Chapitre 1 la flexion déviée

INTRODUCTION

Pour simplifier l'étude des effets des sollicitations, nous avons jusqu'ici considéré les différentes sollicitations séparément. Dans le cas général une section peut être soumise à l'action des six composantes de l'effort internes à savoir (N, Tx, Ty, Mx, My, Mz) et qui ont été classées sous quatre catégories de sollicitation ou déformation simple: traction et compression (N), cisaillement (Tx , Ty) torsion Mx et flexion My, Mz. Dans la pratique courante, on rencontre rarement des cas où les sollicitations sont simples moins encore ou les six composantes des efforts internes apparaissent en même temps au niveau d'une section. On rencontre, cependant, différents types de leurs combinaisons. Sous les hypothèses de la résistance des matériaux ces combinaisons peuvent être analysées en utilisant le principe de superposition des efforts. Dans ce chapitre on étudiera la combinaison de deux flexions dite flexion déviée .

1.1 FLEXION DEVIEE

La flexion déviée est le résultat de l'action des forces extérieures agissant suivant un plan différent de ceux des axes principaux de la poutre. Par exemple une panne d'une toiture inclinée soumise à une charge verticale

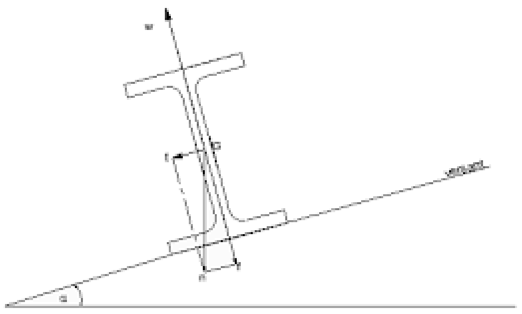

Figure 1.1

L'étude de la flexion déviée revient à décomposer les sollicitations en deux flexions planes suivant les plans principaux. Dans certain cas les chargements on flexion sont inclinés par rapport à l’un des axes principaux, la décomposition de ce chargement en deux composantes parallèle aux axes produit une flexion déviée. L’étude de la flexion déviée revient à décomposer les sollicitations en deux flexions planes suivant les plans principaux. (voir fig.2)

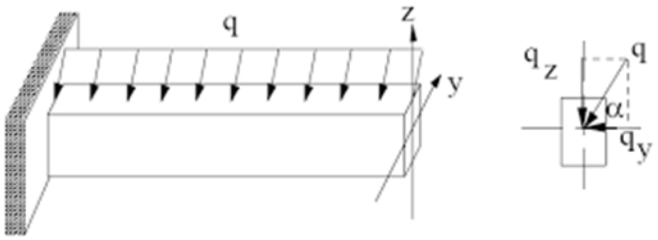

Fig. 2

$q_z = q \sin \alpha$ et $q_y = q \cos \alpha$

1.2. CONTRAINTE NORMALE ET DEPLACEMENT

Pour une action simultanée de My et Mz, les contraintes en un point de coordonnées y et z se déterminent par la formule :

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{My}{Iy} \times z + \frac{Mz}{Iz} \times y}$$

Iy et Iz sont les moments d'inertie principaux de la section droite de la poutre suivant y et z.

My et Mz sont les moments fléchissant par rapport aux axes y et z qui sont les composantes du moment fléchissant résultants.

Ce résultat est établi directement en considérant que la flexion déviée comme la somme de deux flexions dirigées suivant les axes centraux d'inertie et en appliquant le principe de superposition, où

Mz=Msinα

My= Mcosα

Donc

$$\mathbf{M}=\sqrt{\boldsymbol{M^2 z_+ M^2 y}}$$

Le moment résultant est appliquée au plan incliné suivant un angle α par rapport au plan principal d'inertie zy de la poutre. Le déplacement vertical y (la flèche) et la rotation θ d'une section quelconque de la poutre en flexion déviée sont définis comme les sommes géométrique des déplacements verticaux et des rotations due aux composantes du moment fléchissant agissant dans les plans principaux de la poutre.

$$\mathbf{Y_{zy}=\sqrt{y^2{}_z + y^2{}_y}}$$

$$\boldsymbol{\theta}\mathbf{zy} = \sqrt{\boldsymbol{\theta}^2\mathbf{z} + \boldsymbol{\theta}^2\mathbf{y}}$$

Avec $\boldsymbol{\theta}\mathbf{z} = \frac{\mathbf{dy}}{\mathbf{dz}}$ et $\boldsymbol{\theta}\mathbf{y} = \frac{\mathbf{dy}}{\mathbf{dy}}$

Y_z et y_y sont les déplacements verticaux dans les directions z et y

θz et θy sont les rotations de la section autour des axes z et y.

1.3. AXE NEUTRE

L’axe neutre est l’ensemble des points pour lesquels la contrainte σ est nulle. L’axe neutre, a pour équation :

$$\frac{Mz}{Iy}\, z + \frac{My}{Iz} y = 0$$

Donc $y = -\frac{M\,y}{Mz}\frac{Iz}{Iy} z$

L’axe neutre alors est une droite passant par le centre de gravité de la section.

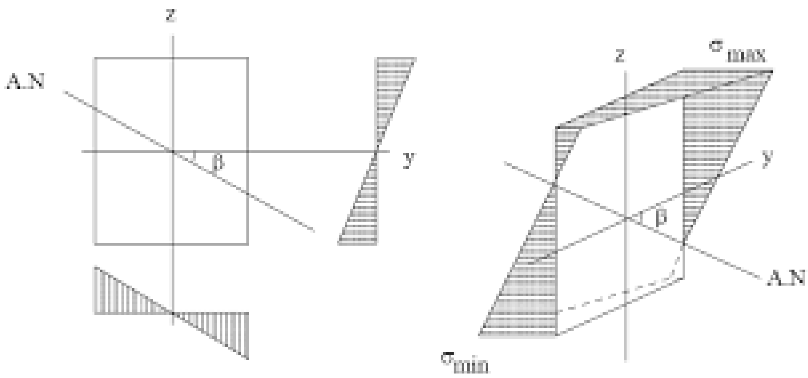

Fig. 3

En flexion déviée due à une charge inclinée de α par rapport à l’axe oy on a les relations :

Mz= Msinusα

My = Mcosα

Où M est le moment suivant un axe orienté de α par rapport à y-y. Donc :

$$Y = -\frac{Iz}{Iy}\, z \tan\alpha$$

La tangente de l’axe neutre s’écrit alors : $\tan\beta = -\frac{My}{Mz}\frac{Iz}{Iy} = \cot\alpha \frac{Iz}{Iy}$

Donc l’expression de la contrainte peut être mise sous la forme :

$$\sigma = M\left[z\frac{\cos\alpha}{Iy} + y\frac{\sin\alpha}{Iz}\right]$$

1.4.VERIFICATION A LA RESISTANCE

Le calcul de vérification de la résistance s’effectue à la base des données sur la contrainte totale maximale.

D’après la formule de la contrainte, les contraintes maximales se localisent aux points les plus éloignés de l’axe neutre. Pour une section symétrique on a :

$$\sigma_{max} = \left| Mmax \left(ymax \frac{\sin \alpha}{Iz} + zmax \frac{\cos \alpha}{Iy} \right) \right| \leq [\sigma_+]$$

$$\sigma_{min} = -\left| Max \ \left[ymax \frac{\sin \alpha}{Iz} + zmax \frac{\cos \alpha}{Iy} \right] \right| \leq [\sigma_-]$$