

السلسلة: 02

المسألة 01: أجب على ما يلي:

- 1- اشرح مستعينا بالرسم البياني طريقة اشتقاق منحنيات الاستهلاك – السعر، الاستهلاك - الدخل وأنجل، مع التعريف بالأهمية الاقتصادية لكل منهم.
- 2- اشرح مستعينا بالرسم البياني أثر الإحلال وأثر الدخل، ثم بين اتجاهاتهما في ترتيب السلع إلى سلع عليا و سلع دنيا و سلع قيفن.

المسألة 02: لنعتبر التركيبين السلعيين التاليين:

$$A = (Xa, Ya) \quad B = (Xb, Yb)$$

- 1- ما هي الميزة المشتركة بين التركيبين لو اعتبرنا أنهما يقعان على منحنى سواء واحد؟
- 2- بافتراض أن التركيبين A و B تقعان على خط دخل واحد وعلى نفس منحنى السواء:
أ- أرسم شكل بياني يظهر التركيبين A و B حيث: $Yb < Ya$ و $Xa < Xb$ ، ثم اشرح سبب تناقص قيمة المعدل الحدي للإحلال $TMS_{x,y}$ بينهما.
- ب- بافتراض أن: $TMS_{x,y} = 2$ عند التركيبة $A = (Xa=2, Ya=10)$ و $TMS_{x,y} = 1$ عند التركيبة $B = (Xb=6, Yb=8)$ ، $R=560$ ، أحسب قيمتي P_x و P_y .

المسألة 03: دالة منفعة مستهلك ما معطاة بالعلاقة التالية:

$$U = 1/4x^{1/2}y$$

- 1- أوجد دالتي الطلب على السلعتين x و y .
- 2- إذا علمت أن قيد دخل المستهلك هو: $1800 = 2x + 3y$ ، أوجد تركيبة توازن المستهلك.
- 3- إذا افترضنا زيادة في P_y ب 1 و ن، أوجد تركيبة التوازن الجديدة.
- 4- من النتائج في 2 و 3 أرسم منحنى الاستهلاك – السعر، وبين طبيعة العلاقة بين السلعتين x و y .
- 5- إذا افترضنا أن قيد دخل المستهلك تغير حيث: $2400 = 2x + 4y$ ، أرسم منحنى الاستهلاك- الدخل، وبين أهمية السلعتين بالنسبة للمستهلك.

المسألة 04: يعتمد مستهلك في تعظيم منفعته على السلعتين x و y ، والجدول التالي يظهر أثري الإحلال والدخل على طلبه من السلعتين وفق طبيعتهما:

y		x		ΔPx	السلعة / طبيعة السلعة
أثر الدخل	أثر الإحلال	أثر الدخل	أثر الإحلال		
				انخفاض Px	سلعة عليا
					سلعة دنيا
					سلعة قيفن
				ارتفاع Px	سلعة عليا
					سلعة دنيا
					سلعة قيفن

- ضع إشارة + أو – للتعبير عن اتجاه الأثر في حالتني ارتفاع وانخفاض السعر P_x مع ثبات العوامل الأخرى حتى تكون x :
- سلعة عليا؛
 - سلعة دنيا؛
 - سلعة قيفن.

حل السلسلة: 02

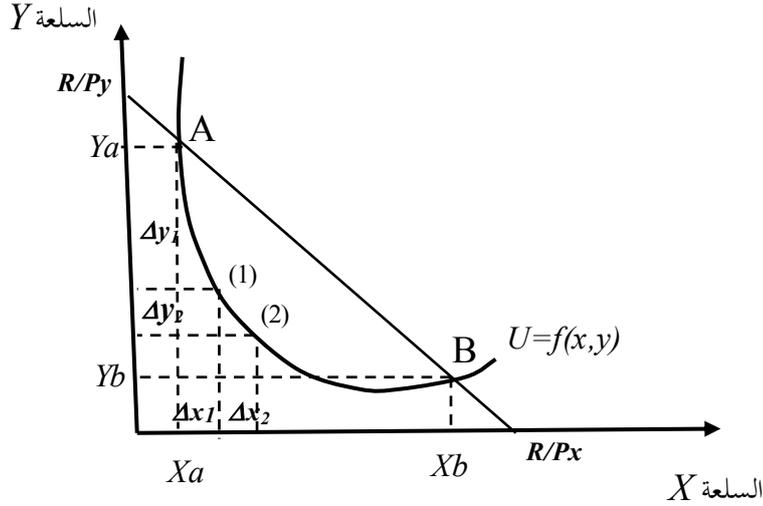
حل المسألة 01: (أنظر محاضرات المقياس ص ص 28-59).

حل المسألة 02: لنعبر التركيبين السلعتين التاليتين:

$$A = (Xa, Ya) \quad B = (Xb, Yb)$$

1- الميزة المشتركة بين التركيبين لو اعتبرنا أنهما يقعان على منحنى سواء واحد هي أنهما متساويتان من حيث المنفعة.

2- بافتراض أن التركيبين A و B تقعان على خط دخل واحد وعلى نفس منحنى السواء:
أ- الشكل البياني الذي يظهر التركيبين A و B حيث: $Xa < Xb$ و $Yb < Ya$ ، يكون كالتالي:



تتناقص قيمة المعدل الحدي للإحلال $TMS_{x,y}$ نتيجة تناقص رغبة المستهلك في التنازل عن Y مقابل وحدة إضافية من X، ويظهر ذلك في الشكل من خلال الانتقال من التركيبة A إلى التركيبة (1) ثم التركيبة (2) أين تمت عملية إحلال السلعة Y بـ X بمقدار Δy_1 و Δy_2 مقابل Δx_1 و Δx_2 على التوالي، وما يلاحظ أن $\Delta y_2 < \Delta y_1$ بينما $\Delta x_2 = \Delta x_1$.

ب- بافتراض أن: $TMS_{x,y} = 2$ عند التركيبة $A = (Xa=2, Ya=10)$ و $TMS_{x,y} = 1$ عند التركيبة $B = (Xb=6, Yb=8)$ و $R=560$ ، يتم حساب قيمتي P_x و P_y كالتالي:

$$560 = 2P_x + 10P_y$$

$$560 = 6P_x + 8P_y$$

من خلال حل جملة معادلتين نحصل على:

$$(-3) 560 = (-3)(2P_x + 10P_y) = -1680 = -6P_x - 30P_y$$

$$560 = 6P_x + 8P_y$$

$$1120 = 22P_y \Rightarrow P_y \approx 50.90$$

$$\Rightarrow P_x \approx 25.45$$

حل المسألة 03: دالة منفعة مستهلك ما معطاة بالعلاقة التالية:

$$U = 1/4x^{1/2}y$$

1- إيجاد دالتي الطلب على السلعتين x و y.

$$MaxU = 1/4x^{1/2}y$$

S.T:

$$(قيد الدخل) R = xPx + yPy$$

- لتحديد دالتي الطلب بهدف تعظيم المنفعة نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج:

$$L = \frac{1}{4}X^{1/2}Y - \lambda(xPx + yPy - R)$$

- لتعظيم المنفعة نشق ونساوي بالصفير بالنسبة لكل متغيرات الدالة:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{1}{8}x^{-1/2}y - \lambda Px = 0 \quad \dots (1)$$

$$\frac{dL}{dy} = \frac{1}{4}x^{1/2} - \lambda Py = 0 \quad \dots (2)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = -xPx - yPy + R = 0 \quad \dots (3)$$

- الشرط 01 للتوازن: تقسم المعادلة (1) على (2):

$$\frac{\frac{1}{8}x^{-1/2}y}{\frac{1}{4}x^{1/2}} = \frac{\lambda Px}{\lambda Py} \Rightarrow \frac{y}{2x} = \frac{Px}{Py} = TMS_{x,y}$$

- الشرط (02) للتوازن: تناقص $TM_{x,y}$ ، حيث:

$$\frac{d^2L}{dx^2} = -\frac{1}{16}x^{-3/2}y < 0 \quad \forall x, y > 0$$

$$\frac{d^2L}{dy^2} = 0$$

- من الشرط 01 نحصل على قيمة y بدلالة x أي:

$$\frac{y}{2x} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow y = 2x \frac{Px}{Py}$$

- بتعويض قيمة y في المعادلة (3) أو قيد الدخل نحصل على:

$$R = xPx + \left(2x \frac{Px}{Py}\right) Py$$

$$R = 3xPx \Rightarrow x = \frac{R}{3Px} \quad \text{معادلة الطلب لـ } x$$

وبالتعويض في y نحصل على:

$$y = 2x \frac{Px}{Py} = 2\left(\frac{R}{3Px}\right) \frac{Px}{Py} = \frac{2R}{3Py} \quad \text{معادلة الطلب لـ } y$$

- إيجاد تركيبة توازن المستهلك عند قيد الدخل: $1800 = 2x + 3y$

$$x = \frac{R}{3Px} = \frac{1800}{3(2)} = 300 \text{ وحدة}$$

$$y = \frac{2R}{3P_y} = \frac{3600}{3(3)} = 400 \text{ وحدة}$$

إذا تركيبة التوازن هي:

$$e_1 \begin{pmatrix} x=300 \\ y=400 \end{pmatrix}$$

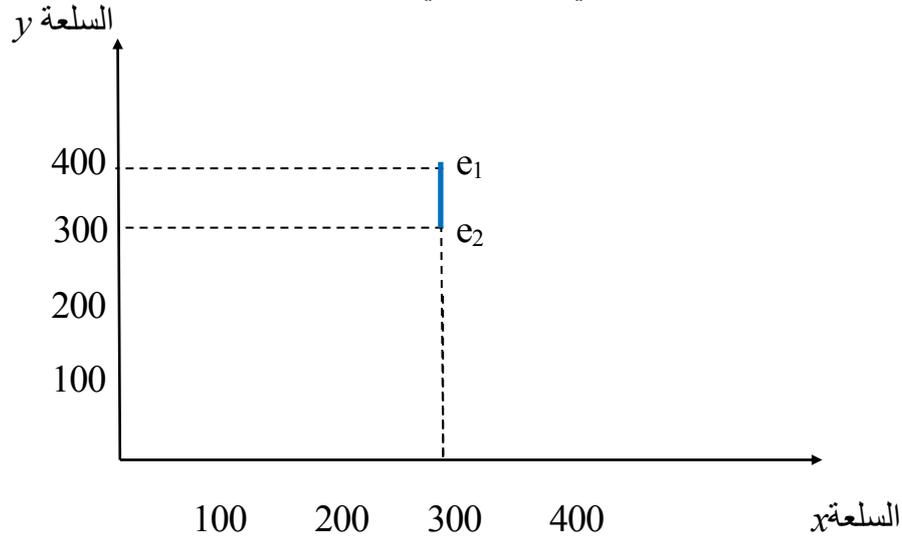
3- إذا افترضنا زيادة في P_y بـ 1 أون، تركيبة التوازن الجديدة:

$$x = \frac{R}{3P_x} = \frac{1800}{3(2)} = 300 \text{ وحدة}$$

$$y = \frac{2R}{3P_y} = \frac{3600}{3(4)} = 300 \text{ وحدة}$$

$$e_2 \begin{pmatrix} x=300 \\ y=300 \end{pmatrix}$$

4- منحنى الاستهلاك - السعر كما هو مبين في الشكل التالي:



ما يلاحظ على شكل منحنى الاستهلاك - السعر أنه خط عمودي تماما، وهو ما يدل على أن الزيادة في السعر P_y لم تغير الكمية من x ، وعليه تكون السلعتان مستقلتان.

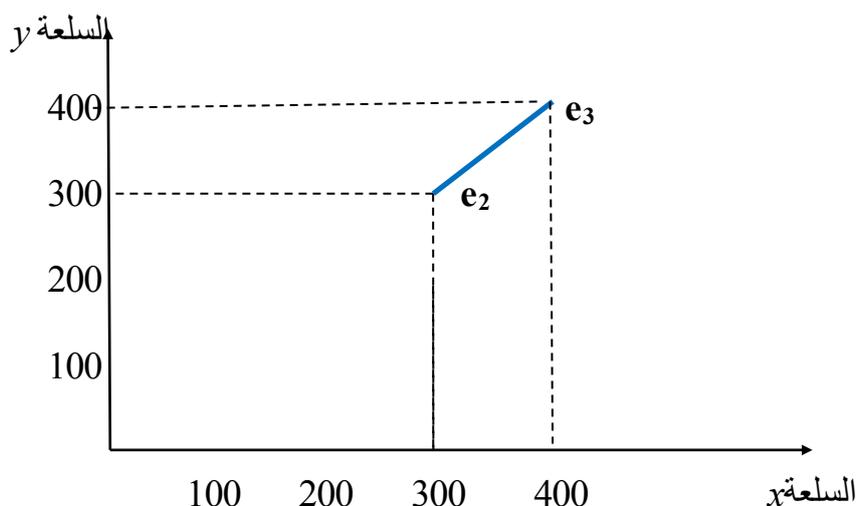
5- عند تغير قيد دخل المستهلك حيث: $2400 = 2x + 4y$ ، تكون تركيبة التوازن الجديدة:

$$x = \frac{R}{3P_x} = \frac{2400}{3(2)} = 400 \text{ وحدة}$$

$$y = \frac{2R}{3P_y} = \frac{4800}{3(4)} = 400 \text{ وحدة}$$

$$e_3 \begin{pmatrix} x=400 \\ y=400 \end{pmatrix}$$

• منحنى الاستهلاك – الدخل:



ما يلاحظ على شكل منحنى الاستهلاك – الدخل أنه خط ذو ميل موجب، وهو ما يدل على أن السلعتين x و y هما سلعتان عليتان.

حل المسألة 04: يعتمد مستهلك في تعظيم منفعته على السلعتين x و y ، والجدول التالي يظهر أثري الإحلال والدخل على طلبه من السلعتين وفق طبيعتهما:

y		x		ΔPx	السلعة
أثر الدخل	أثر الإحلال	أثر الدخل	أثر الإحلال		طبيعة السلعة
+	-	+	+	انخفاض Px	سلعة عليا
+	-	-	+		سلعة دنيا
+	-	-	+		سلعة قيفن
-	+	-	-	ارتفاع Px	سلعة عليا
-	+	+	-		سلعة دنيا
-	+	+	-		سلعة قيفن

ملاحظة: يفترض أن تكون السلعة y عليا.