# TD 3

## Exercice 1

1. Coder sur 4 bits les entiers **+7, +2, 0, −2, −7 et −8, +8** avec les représentations suivantes :
   - ✓ Signe et valeur absolue ;
   - ✓ Complément à 1 (Cà1);
   - ✓ Complément à 2 (Cà2).
2. Indiquer la valeur codée par la suite 1101100101110101 qui représente un entier signé en complément à 2 sur 16 bits.
   - ✓ Même question avec la suite 0001000011101101.
3. Effectuer (**sur 6 Bits**) en **Cà1** puis en **Cà2** les opérations suivantes :

**+19+5 ; +20+15 ; -13-12 ; -21-17 ; +19-3 ; +2-11 ; -18-14.**

## Exercice 2

Soit une machine à 32 bits dont le contenu en octal est égal à $37724000000_{(8)}$

Quel est l'équivalent en décimal de ce contenu si on considère qu'il représente :

1. Une valeur entière en Signe + Valeur Absolue
2. Une valeur entière en Complément Restreint
3. Une valeur entière en Complément Vrai
4. Une valeur réelle en notation de la virgule flottante simple précision (standard IEEE 754).

## Exercice 3

Donner en hexadécimal, la représentation en ANSI / IEEE 754 des nombres suivant

$+64.5_{(10)}$ $+8.375_{(10)}$

$-2.625_{(10)} \times 2^{-129}$ $+5 \times 2^{-128}$

## Exercice 4

Prenant la notation de la virgule flottante simple précision (32 bits) du standard ANSI / IEEE 74

1- Donner l'intervalle des nombres normalisés positives $[Nnp_{min}, Nnp_{max}]$ représentables (sous la forme $\pm \mathrm{a} \times 2^{\mathrm{b}}$ : a et b sont décimaux)

2- Mettre sous la forme $\pm \mathrm{a} \times 2^{\mathrm{b}}$ les deux contenus hexadécimaux suivants : $\mathrm{X} = \mathrm{AE800000}, \mathrm{Y} = \mathrm{AF600000}$(a est binaire et b décimal)

3- Calculer$Z = X - Y$

**4-** Déduire la représentation de $Z$

Résumé des Différentes représentations possibles sur le standard ANSI / IEEE 754
(simple précision)

| Signe | $E_b$ | $f$ | $M$ | Valeur représentée |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 11111111 = 255 | $= 0$ | - | $-\infty$ |
| 0 | | | - | $+\infty$ |
| ∀ | 11111111 = 255 | $\neq 0$ | - | NaNs |
| 1 | 00000000 = 0 | $= 0$ | 0.000….0 | $-0$ |
| 0 | | | | $+0$ |
| 1 | $0 < E_b < 255$<br>Normalisées | $\forall f$ | $M = 1.f$ | $V = -M \times 2^{E_b - 127}$ |
| 0 | | | | $V = +M \times 2^{E_b - 127}$ |
| 1 | $00000000 = 0$ | $\neq 0$ | $M = 0.f$ | $V = -M \times 2^{-126}$ |
| 0 | Dénormalisées | | | $V = +M \times 2^{-126}$ |

# Corrigé de TD4

## Exercice 1

1. Coder sur 4 bits les entiers **+7, +2, 0, −2, −7 et −8, +8** avec les représentations suivantes :
   - ✓ Signe et valeur absolue :

     **+7=0111 ; +2=0010 ; 0=0000 ou 1000 ; -2=1010 ; -7=1111 ;**

     **-8 et +8 n'est pas représentable sur 4 bits**

   - ✓ Complément à 1 (Cà1);

     **+7=0111 ; +2=0010 ; 0=0000 ou 1111 ; -2=1101 ; -7=1000 ;**

     **-8 et +8 n'est pas représentable sur 4 bits**

   - ✓ Complément à 2 (Cà2) :

     **+7=0111 ; +2=0010 ; 0=0000 ; -2=1110 ; -7=1001 ; -8=1000**
     **+8 n'est pas représentable sur 4 bits**

2. Indiquer la valeur codée par la suite 1101100101110101 qui représente un entier signé en complément à 2 sur 16 bits.

Correction : C'est un nombre négatif. Complément à 2 = - 0010011010001011 =−9867.

   - ✓ Même question avec la suite 0001000011101101.

Correction : C'est un nombre positif. Complément à 2 =+ 0001000011101101 =+4333.

3. Effectuer (**sur 6 Bits**) en **Cà1** puis en **Cà2** les opérations suivantes :

**+19+5 ; +20+15 ; -13-12 ; -21-17 ; +19-3 ; +2-11 ; -18-14.**

### 1) En Complément à1

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **+19** | **010011** | **+20** | **010100** | **-12** | **110011** |
| **+5** | **000101** | **+15** | **001111** | **-13** | **110010** |
| **= +24** | **011000 (correct)** | **= +35** | **100011 (incorrect)**<br><br>**Débordement (35>31)** | **= -25** | **1 100101**<br>**+ 1**<br>**100110 (Cà1)**<br>**111001 (S/VA)=-25** |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| -21 | 101010 | -19 | 101100 | +2 | 000010 |
| -17 | 101110 | +3 | 000011 | -11 | 110100 |
| = -38 | 1011000<br>+1<br>011001(incorr)<br>Débordement | = -16 | 101111 (Cà1)<br>110000 (S/VA)=-16 | = -9 | 110110 (Cà1)<br>101001 (S/VA)=-9 |

| | |
|---|---|
| -18 | 101101 |
| -14 | 110001 |
| = -32 | 1011110<br>+1<br>011111(incorrect)<br>Débordement |

## 2) En Complément à 2

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| +19 | 010011 | +20 | 010100 | -12 | 110100 |
| +5 | 000101 | +15 | 001111 | -13 | 110011 |
| = +24 | 011000 (correct) | = +35 | 100011 (incorrect)<br>Débordement<br>(35>31) | = -25 | 1 100111<br>Supprimer la retenue 1<br>100111 (Cà2)<br>111001 (S/VA)=-25 |
| -21 | 101011 | -19 | 101101 | +2 | 000010 |
| -17 | 101111 | +3 | 000011 | -11 | 110101 |
| = -38 | 1011010<br>Supprimer la retenue 1<br>011010(incorr)<br>Débordement<br>(-38<-32) | = -16 | 110000 (Cà2)<br>110000 (S/VA)=-16 | = -9 | 110111 (Cà2)<br>101001 (S/VA)=-9 |

| | |
|---|---|
| **-18** | **101110** |
| **-14** | **110010** |
| **= -32** | **1100000**<br>**Supprimer la retenue 1**<br>**100000 (Cà2)**<br>**100000 (S/VA)=-32** |

## Exercice 2

$$\mathbf{11111111010100000000000000000000}$$

1- Valeur entière S+VA

$$-(\mathbf{2^{30}+2^{29}+2^{28}+2^{27}+2^{26}+2^{25}+2^{24}+2^{22}+2^{20}}) = \mathbf{-2135949312_{(10)}}$$

2- Valeur entière C.R

$$\mathbf{-00000000101011111111111111111111_{(2)}} = -(\mathbf{2^{23}+2^{21}+2^{20}-1}) = \mathbf{-11534335_{(10)}}$$

3- Valeur Entière C.V

$$\mathbf{11111111010100000000000000000000 - 1} = \mathbf{11111111010011111111111111111111}$$

$$x = -00000000101100000000000000000000_{(2)} = -(2^{23}+2^{21}+2^{20}) = -11534336_{(10)}$$

4- Valeur réelle en virgule flottante

Sachant que $E_b = E_r + 127$

$E_r = E_b - 127 = 254 - 127 = 127$

$$\underbrace{\mathbf{1}}_{\boldsymbol{S}}\ \underbrace{\mathbf{11111110}}_{\boldsymbol{E_b}}\ \underbrace{\mathbf{10100000000000000000000}}_{\boldsymbol{M}}$$

$\boldsymbol{x} = \mathbf{S \times M \times 2^{E_r}}$

$\boldsymbol{S} = \mathbf{-1}$

$\boldsymbol{M} = \mathbf{1.101_{(2)} = 1 + 2^{-1} + 2^{-3} = 1.625_{(10)}}$

$\boldsymbol{x} = \mathbf{-1.625 \times 2^{+127}}$

## Exercice 3

Donner en hexadécimal, la représentation en ANSI / IEEE 754 des nombres suivant

$+64.5_{(10)} = +1000000.1 = +1.0000001 \times 2^{6}$ => le nombre est **normalisée**

$E_b = 6 + 127 = 133 = 10000101_{(2)}$

$$0\ \underbrace{10000101}_{E_b}\ \overbrace{00000010000000000000000}^{partie\ fractionnaire\ de\ la\ mantisse}$$

Donc, la représentation en hexadécimal est

$$\mathbf{42810000_{(16)}}$$

$+8.375_{(10)} = +1000.011 = +1.000011 \times 2^3$ => le nombre est **normalisée**

$E_b = 3 + 127 = 130 = 10000010_{(2)}$

$$0\ \underbrace{10000010}_{E_b}\ \overbrace{00001100000000000000000}^{\text{Partie fractionnaire de la mantisse}}$$

Donc, la représentation en hexadécimal est

$$\mathbf{41060000_{(16)}}$$

$$-2.625_{(10)} \times 2^{-129} = \mathbf{10.101 \times 2^{-129}} = \mathbf{0.010101 \times 2^{-126}}$$

=> le nombre est **dénormalisé**=>$E_b = 00000000_{(2)}$

$$1\ \underbrace{00000000}_{E_b}\ \overbrace{01010100000000000000000}^{\text{La mantisse}}$$

$$\mathbf{802A0000_{(16)}}$$

$\mathbf{+5 \times 2^{-128} = +101 \times 2^{-128} = 1.01 \times 2^{-126}}$**=> le nombre est normalisé**

$E_b = -126 + 127 = 1 = 00000001_{(2)}$

$$0\ \underbrace{00000001}_{E_b}\ \overbrace{01000000000000000000000}^{\text{Partie fractionnaire de la mantisse}}$$

$$\mathbf{00A00000_{(16)}}$$

## Exercice 4

1- Question 1

- $\boldsymbol{Nnp_{min}}$est représenté en$\mathbf{0\ 00000001\ \overbrace{000\ldots\ldots\ldots0}^{23\ zeros}}$

$\boldsymbol{Nnp_{min} = +a_{min} \times 2^{b_{min}}}$

$\boldsymbol{a_{min} = E_r = E_b - 127 = -126}$

$\boldsymbol{b_{min} = 1.000\ldots0}$

$$\text{Donc, } \boldsymbol{Nnp_{min} = 2^{-126}}$$

- $\boldsymbol{Nnp_{max}}$est représenté en$\mathbf{0\ 11111110}\ \overbrace{\mathbf{111} \ldots \ldots \mathbf{1}}^{\boldsymbol{23\ uns}}$

$\boldsymbol{Nnp_{max}} = +\boldsymbol{a_{max}} \times \mathbf{2}^{\boldsymbol{b_{max}}}$

$\boldsymbol{a_{max}} = \boldsymbol{E_r} = \boldsymbol{E_b} - \mathbf{127} = \mathbf{254} - \mathbf{127} = \mathbf{127}$

$\boldsymbol{b_{max}} = \mathbf{1.111} \ldots \mathbf{1} = \mathbf{2} - \mathbf{2^{-23}}$

Donc, $\boldsymbol{Nnp_{max}} = (\mathbf{2} - \mathbf{2^{-23}})\mathbf{2^{127}} \approx \mathbf{3.4} \times \mathbf{10^{38}}$

2- Question 2

1)

$$X = AE800000 = 10101110100000000000000000000000$$

X **est normalisé**

$a = 1.000 \ldots 0_{(2)} = 1_{(10)}$

$b = E_b - 127 = 93 - 127 = -34$

$$X = -1_{(10)} \times 2^{-34}$$

$$Y = AF600000 \quad = 10101111011000000000000000000000$$

Y **est normalisé**

$a = 1.11000 \ldots 0_{(2)} = 1.75_{(10)}$

$b = E_b - 127 = 94 - 127 = -33$

$$Y = -1.75_{(10)} \times 2^{-33}$$

2) $Z = X - Y = -1_{(2)} \times 2^{-34} + 1.11_{(2)} \times 2^{-33}$

$$= -0.1_{(2)} \times 2^{-33} + 1.11_{(2)} \times 2^{-33} = +1.01_{(2)} \times 2^{-33}$$

La représentation de $\boldsymbol{Z}$ est

1 01011101 01000000000000000000000