السنة الأولى جذع مشترك SEGC

السلسلة: 01

المسألــة 01: أجـــب على ما يلي:

1- ما هي اهتمامات نظرية سلوك المستهلك؟

2- ما هي أهم الفرضيات التي يقوم عليها منهج المنفعة الترتيبية في تحليل سلوك المستهلك؟.

3- ما المقصود بالمنفعة الكلية والمنفعة الحدية؟ بين مستعينا بالرسم البياني العلاقة بينهما.

المسألــة 02: لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما كالتالي:

$$U = -2y^2+80y+220$$

1- أحسب قيمة y التي تحقق أعظم منفعة للمستهلك.

2- أحسب قيمة y التي تحقق التوازن للمستهلك عند السعر $Py=16$.

المسألــة 03: الجدول التالي يظهر مستويات المنفعة التي يمكن تحقيقها عند اختيارات مختلفة من السلعتين x وy:

قيم المنفعة U

السلعة x / السلعة y	0	1	2	3	4
0	0	170	220	250	260
1	170	220	250	260	268
2	220	250	260	268	274
3	250	260	268	274	278
4	260	268	274	278	280

1- أرسم منحنيي المنفعة الكلية والمنفعة الحدية للسلعة x عند y= 2.

2- أرسم منحنى السواء عند U = 260، وعلى ماذا يعبر شكله؟.

المسألــة 04: الجدول التالي يظهر ترتيبات مستهلك ما لمختلف التركيبات السلعية من x وy حسب المنفعة U:

المستوى U_3		*المستوى U_2*		*المستوى U_1*	
السلعة y	السلعة x	السلعة y	السلعة x	السلعة y	السلعة x
60	30	45	20	40	10
50	35	35	25	30	15
45	40	30	30	25	20
30	60	15	50	20	30
25	80	10	70	15	50
20	120	5	110	5	100

حيث: P_x = 15دج، P_y = 30دج و R= 1050دج:

1- عين تركيبة توازن المستهلك.

2- يتم عرض السلعة y في سوق تسوده المنافسة الكاملة، ونتيجة زيادة عدد العارضين في السوق أصبحت دالتي طلب وعرض السلعة كالتالي:

$$Q^s = 74+0.8P_y$$
$$Q^d = 100-0.5P_y$$

بافتراض بقاء العوامل الأخرى على حالها، ابحث عن تركيبة توازن المستهلك عند سعر توازن السوق.

3- اشتق منحنى طلب المستهلك على السلعة y.

4- بافتراض ارتفاع دخل المستهلك إلى 1500دج، فما هي تركيبة توازن المستهلك عند سعر التوازن الجديد لـ y؟

المسألــة 05: لتكن دالة المنفعة لمستهلك ما كالتالي:

$$U = b_0X^{b1}Y^{b2}$$

1- عرف ثوابت الدالة، ثم برهن على ذلك رياضيا.

2- أحسب قيمة المعدل الحدي للإحلال.

3- حدد معادلتي طلب المستهلك على السلعتين x وy، علما بأن Px سعر الوحدة من x، Py سعر الوحدة من y وR دخل المستهلك.

4- بافتراض أن: $b_1=1/3b_2$، $b_1+b_2=1$، b_0= 650، $P_x=P_y$ = 6 وR=2400، أوجد تركيبة التوازن.

5- بافتراض انخفاض P_x بنسبة 0.25%، اشتق منحنى طلب المستهلك على السلعة x.

حل السلسلة 01

حل المسألة 01: أنظر محاضرات المقياس، ص ص: 7 – 10.

حل المسألة 02: لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما كالتالي:

$$U = -2y^2+80y+220$$

1- حساب قيمة y التي تحقق أعظم منفعة للمستهلك:

$$UMx = 0 \Rightarrow -4y+80 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{y = 20 \text{ وحدة}}$$

2- حساب قيمة y التي تحقق التوازن للمستهلك عند السعر $Py = 16$.

$$UMx = Py \Rightarrow -4y+80 = 16 \Rightarrow \boldsymbol{y = 16 \text{ وحدة}}$$

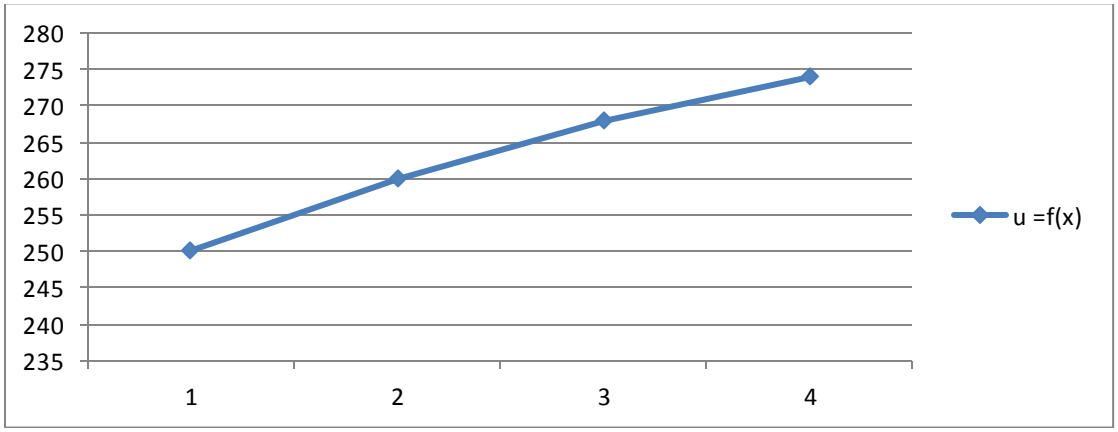
حل المسألــة 03: الجدول التالي يظهر مستويات المنفعة التي يمكن تحقيقها عند اختيارات مختلفة من السلعتين x و y:

قيم المنفعة U

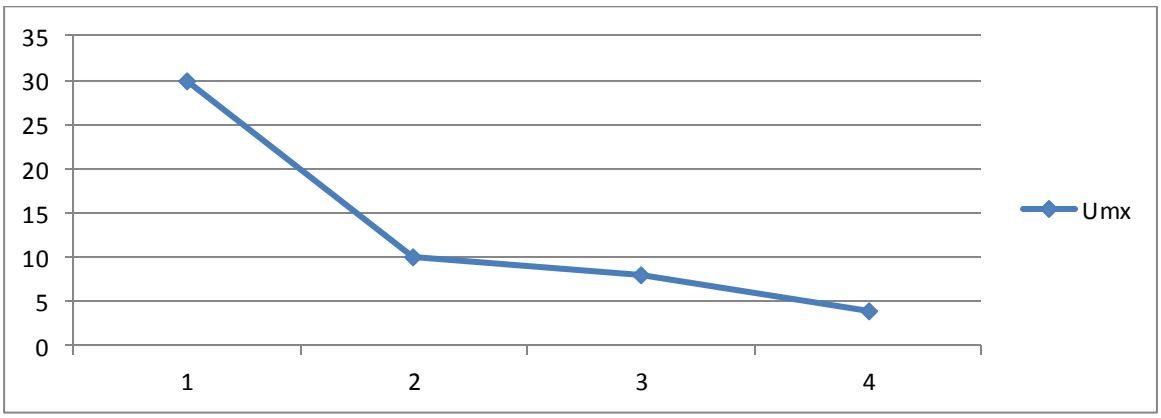
السلعة x / السلعة y	0	1	2	3	4
0	0	170	220	250	260
1	170	220	250	260	268
2	**220**	**250**	**260**	**268**	**274**
3	250	260	268	274	278
4	260	268	274	278	280

1- عند y = 2:

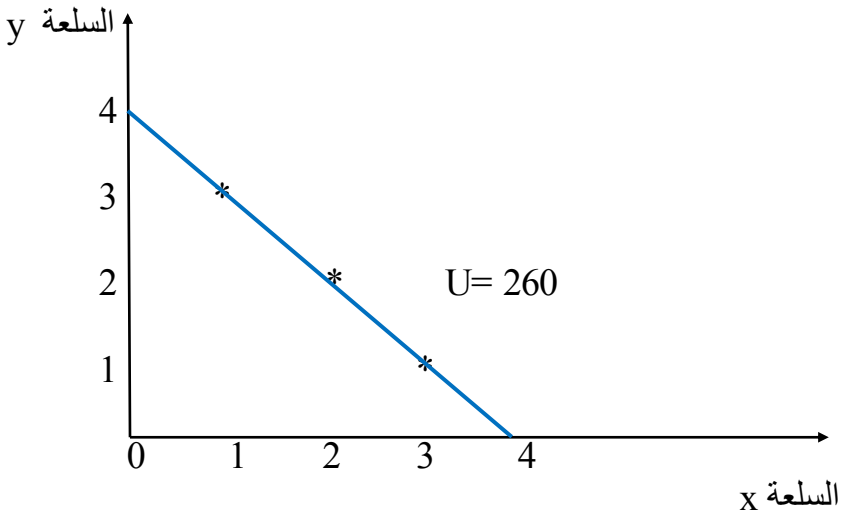
أ- منحنى المنفعة الكلية للسلعة x:



ب – منحنى المنفعة الحدية للسلعة x:



2- منحنى السواء عند U = 260:



خط السواء

ما يلاحظ عن منحنى السواء أنه **شكله خطي** و هو ما يعبر عن:

- إمكانية الإحلال التام بين السلعتين x و y؛
- ثبات المعدل الحدي للإحلال $TMS_{x,y}$.

<u>حل المسألــة 04</u>: الجدول التالي يظهر ترتيبات مستهلك ما لمختلف التركيبات السلعية من x و y حسب المنفعة U:

المستوى U_1			المستوى U_2			المستوى U_3		
السلعة x	السلعة y	TMSx,y	السلعة x	السلعة y	TMSx,y	السلعة x	السلعة y	TMSx,y
10	40	-	20	45	-	30	60	-
15	30	2	25	35	2	35	50	2
20	25	1	30	30	1	40	45	1
30	20	1/2	50	15	3/4	60	30	3/4
50	15	1/4	70	10	1/4	80	25	1/4
100	5	1/5	110	5	1/8	120	20	1/8

حيث: P_x = 15دج، P_y = 30دج و R= 1050دج:

1- تعيين تركيبة توازن المستهلك:

أ- شرط التوازن 01:

$$TMS_{x,y} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{Px}{Py} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

ب- شرط التوازن 02: تناقص المعدل الحدي للإحلال و هو محقق عند U_1.

ج- تركيبة التوازن إذا هي:

$$\boldsymbol{e_1}\begin{pmatrix}\boldsymbol{x=30}\\ \boldsymbol{y=20}\end{pmatrix} \sim \boldsymbol{U_1}$$

2- يتم عرض السلعة y في سوق تسوده المنافسة الكاملة، ونتيجة زيادة عدد العارضين في السوق أصبحت دالتي طلب و عرض السلعة كالتالي:

$$Q^s = 74+0.8P_y$$
$$Q^d = 100-0.5P_y$$

بافتراض بقاء العوامل الأخرى على حالها، فإن سعر التوازن الجديد للسلعة y يتم الحصول عليه كالتالي:

$$Q^s = Q^d \Rightarrow 74+0.8P_y = 100-0.5P_y \Rightarrow \boldsymbol{P_y = 20}$$

ما يلاحظ انخفاض سعر السلعة y و هو ما يؤثر على توازن المستهلك لتصبح تركيبة توازنه الجديدة:

أ- شرط التوازن 01: $TMS_{x,y} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{Px}{Py} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

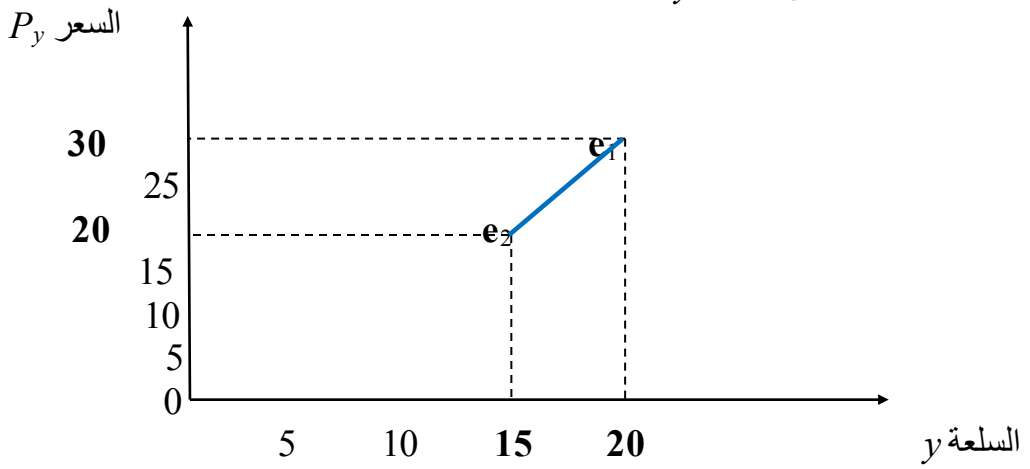
ب- شرط التوازن 02: تناقص المعدل الحدي للإحلال و هو محقق عند U_2.

ج- تركيبة التوازن الجديدة هي:

$$e_2 \begin{pmatrix} x=50 \\ y=15 \end{pmatrix} \sim U_2$$

ما يلاحظ من النتائج أن انخفاض السعر P_y قد مكن المستهلك من تحقيق منفعة أعلى و هي U_2 بالزيادة في طلبه على السلعة x من 30 وحدة إلى 50 وحدة ، إلا أن طلبه على السلعة y تقلص من 20 وحدة إلى 15 وحدة، و هذا يدل على أن **السلعة y هي سلعة دنيا** بالنسبة لهذا المستهلك.

3- منحنى طلب المستهلك على السلعة y:



خط طلب السلعة y

ما يلاحظ أن خط الطلب موجب الميل و هو ما يؤكد أن السلعة **y سلعة دنيا.**

4- عند ارتفاع دخل المستهلك إلى 1500دج وعند سعر التوازن الجديد لـ y تتغير تركيبة التوازن وللبحث عن التركيبة الجديد نقوم بالآتي:

أ- شرط التوازن 01: $TMS_{x,y} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{Px}{Py} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

ب- شرط التوازن 02: تناقص المعدل الحدي للإحلال و هو محقق عند U_3.

ج- تركيبة التوازن الجديدة هي:

$$e_2 \begin{pmatrix} x=60 \\ y=30 \end{pmatrix} \sim U_3$$

ما يلاحظ أن زيادة الدخل من 1050دج إلى 1500دج سمحت للمستهلك بالزيادة في السلعتين x وy معا بـ 10 وحدات و15 وحدة على التوالي، و هذا يدل على أن السلعتين عليتان.

ملاحظة هامة: ما يلاحظ من النتائج في 3 و 4 عدم ثبات المستهلك في ترتيبه للسلعة y، فهي **دنيا** في 3 و**عليا** في 4، و هذا يدل على **عدم ثبات قراراته المتعلقة بأهمية السلعة y**.

حل المسألــة 05: لتكن دالة المنفعة لمستهلك ما كالتالي:

$$U = b_0 X^{b1} Y^{b2}$$

1- ثوابت الدالة و البرهنة الرياضية:

b_0: الرشد الاقتصادي للمستهلك.

b_1: مرونة المنفعة بالنسبة للسلعة x (نسبة استجابة المنفعة U للتغير في x بنسبة 1%).

$$e_{Ux} = \frac{dU}{dx}\frac{x}{U} = b_0 b1 x^{b1-1} y^{b2} \frac{x}{b_0 x^{b1} y^{b2}} = b_1$$

b_2: مرونة المنفعة بالنسبة للسلعة y (نسبة استجابة المنفعة U للتغير في y بنسبة 1%).

$$e_{Ux} = \frac{dU}{dy}\frac{y}{U} = b_0 b2 x^{b1} y^{b2-1} \frac{y}{b_0 x^{b1} y^{b2}} = b_2$$

2- أحسب قيمة المعدل الحدي للإحلال.

$$TMS_{x,y} = \frac{UMx}{UMy} = \frac{b_0 b1 x^{b1-1} y^{b2}}{b_0 b2 x^{b1} y^{b2-1}} = \frac{\boldsymbol{b_1 y}}{\boldsymbol{b_2 x}}$$

3- تحديد معادلتي طلب المستهلك على السلعتين x وy، علما بأن Px سعر الوحدة من x، Py سعر الوحدة من y وR دخل المستهلك.

$$Max\ U = b_0 X^{b1} Y^{b2}$$
$$S.T:$$
$$\textbf{(قيد الدخل)}\quad R = xPx + yPy$$

- لتحديد دالتي الطلب بهدف تعظيم المنفعة نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج:

$$L = b_0 X^{b1} Y^{b} - \lambda(xPx + yPy - R)$$

- لتعظيم المنفعة نشتق ونساوي بالصفر بالنسبة لكل متغيرات الدالة:

$$\frac{dL}{dx} = b_0 b1 x^{b1-1} y^{b2} - \lambda Px = 0 \quad \dots(1)$$

$$\frac{dL}{dy} = b_0 b2 x^{b1} y^{b2-1} - \lambda Py = 0 \quad \dots(2)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = -xPx - yPy + R = 0 \quad \dots(3)$$

- الشرط 01 للتوازن: تقسم المعادلة (1) على (2):

$$\frac{b_0 b1 x^{b1-1} y^{b2}}{b_0 b2 x^{b1} y^{b2-1}} = \frac{\lambda Px}{\lambda Py} \Rightarrow \frac{\boldsymbol{b_1 y}}{\boldsymbol{b_2 x}} = \frac{\boldsymbol{Px}}{\boldsymbol{Py}} = \boldsymbol{TMS_{x,y}}$$

- الشرط (02) للتوازن: تناقص $TMS_{x,y}$، حيث:

$$\frac{d^2 L}{dx^2} = b_0 (b_1 - 1) b_1 x^{b1-2} y^{b2} < 0 \quad \forall\ x, y > 0$$

$$\frac{d^2 L}{dy^2} = b_0 (b_2 - 1) b_2 x^{b1} y^{b2-2} < 0 \quad \forall\ x, y > 0$$

- عند تحقق الشرطين يتم القيام بالآتي:
  - من الشرط 01 نحصل على قيمة y بدلالة x أي:

$$\frac{b_1 y}{b_2 x} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow y = x \frac{b_2}{b_1}\frac{Px}{Py}$$

  - بتعويض قيمة y في المعادلة (3) أو قيد الدخل نحصل على:

$$R = xPx + \left(x \frac{b_2}{b_1}\frac{Px}{Py}\right) Py$$

$$R = xPx + \left(xPx\frac{b_2}{b_1}\right) = xPx\left(1+\frac{b_2}{b_1}\right) \Rightarrow \boldsymbol{x = \frac{R}{Px\frac{(b_1+b_2)}{b_1}}}$$ معادلة الطلب لـ $\boldsymbol{x}$

وبالتعويض في y نحصل على:

$$y = x\frac{b_2}{b_1}\frac{Px}{Py} = \left(\frac{R}{Px\frac{(b_1+b_2)}{b_1}}\right)\frac{b_2}{b_1}\frac{Px}{Py} = \boldsymbol{\frac{R}{Py\frac{(b_1+b_2)}{b_2}}}$$ معادلة الطلب لـ $\boldsymbol{y}$

4- تركيبة التوازن عند: $b_1=1/3b_2$ ،$b_1+b_2=1$ ،$P_x=P_y=6$ و$R=2400$:

$$x = \frac{2400}{6\frac{(0.25+0.75)}{0.25}} = \textbf{100}\text{وحدة}$$

$$y = \frac{2400}{6\frac{(0.25+0.75)}{0.75}} = \textbf{300}\text{وحدة}$$

أي أن تركيبة التوازن هي:

$$\boldsymbol{e_1}\begin{pmatrix}\boldsymbol{x=100}\\ \boldsymbol{y=300}\end{pmatrix}$$

5- عند انخفاض السعر P_x بنسبة 0.25%، تتغير تركيبة الوازن ونحصل على تركيبة جديدة و هي:

$$x = \frac{2400}{4.5\ \frac{(0.25+0.75)}{0.25}} = \textbf{133.33}\text{وحدة}$$

$$y = \frac{2400}{6\frac{(0.25+0.75)}{0.75}} = \textbf{300}\text{وحدة}$$

أي أن تركيبة التوازن الجديدة هي:

$$\boldsymbol{e_2}\begin{pmatrix}\boldsymbol{x=133.33}\\ \boldsymbol{y=300}\end{pmatrix}$$

- **منحنى طلب المستهلك بالنسبة لـ x:**