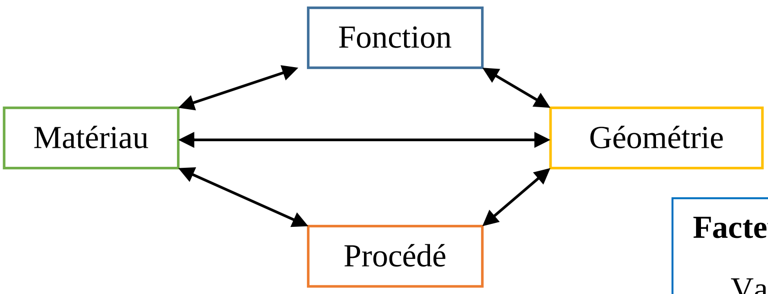
Sélection des matériaux avec facteur de forme

1.1. Introduction

Les sections géométriques creuses sont plus performantes que les sections pleines pour supporter des charges en flexion, torsion et compression axiales.

La signification de la géométrie est que la section transversale est tubulaire, rectangulaire, en I... etc.



Facteur géométrique :

Valeur caractéristique en flexion et en torsion ce qui donnera in indice de performance IP qui prend en considération le facteur forme

- *La géométrie de la section est importante pour certains modes de chargement.*
- *La performance mécanique est obtenue en combinant le matériau avec une forme macroscopique. La forme est caractérisée par un facteur de forme Φ sans dimension.*

1.2. facteurs de forme

1.2.1. Définitions

Un composant est en générale chargé soit axialement, soit en flexion ou en torsion :

- Barres sont chargées en traction.
- Les poutres en flexion.
- Les arbres en couples de torsion.
- Les colonnes en compression axiales.

1.2.2. Facteurs de forme basés sur la rigidité

$$\begin{cases} \Phi_F^e \ : \ \text{Facteur de déflexion élastique disponible.} \\ \Phi_T^e \ : \text{Facteur de torsion élastqiue disponible.} \end{cases}$$

Avec

$$\Phi_F^e = \frac{\text{rigidité d'une poutre profilée}}{\text{rigidité d'une poutre circulaire}} \ (\text{pour une même aire}).$$

$$\Phi_T^e = \frac{\text{rigidité en torsion de l'arbre avec une gémétrie donnée}}{\text{rigidité en torsion de l'arbreplein circulaire}} \ (\text{pour une même aire}).$$

1.2.3. Facteurs de forme basés sur la résistance

$$\begin{cases} \Phi_F^f \ : \ \text{Facteur de résistanceen flexion.} \\ \Phi_T^f : \text{Facteur de résisitance en torsion élastqiue .} \end{cases}$$

Avec

$$\Phi_F^f = \frac{\text{Moment de ruture d'une poutre profilée}}{\text{Moment de rupture d'une poutre circulaire}} \ (\text{ pour une même aire}).$$

$$\Phi_T^f = \frac{\text{Couple de rupture d'un arbre à gémétrie donnée}}{\text{Couple de rupture d'un arbre de forme circulaire pleine}} \ (\text{ pour une même aire}).$$

1.2.4. Domaine élastique

1.2.4.1. *Traction élastique*

L'allongement ou le raccourcissement élastique d'une barre sous une charge dépend de l'aire de la section mais de sa géométrie, il n'y a donc pas besoin de facteur géométrique.

1.2.4.2. *Flexion élastique (domaine de rigidité)*

Soit une poutre de longueur (l) avec un module de Young, alors la rigidité en flexion :

$$S = \frac{F}{\delta}$$

Sachant que

$$\delta^0 = \frac{F.l^3}{C1.E.I^0} \Rightarrow S^0 = \frac{C1.E.I^0}{l^3}$$

E : module de Young.
δ^0 : flèche (déflexion).
F : force.
S^0 : rigidité.
I^0 : moment d'inertie pour une section circulaire(m^4).
L : longueur (m).
C1 : constante en fonction du mode de chargement.

$$\Phi_F^e = \frac{\text{rigidité d'une poutre profilée}}{\text{rigidité d'une poutre circulaire}} \Longrightarrow \Phi_F^e = \frac{S}{S^0}$$

$$\Phi_F^e = \frac{S}{S^0} \Rightarrow \Phi_F^e = \frac{\frac{C1.E.I}{l^3}}{\frac{C1.E.I^0}{l^3}} \Rightarrow \Phi_F^e = \frac{I}{I^0}$$

$$\Phi_F^e = \frac{I}{I^0} \Rightarrow I = \Phi_F^e.I^0$$

I : moment d'inertie pour une section donnée (m^4).

1.2.4.3. *Torsion élastique (domaine de rigidité)*

Des géométries performantes en flexion peuvent s'avérer moins bonnes en torsion.

La rigidité d'un arbre étant le couple de Torsion divisé sur l'angle de torsion.

$$S_T = \frac{T}{\theta}$$

$$\theta = \frac{l.T}{K.G}$$

Donc

$$S_T = \frac{K.G}{l}$$

T : Couple de torsion (Nm).
G : Module de cisaillement (N/m^2).
K : moment de torsion (pour les sections circulaire est identique au moment polaire J) (m^4), k est tabulé.

$$J = I_{xx} + I_{yy}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \approx \frac{3}{8} E$$

Pour un arbre circulaire (K°)

$$K^0 = J = \frac{\pi.r^4}{4} + \frac{\pi.r^4}{4} = \frac{\pi.r^4}{2}$$

$$S_T = \frac{K.G}{l}$$

L'indice de forme pour une torsion élastique $\Phi_{\mathrm{T}}^{\mathrm{e}}$

$$\Phi_{\mathrm{T}}^{\mathrm{e}} = \frac{\text{rigidité en torsion de l'arbre avec une gémétrie donnée}}{\text{rigidité en torsion de l'arbreplein circulaire}}$$

$$\Phi_{\mathrm{T}}^{\mathrm{e}} = \frac{S_T}{S_T^0} = \frac{K}{K^0}$$

S_T : Rigidité en torsion élastique d'une géométrie donnée.
$S_T°$: Rigidité en torsion élastique de l'arbre plein circulaire.

$$K_0 = \frac{\pi.r^4}{2} = \frac{A^2}{2\pi}$$

Donc :

$$\Phi_{\mathrm{T}}^{\mathrm{e}} = \frac{2\pi K}{A^2}$$

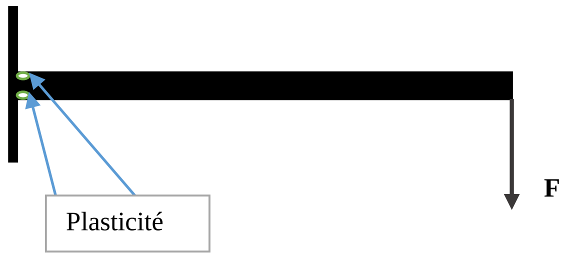
1.2.5. Résistance

La plasticité se produit quand la contrainte atteint pour la première fois la limite d'élasticité, la rupture intervient quand la contrainte dépasse la résistance à la rupture.

La résistance mécanique représente la contrainte locale à laquelle commence la plasticité.

1.2.5.1. *Résistance à la flexion*

En flexion, la contrainte est la plus élevée au point (Y_m)de la surface la plus éloignée de la fibre neutre.



Début de plasticité

$$\sigma = \frac{M_t . Y_m}{I}$$

Mt : Moment d'endommagement (Nm).
I : moment d'inertie de la section de la poutre (m^4), tabulé.
σ : résistance mécanique (N/m^2).

Soit

$$Z = \frac{I}{Y_m}$$

$$\Phi_F^f = \frac{\text{Moment de ruture d'une poutre profilée}}{\text{Moment de rupture d'une poutre circulaire}} \text{ (pour une même aire).}$$

$$\Phi_F^f = \frac{Z}{Z^0}$$

Z et Z^0 sont tabulés

- Pour une section circulaire pleine

$$Z^0 = \frac{\frac{\pi . r^4}{4}}{r} \Rightarrow Z^0 = \frac{A^{\frac{3}{2}}}{4.\sqrt{\pi}}$$

Pour une section quelconque (Z)

$$\Phi_F^f = \frac{4.Z.\sqrt{\pi}}{A^{\frac{3}{2}}}$$

1.2.5.2. *Résistance à la torsion*

En torsion, pour les tubes circulaires ou des cylindres soumis à un couple de torsion T, la contrainte de cisaillement est maximale à la surface extérieure à la distance radiale de l'axe de rotation.

$$\tau = \frac{T.r_m}{J}$$

J : moment quadratique de torsion.

Où : $\frac{J}{r_m}$ est une quantité qui a la même signification que $Z = \frac{I}{Y_m}$ en flexion.

$$\frac{J}{r_m} = Q \Longrightarrow \tau = \frac{T}{Q}$$

Avec

$$Q_0 = \frac{\pi}{2}.r^3 \Longrightarrow Q_0 = \frac{A^{3/2}}{2.\sqrt{\pi}}$$

L'indice géométrique est donné par ce qui suit :

$$\Phi_T^{\mathrm{f}} = \frac{T_f}{T_f^0} = \frac{Q}{Q_0} \Longrightarrow \Phi_T^{\mathrm{f}} = \frac{Q.2.\sqrt{\pi}}{A^{\frac{3}{2}}}$$

Pour une section carrée (b^2) :

$$Q = 0.21b^3 \Longrightarrow 0.21A^{3/2}$$

$$\Phi_T^{\mathrm{f}} = \frac{0,21.2.\sqrt{\pi}.A^{3/2}}{A^{\frac{3}{2}}} = 0.74$$