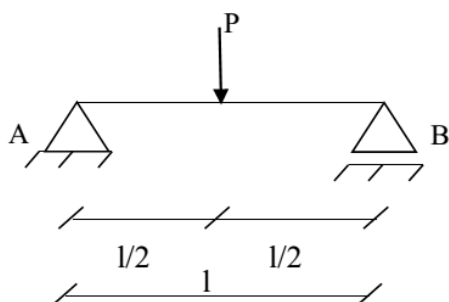
Ainsi dans la section droite d'une poutre :

1°/ l'effort tranchant  $Q$  est numériquement égal à la somme algébrique des projections sur le plan de la section de toutes les forces extérieures appliquées d'un côté de la section.

2°/le moment fléchissant est numériquement égal à la somme algébrique des moments (calculés par rapport au centre de gravité de la section) des forces extérieures appliquées d'un côté de la section considérée.

### Exemple N°1 :

Calculons pour le système suivant les réactions aux appuis A et B ainsi les efforts tranchants et les moments fléchissant dus à la charge P.



.1) Calcul des réactions aux appuis A et B :

L'équilibre statique de la poutre donne :

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 0$$

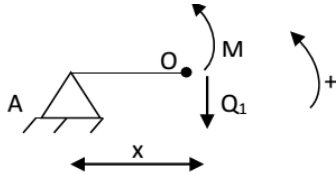
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_B = P$$

$$\sum M/A = 0 \Rightarrow -\frac{Pl}{2} + R_B \cdot l = 0$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{p}{2} \text{ et } R_A = \frac{p}{2}$$

2) Calcul des efforts intérieurs :

zone I:  $0 \leq x \leq \frac{l}{2}$

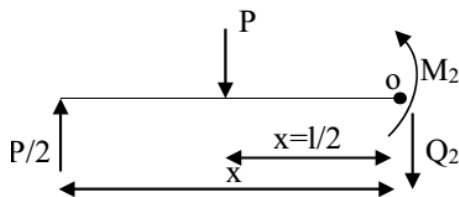


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Q_1 = R_A = \frac{p}{2}$$

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow -R_A \cdot x + M_1 = 0$$

$$M_1 = \frac{p}{2} x \text{ on a : } \left\{ \begin{array}{ll} \text{pour } x = 0 & M_1 = 0 \\ x = \frac{l}{2} & M_1 = \frac{PL}{4} \end{array} \right.$$

Zone 2  $\frac{l}{2} \leq x \leq l$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - P - Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = R_A - P = -\frac{p}{2}$$

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow -R_A \cdot x + P \left( x - \frac{l}{2} \right) + M_2 = 0 \Rightarrow M_2 = \frac{p}{2} x - P \left( x - \frac{l}{2} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{pour } x = \frac{l}{2} & M_2 = \frac{pl}{4} \\ x = l & M_2 = 0 \end{array} \right.$$

On déduit les diagrammes des efforts tranchants et les moments de la flexion de la barre AB sous l'action de P.

### Exemple N°2 :

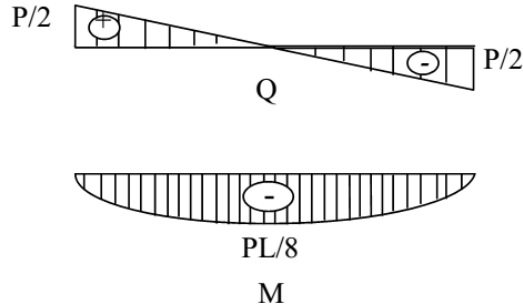
Soit la poutre sur deux appuis, sollicitée en flexion par une charge répartie uniformément sur toute la longueur de la poutre de taux q.

a) Calcul des réaction  $R_{Ay}$  et  $R_B$

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow M = R_A \cdot x - (P/L) \cdot x^2/2$$

$$M = 0,5P \cdot x - 0,5 (P/L) x^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } x=0 \quad M=0 \\ X=L \quad M=0 \end{array} \right.$$



### 6.4.3. Relation entre le moment fléchissant, l'effort tranchant et l'intensité de la charge répartie

Considérons une poutre soumise à une charge arbitraire (Fig.6.10). Déterminons l'effort tranchant dans la section à la distance  $x$  de l'appui gauche. En projetant sur la verticale les forces à gauche de la section, on obtient :

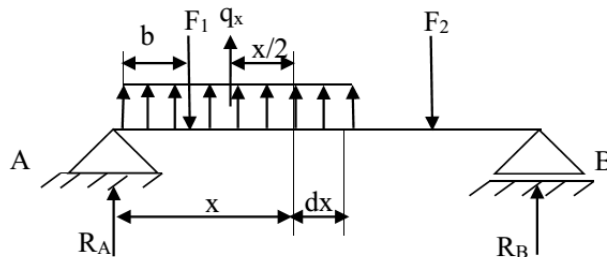


Figure 6.10 poutre soumise à charge arbitraire

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Q = R_A - F_1 + q \times x \tag{6.1}$$

a) D'une façon analogue, on calcule l'effort tranchant dans la section se trouvant à la distance  $x+dx$  de l'appui de gauche :

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Q + dQ = R_A - F_1 + q(x + dx) \tag{6.2}$$

b) La différence entre les deux expressions précédente donne

$$q = \frac{dQ}{dx} \tag{6.3}$$

c'est-à-dire que la dérivée de l'effort tranchant par rapport à l'abscisse de la section de la poutre est égale à l'intensité de la distribution de la charge répartie.

Un calcul analogue est effectué pour le moment de flexion dans une section d'abscisse  $x$ , en prenant la somme des moments des forces appliquées à gauche de la section. A cet effet, la charge répartie sur le tronçon de longueur  $x$  est remplacée par sa résultante égale à  $q.x$  et est appliquée au milieu du tronçon à la distance  $x/2$  de la section :

$$M = R_A \cdot x - F_1(x - b) + qx \cdot \left(\frac{x}{2}\right) \quad (6.4)$$

c) De la même façon, on calcule le moment fléchissant subi par la section connexe à la distance  $x+dx$  de l'appui gauche :

$$M + dM = R_A(x + dx) - F_1(x + dx - b) + q(x + dx) \times \frac{2}{2} \quad (6.5)$$

d) La différence des équations c) et d) donne :

$$dM = R_A \times dx - F_1 \times dx + qxdx = dx(R_A + F_1 + qx) \quad (6.6)$$

L'expression entre parenthèses est l'effort tranchant  $Q$ . Donc :

$$dM = Q \cdot dx \Rightarrow Q = \frac{dM}{dx} \quad (6.7)$$

C'est-à-dire que la dérivée du moment fléchissant par rapport à l'abscisse de la section est égale à l'effort tranchant (théorème de Jouravski)

## 6.5. Contrainte normale en flexion simple

Des contraintes normales se développent dans les sections transversales d'une poutre soumise à un moment fléchissant. La figure(6.11) montre les fibres tendues et comprimées externes d'un tronçon de poutre fléchi. Dans la zone comprimée les fibres se raccourcissent tandis que dans la zone de traction elles s'allongent. Ces deux zones sont séparées par un plan neutre ayant un rayon de courbure  $R$  et dont la longueur ne varie pas lors de la flexion. L'allongement relatif d'une fibre se trouvant à une distance  $y$  de l'axe neutre peut être écrit :

$$\varepsilon = \frac{a'b'}{ab} = \frac{(R + y)d\theta - dx}{dx}$$

Avec :  $dx = Rd\theta$  (6.8)

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{y}{R}$$

et on a (6.9)

Alors  $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$  (6.10)



$$\sigma = \frac{E}{R} y$$

(6.11)

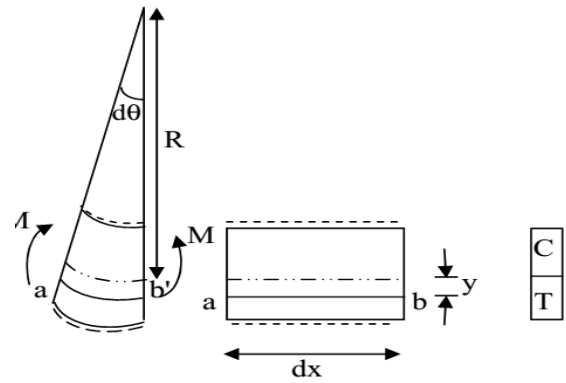


Figure 6.11 représentation de la flexion d'un élément dx de la section  
 La condition d'équilibre qui lie les contraintes et les efforts internes dans la section transversale d'une poutre est :

$$\iint_x \sigma y ds = M \quad (6.12)$$

En remplaçant  $\sigma$  par valeur dans l'expression du moment on obtient :

$$M = \iint_s \frac{E}{R} y^2 ds \quad (6.13)$$

$$M = \frac{E}{R} \iint_s y^2 ds$$

$$M = \frac{E}{R} I_z \quad (6.14)$$

$I_z$  étant le moment d'inertie de la section plane (droite) par rapport à l'axe Z

R est : le rayon de courbure de la section droite

En remplaçant R par sa valeur, la contrainte normale en tout point de la section de la poutre distante de y de l'axe x a pour valeur:

$$\sigma = \frac{My}{I_z}$$

(6.15)

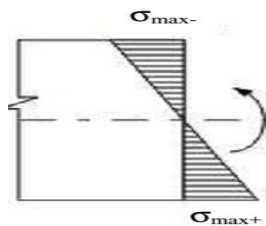


Figure 6.12 distribution des contraintes normale sur une section droite.

## 6.6. Conditions de résistance par rapport aux contraintes normales

Pour des raisons de sécurité, la contrainte normale  $\sigma$  doit rester inférieure à une valeur limite appelée contrainte pratique à l'extension  $\sigma_{pe}$ .

On a :

$$\sigma_{pe} = \frac{\sigma_e}{s} \quad (6.16)$$

s est un coefficient de sécurité

La condition de résistance traduit simplement le fait que la contrainte réelle ne doit pas dépasser le seuil précédent, soit :

$$\sigma_{réelle} = \frac{Mf_{maxi}}{\left( \frac{I_{Gz}}{y_{maxi}} \right)} < \sigma_{pe} \quad (6.17)$$

## 6.7. Calcul des contraintes tangentielles

Quand une poutre est soumise à l'action simultanée d'un moment fléchissant et d'un effort tranchant, en plus des contraintes normales, des contraintes tangentielles apparaissent aussi au niveau des sections droites. Aux contraintes tangentielles d'un élément unitaire sont associées des contraintes tangentielles égales sur les facettes horizontales (réciprocité des contraintes tangentielles). L'existence de ces contraintes suivant les couches horizontales de la poutre peut être démontrée par superposition de deux poutres de hauteur h simplement appuyées aux extrémités et soumises à une force concentrée à mi-travée. On constate qu'il y a un glissement des fibres inférieures ce qui signifie qu'il y a des contraintes tangentielles horizontales empêchant ce glissement dans le cas d'une poutre équivalente de hauteur 2h (voir figure 7.10).

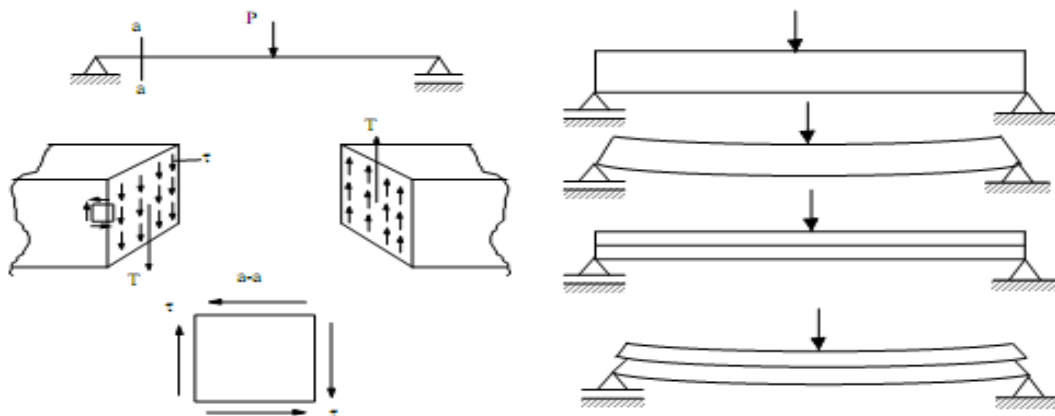


Figure 7.13 poutre en flexion simple

Considérons un tronçon de poutre de longueur  $dx$  soumis à un effort tranchant constant  $Q$  et un moment fléchissant variant de  $M$  à  $M+dM$ .

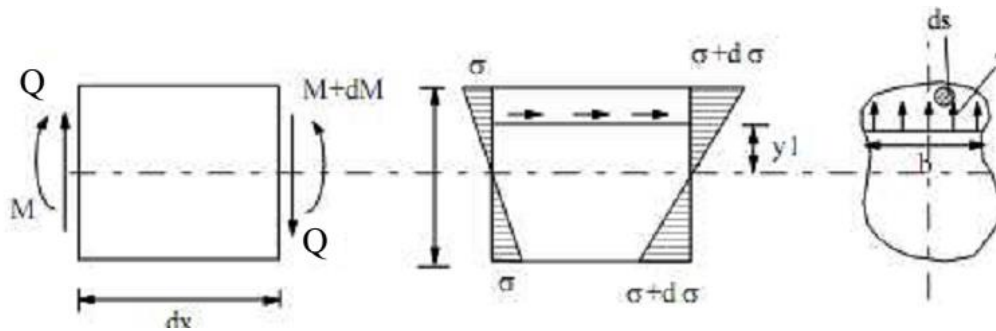


Figure 7.14 : contraintes dans un élément de la section

La partie supérieure de l'élément  $dx$  à une distance  $y_1$  de l'axe neutre est en équilibre sous l'action des contraintes  $\sigma$  à gauche de l'élément  $dx$ ,  $\sigma+d\sigma$  à droite de l'élément et de la contrainte tangentielle horizontale  $\tau$ . Ecrivons l'équation d'équilibre :

$$\iint_{S1} \sigma ds - \iint_{S1} (\sigma + d\sigma) ds + \int \tau b dx = 0 \quad (6.18)$$

En supposant que les contraintes tangentielles sont constants dans la section  $b dx$

$$\tau b dx = \iint_{S1} d\sigma ds = \iint_{S1} \frac{dM}{I} y ds \quad (6.19)$$

$$= \frac{dM}{I} \iint_{S1} y ds$$

$$= \frac{dM}{I} A_s \iint y ds \quad (6.20)$$

$$\tau = \frac{dM A_s}{I dx \cdot b} = \frac{Q A_s}{I \cdot b} \quad (6.21)$$

Avec :  $Q$  : effort tranchant

$A_s$  : moment statique de la section par rapport à l'axe horizontal

$I$  : moment d'inertie de la section par rapport à l'axe horizontal

$b$  : largeur de la section

Cette relation a été établie par D. Jouravski et porte son nom. Etudions la loi de distribution des contraintes tangentielles dans une poutre de section rectangulaire (fig. 6.15)

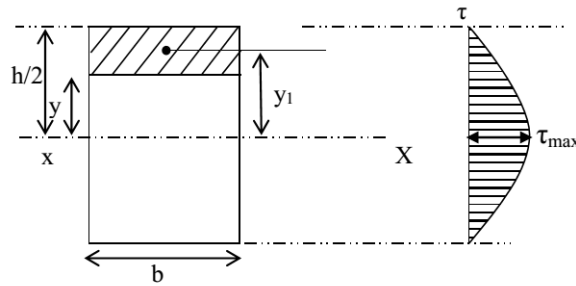


Figure 6.15 : contraintes tangentielles dans une section rectangulaire

Cette loi est déterminée par la loi de variation de  $S_x$  pour la section donnée, les autres quantités étant constantes, de plus :

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad (6.22)$$

Le moment statique de l'aire hachurée par rapport à l'axe X :

$$A_s = b \left( \frac{h}{2} - y \right) \frac{1}{2} \left( \frac{h}{2} + y \right) = \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (6.23)$$

C'est l'équation d'une parabole.

La contrainte tangentielle vaut alors :

$$\tau = \frac{Q \cdot \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right) 12}{2bh^3} = \frac{6Q}{bh^3} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (6.24)$$

Les valeurs de  $\tau$  varient en fonction de  $y$  ( fig 6.15)

Pour  $y = h/2$ ,  $\tau = 0$

$$Y = 0, \quad \tau = \frac{3Q}{2S}$$

$Y = -h/2, \tau = 0$

- ◆ Pour une poutre de section rectangulaire, la contrainte tangentielle maximale se manifeste au niveau de l'axe neutre.

$$\tau_{\max} = \frac{3Q}{2S} \quad (6.25)$$

- ◆ Pour une section circulaire, la valeur maximale de  $\tau$  sur l'axe neutre vaut :

$$\tau_{\max} = \frac{4Q}{3S} \quad (6.26)$$

- ◆ Pour une section annulaire :

$$\tau_{\max} = \frac{2Q}{S} \quad (6.27)$$

On peut écrire que :

$$\tau_{\max} = \frac{kQ}{S} \quad (6.28)$$

k étant facteur dépendant de la section désirée

## 6.8. Etude de la déformée

Quand on charge une poutre, la ligne moyenne qui, initialement est droite, se déforme sous l'effet d'un moment fléchissant.

L'allure de l'axe longitudinal de la poutre après flexion (déformé) est appelée ligne élastique. On s'intéresse au calcul des déformations élastiques à la flexion pour pratiquement deux raisons :

- Calcul à la rigidité : en plus du calcul à la résistance, on doit parfois vérifier que la flèche de la poutre ne dépasse pas la valeur de la flèche maximale permise.
- Le calcul des déformations est essentiel pour l'analyse des systèmes hyperstatiques.

L'expression de l'équation de la déformation peut être facilement obtenue à partir de la relation entre la courbure et le moment fléchissant :

$$M = \frac{E}{R} I_z$$

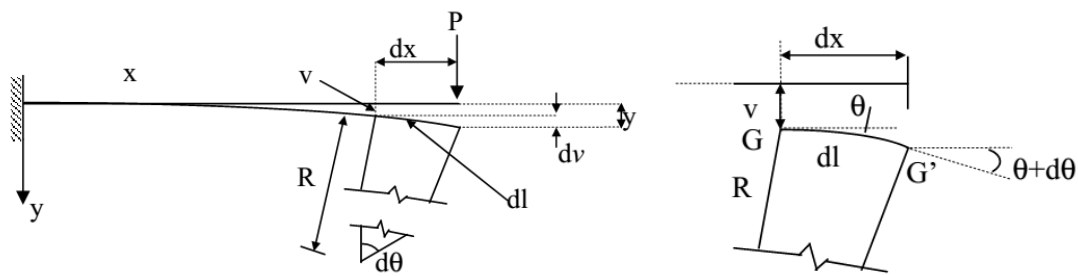


Figure 6.16 : déplacement dans un élément de section.

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI_z} \quad (6.29)$$

$\frac{1}{R}$  Étant la courbure de l'axe neutre de la poutre

M : le moment fléchissant

$EI_z$  : Rigidité de la section. Dans ce qui suit on posera :  $EI_z = EI$

La courbure d'une ligne est exprimée comme suit :

$$\frac{1}{R} = \pm \frac{y''}{[1+(y')^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (6.30)$$

Où :  $y' = \frac{dy}{dx}$  et  $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$

D'après l'équation (6.29) on obtient

$$\frac{M}{EI} = \pm \frac{y''}{[1 + (y')^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (6.31)$$

C'est l'équation différentielle de l'axe fléchi d'une poutre et dans laquelle on néglige le terme

$$y'^2 = \tan^2 \theta = \theta^2$$

Et l'équation (6.11) devient

$$y'' = \pm \frac{M}{EI} \quad (6.32)$$

Le choix du signe est déterminé par le système de coordonnées adopté (Fig. 7.13) :

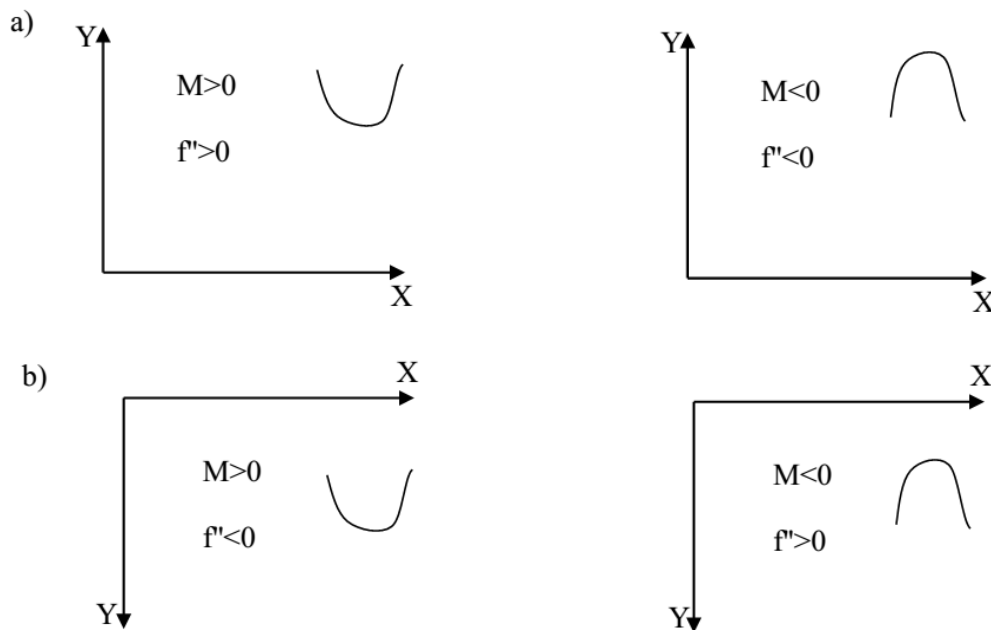


Figure 6.17 : convention des signes de M et y' en fonction du système.

Cette étude permet de donner l'équation de la déformée de la poutre sous la forme

$$y = f(x).$$

Elle est principalement basé sur la résolution de l'équation différentielle (6.32)

Il faut alors procéder à deux intégrations successives.

- ✓ La première intégration donnera la rotation  $y' = \theta$  on obtient alors :

$$EIy' = \int M \cdot dx + C \quad (6.33)$$

- ✓ La deuxième intégration donnera la flèche

$$EIy = \int dx \int M dx + Cx + D \quad (6.34)$$

Les constantes d'intégration C et D s'obtiennent grâce aux conditions aux limites (appuis, encastresments...).

**Exemple de conditions aux limites :**

◆ Poutre sur deux appuis :

$$X=0 \quad y=0$$

$$X=L \quad y=0$$

◆ Poutre encastrée :

$$X=0 \quad y=0 \text{ et } y'=0$$

### Application

#### Exemple N°3

Déterminer la contrainte normale et la contrainte tangentielle de l'exercice N°1 si la poutre à une section droite rectangulaire ( $b \times h$ ) ainsi que l'expression de la flèche  $y$ .

Solution :

Dans l'exercice N°1, nous avons déterminé le diagramme des moments de flexion et nous avons trouvé la valeur de  $M_{f_{\max}}$  et d'après la formule de la contrainte normale (7.11) on obtient :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f_{\max}} y_{\max}}{I}, \quad M_{f_{\max}} = Pl/4, \text{ et } y_{\max} = h/2 \text{ et } I = bh^3/12$$

$$\sigma_{\max} = \frac{PL \cdot \frac{h}{2}}{4 \frac{bh^3}{12}} = \frac{3PL}{2bh^2} \text{ donc } \sigma_{\max} = \frac{3PL}{2bh^2}$$

2) calcul de l'expression de la flèche  $y$  :

D'après l'équation (6.12) on a :  $y'' = \frac{M}{EI}$

On doit étudier la déflexion dans les deux sections 1 et 2

Pour  $0 \leq x \leq \frac{l}{2}$  :  $M_f = Px/2$

$$Y'' = \frac{M}{EI} = \frac{Px}{2EI} \text{ on peut écrire pour } EIy'' = \frac{P}{2}x$$

$$EIy' = \frac{P}{4}x^2 + C_1$$

$$EIy = \frac{P}{12}x^3 + C_1x + D_1$$

$C_1$  et  $D_1$  sont des constantes d'intégration déterminées d'après les conditions aux limites de la poutre c'est-à-dire :

Pour  $x=0$ ,  $y=0$  et pour  $x=l$   $y=0$

$$\checkmark \text{ Pour } x=0 \Rightarrow EIy = \frac{P}{12}x^3 + C_1x + D_1 = 0 \Rightarrow D_1 = 0$$

On déjà trouvé que  $M_{\max} = \frac{p}{4}l$  pour  $x = \frac{l}{2} \Rightarrow y' = 0$  (tangente est horizontale pour cette valeur de  $x$ )

$$EIy' = \frac{p}{4} \frac{l^2}{4} + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{pl^2}{16}$$

Résultat :

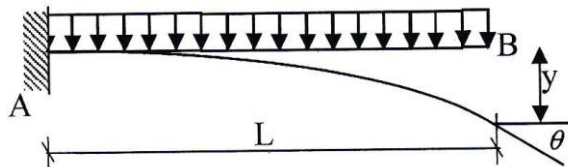
$$EIy = \frac{p}{12}x^3 - \frac{pl^2}{16}x, \quad y = \frac{p}{4EI} \left( \frac{x^3}{3} - \frac{l^2x}{4} \right)$$

La flèche est maximale pour  $x = \frac{l}{2} \Rightarrow y_{\max} = -\frac{pl^3}{48EI}$

### Exercices Proposés

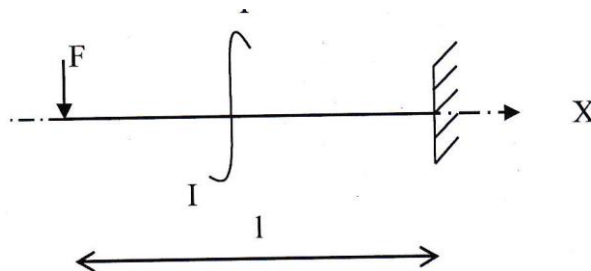
#### Exercice N°1

Déterminer l'expression de la déformée d'une console soumise à une charge uniformément répartie sur toute sa longueur.



#### Exercice N°2

Déterminer la flèche maximale  $Y_{\max}$  et la rotation  $Y'_{\max}$  d'une poutre encastree (console) chargée par une force concentrée à l'extrémité.



#### Exercice N°3

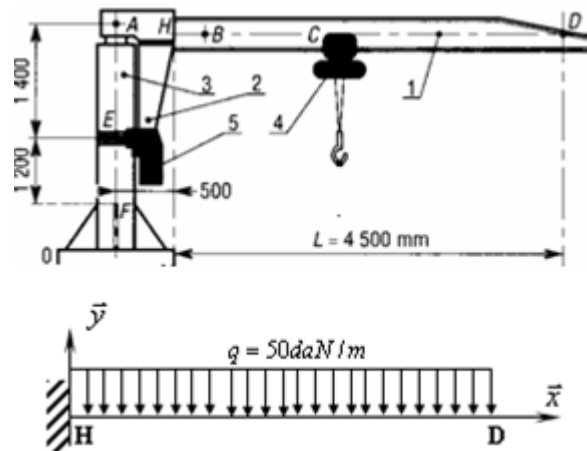
Une potence sur colonne destinée à la manutention se compose d'une flèche (1) encastree (soudée) sur un support motorisé (2). L'ensemble peut pivoter (rotation d'axe vertical  $\vec{y}$ ) autour d'une colonne fixe (3) grâce à un motoréducteur (5). Le levage est réalisé par le palan (4), mobile entre B et D, et d'une capacité négligeable devant le point de la flèche (1).

La flèche (1) est modélisée par une poutre (fig.2) sous l'action d'une charge répartie  $\vec{q}$ .

1- Déterminer les actions exercées par l'encastrement H.



- 2- Tracer les diagrammes des T et des  $Mfz$  le long de la poutre.
- 3- Déterminer l'équation de la déformée. En déduire l'expression de la flèche maximale.



#### Exercice N°4

Le tour de grande capacité proposé réalise le tournage d'un cylindre de 1 m de diamètre et de longueur 5 m. La masse volumique de l'acier est de 7800 kg/m<sup>3</sup> et le module d'Young  $E = 20000 \text{ daN/mm}^2$ .

L'étude du cylindre se ramène au schéma (fig.3).

- 1- Déterminer la valeur de la charge répartie  $q$  correspond au poids du cylindre seul (l'action de l'outil de coupe est négligeable).
- 2- Tracer les diagrammes des T et des  $Mfz$  le long de la poutre.
- 3- Déterminer l'équation de la déformée. En déduire la flèche maximale.

