وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة محمد بوضياف – مسيلة-

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية

تخصص اقتصاد كمي

محاضرات موجهة لطلبة السنة الثالثة قسم العلوم الاقتصادية تخصص اقتصاد كمي في مقياس تطبيقات على الحاسوب

المحور الرابع:

اختبار t لعينتين مستقلتين

إعداد الاستاذ: جبيرة عبد المنعم

2021-2020

اختبار الفرق بين متوسطي عينتين:

تمهيد:

يسمح اختبار t بتقدير الفرق بين متوسط عينتين مستقلتين والإجابة عن السؤال: هل الفرق الملاحظ بين متوسطي عينتين يرجع إلى سبب جوهري، او انه يمكن اعتباره صدفة؟ وبعابرة أخرى فغن اختبار t لعينتين مستقلتين يسمح باختبار الفرضية الصفرية للفرق بين متوسطين، وتحديدا ما إذا كانت العينتان مستخرجتين من نفس المجتمع. نفترض أنه لدينا مجموعتين "أ" و "ب" ومتوسط معدل أفراد المجموعة الأولى كان 14.20 في حين ان متوسط معدلات المجموعة الثانية 12.13 . هل يمكن القول بأن المجموعة "أ" أحسن من المجموعة "ب" ؟ أم ان الفرق الملاحظ بين متوسطي المجموعتين المقدر بـ 2.07 مرده إلى الصدفة نتيجة وجود بعض الفروق الفردية بين أفراد المجموعتين؟

في الحالات العادية تكون العينتان المقارن بينهما مستقلتين لكن قد يحدث أن نلاحظ أن الفرق بين نتائج نفس الأفراد، نتيجة تطبيقين مختلفين لنفس المقياس أو لمقياسين مختلفين وفي هذه الحالة نتكلم عن عينتين مترابطتين.

اختبار t في حالة العنتين المستقلتين:

قبل استخدام اختبار " t " لاختبار فرضيات البحث يجب أولا التأكد من توفر الشروط الثلاثة التالية :

i. يجب ان تكون البيانات في كلتا العينتين مستقلتين.
ii. يجب ان تكون البيانات في كلتا العينتين كمية تم قياسها على مستوى المسافات على الأقل.
iii. يجب ان تتوزع المجتمعات التي سحبت منها العينتان وفق توزيع طبيعي أو قريب منه.
iv. يجب ان يكون للمجتمعين الذين استخرج منها العينتان نفس التباين.

إن الشروط الثلاثة الأولى من الشروط الأساسية لاستخدام أساليب الإحصاء المعلمي، أما الشرط الرابع فيشير على تجانس التباين ويتطلب ان يكون للمجتمعين المقارن بينها نفس التباين، ويكون من المعقول جدا تجميع الانحرافات المعيارية في العينتين إذا تم استوفاء شرط تساوي التباينين في المجتمعين أما إذا كانت الانحرافات المعيارية تمثل مجتمعات مختلفة التباين فيكون من الخطأ تجميع الانحرافات المعيارية للعينتين. يظهر إذن أن شرط تساوي التباينات في المجتمعين المقارن بينها مهم جدا ويجب التأكد من ذلك قبل تطبيق أي دالة لاختبار t .

❖ اختبار F لمقارنة التباينات او الانحرافات المعيارية

يطبق اختبار F لمعرفة ما إذا كان تباين عينتين مختلفتين متساوي بشكل دال إحصائيا ام لا، بمعنى آخر فهو يستخدم لمعرفة ما إذا كانت عينتان بتباينين مختلفين ام لا، يستخدم هذا الاختبار للمقارنة بين عينتين مستقلتين ولا يستخدم في حالة العينتين المترابطتين، كما انه لا يشترط تساوي حجم العينتين.

- **المبدأ:**

إحصائية اختبار F هي ببساطة نسبة أكبر تباين في العينتين إلى أصغرهما، ويعطى بالمعادلة التالية:

$$\boldsymbol{F = \frac{s_2^2}{s_1^2}}$$

حيث:

s_2^2 : التباين الأكبر ما بين العينتين.

s_1^2 : أصغر تباين ما بين العينتين.

لمعرفة ما إذا كان التباينان مختلفين بشكل دال إحصائيا، يجب أولا حساب النسبة F من المعادلة السابقة ومقارنتها بالقيمة الحرجة المجدولة في جدول فيشر، فإذا كانت F المحسوبة أكبر من F المجدولة، فهذا يعني أن التباينين يختلفان بشكل دال إحصائيا.

أما إذا كانت العينتين متساويتي الحجم فيمكن التأكد من تساوي التباين في المجتمعين بتطبيق المعادلة البسيطة F-max ، والتي تعطي قيمة هي نسبة اكبر التباينين على أصغرهما، ثم مقارنة النسبة الفائية المحصل عليها بقيمة مجدولة في جدول نظري فإذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من تلك المجدولة فهذا يعني اختلاف التباينين في المجتمعين، وأن شرط تجانس التباين في المجتمعين لم يتحقق وبالتالي تطبيق الاختبار الذي يتناسب مع هذه الحالة.

$$F - max = \frac{s^2_{\text{الأكبر}}}{s^2_{\text{الأصغر}}}$$

- **دالة الاختبار t في حالة تجانس التباين:**

إذا ظهر من خلال تطبيق النسبة الفائية بأن للعينتين نفس الانحراف المعياري تقريبا فإن دالة الاختبار المناسبة لهذه الحالة هي كالتالي:

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{s_{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}}$$

حيث أن:

$\bar{x}_1$: متوسط العينة الأولى.

$\bar{x}_2$: متوسط العينة الثانية.

$$s_{|\bar{x}_1-\bar{x}_2|} = \sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}$$

و:

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

دالة الاختبار في حالة عدم تجانس التباين:

إذا كانت العينتان مستخرجتان من مجتمعين مختلفين، وظهر بأن لهما تباينين مختلفين ففي هذه الحالة يجب استخدام دالة اختبار تتناسب وهذه الحالة وهي كالتالي:

$$t = \frac{|\bar{x}_1-\bar{x}_2|}{s_{|\bar{x}_1-\bar{x}_2|}}$$

حيث:

$$s_{|\bar{x}_1-\bar{x}_2|} = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2} * \frac{n_1+n_2}{n_1.n_2}}$$

مثال تطبيقي:

بينت دراسات سابقة أن استخدام الصور الذهنية يحسن الذاكرة، ولاختبار هذه الظاهرة تم وضع تصميم تجريبي كانت مراحله كالتالي : صمم فريق البحث قائمة تحوي على 40 زوجا من الأسماء (مثلا طفل/دراجة/، قرد/موزة ، قط/نافذة) / ثم تم تكوين مجموعتين منفصلتين من الأفراد. طلب من المجموعة الأولى تذكر القائمة في ظرف 5 دقائق. عرضت نفس القائمة على أفراد المجموعة الثانية التي أعطيت نفس التعليمات، لكن طلب منهم أيضا تكوين صور ذهنية لكل زوج من أسماء القائمة (مثلا طفل يركب دراجة قرد يأكل موزة، قط يقفز من فوق النافذة).

طبق اختبار حول الذاكرة على أفراد كل مجموعة، وتم تسجيل عدد الكلمات التي استرجعها كل فرد بشكل سليم، حيث كانت النتائج كما هو موضح في الجدول التالي:

المجموعة الأولى (بدون صور ذهنية)		المجموعة الثانية (استخدمت الصور الذهنية)	
24	13	18	31
23	17	19	29
16	20	23	26
17	15	29	21
19	26	30	24
$n = 10$ $\bar{X} = 19$ $ss = 160$ $s^2 = 17.77$		$n = 10$ $\bar{X} = 25$ $ss = 200$ $s^2 = 22.22$	

- **الفرضيات:**
  - ✓ الفرضية الصفرية: لا يوجد فرق دال إحصائيا بين المجموعتين، لا يوجد تأثير للصور الذهنية

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

  - ✓ الفرضية البديلة: يوجد فرق دال إحصائيا لتأثير الصور الذهنية

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

سوف يتم اختبار الفرضية الصفرية عند مستوى الخطأ α=0.05.

التصميم خاص بعينتين مستقلتين، وعليه فغن درجات الحرية تساوي:

$$df = df1 + df2 = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = 9 + 9 = 18$$

- **اختبار F لتجانس التباين:**

$$\mathrm{F-max} = \frac{S^2}{S^2} = \frac{22.22}{17.77} = 1.25$$

إن النسبة الفائية المحصل عليها تساوي 1.25 في حين ان القيمة المجدولة بدرجات حريت 18 وبمستوى خطا 5% تساوي 3.18 وبما أن قيمة النسبة الفائية المحسوبة أصغر من تلك المجدولة فيمكن اعتبار انه يوجد تجانس في تباين المجموعتين، وهو الامر الذي يسمح بحساب التباين المشترك، ويكون حساب الإحصائية t حسب الخطوات التالية:

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{s_{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}}$$

حساب التباين المشترك s_p^2 :

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{9 * 17.77 + 9 * 22.22}{18} = 20$$

- حساب الخطأ المعياري $s_{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}$:

$$s_{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|} = \sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{20}{10} + \frac{20}{10}} = 2$$

حساب إحصائية t :

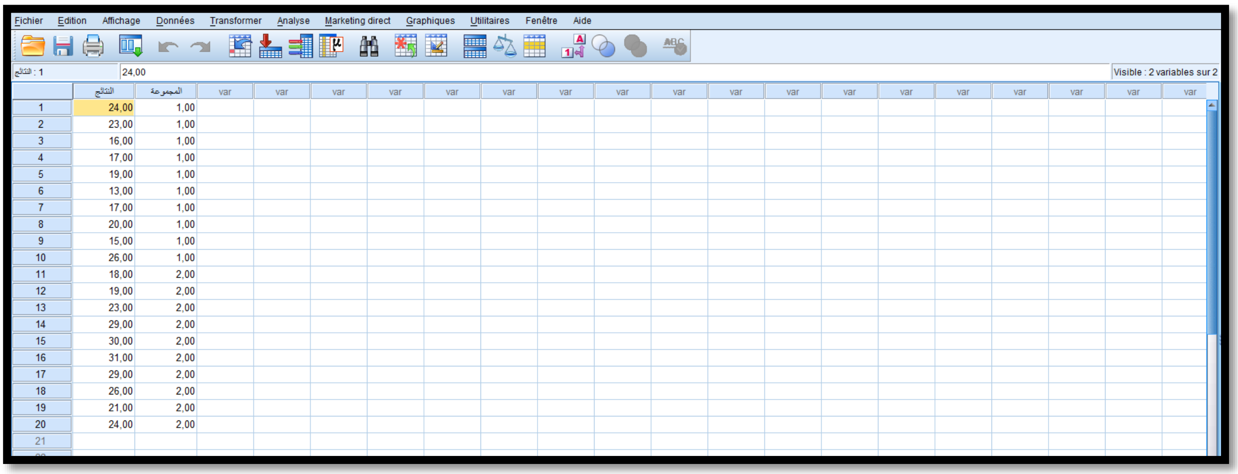
$$t = \frac{|19 - 25|}{2} = 3$$

- استخراج القيمة المجدولة او الحرجة:

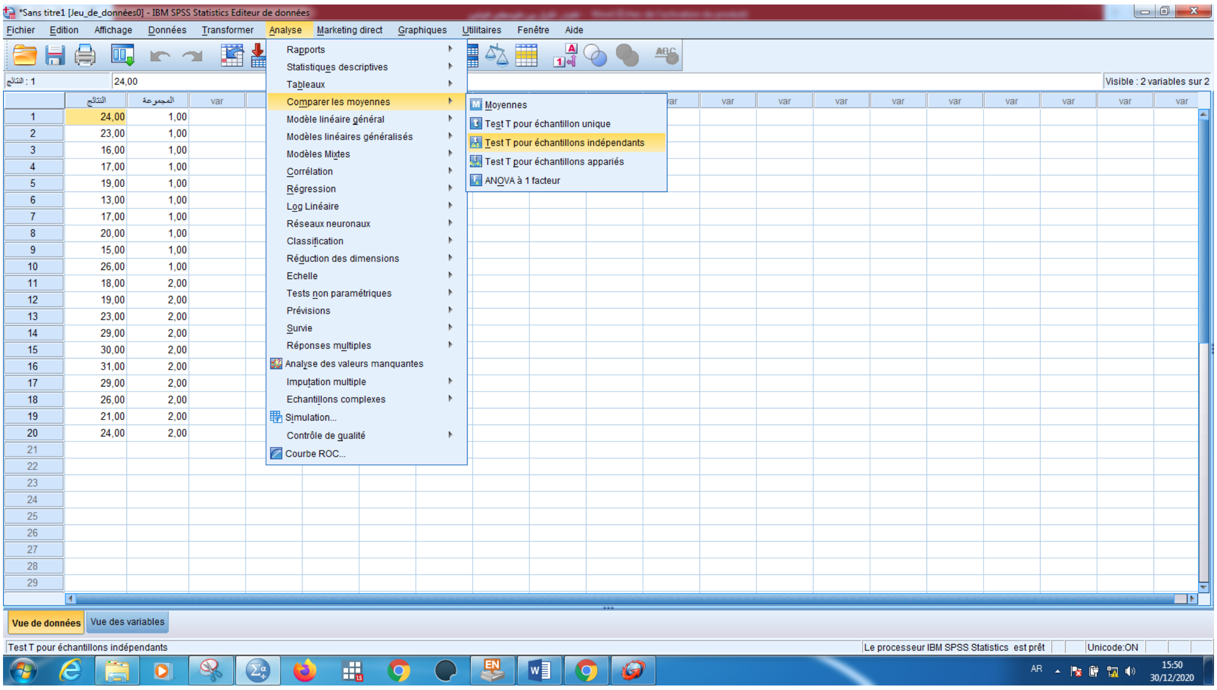
يعطي جدول توزيع t الدرجة الحرجة 2.101 عند درجات الحرية تساوي 18 ومستوى الخطأ 0.05 ، وبما ان قيمة t المحسوبة أكبر من تلك المجدولة فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة، بمعنى أن استخدام الصور الذهنية يؤثر في أداء التذكر، وبعبارة أخرى فإن المجموعة التي استخدمت الصور الذهنية تتذكر بشكل دال عددا اكبر من الكلمات مقارنة بالمجموعة التي لا تستخدم الصور الذهنية.

حساب إحصائية t لعينتين مستقلتين باستخدام برنامج SPSS

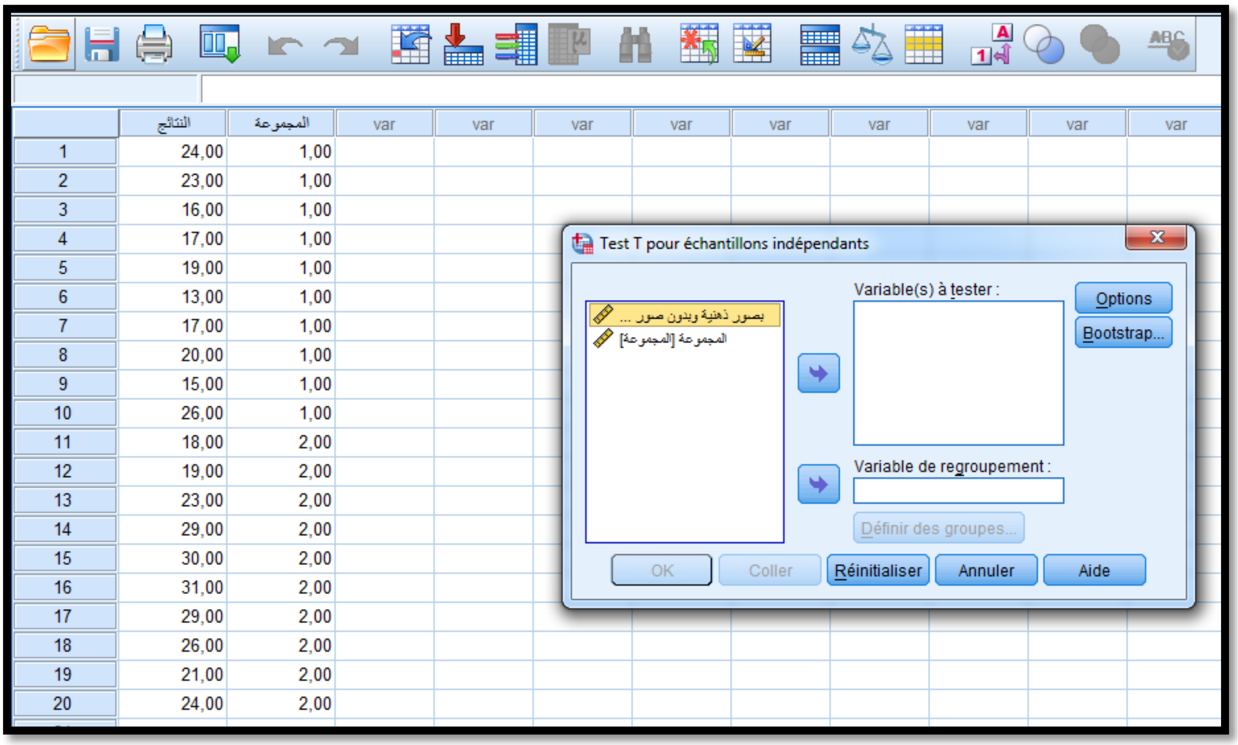
1. يتم فتح برنامج SPSS وإدخال البيانات او فتح ملف بيانات سبق إدخالها قبل ذلك. يتم إدخال البيانات بحيث نعرف متغيرين في البرنامج المتغير الأول نضع فيه نتائج المجموعتين بحيث تكون نتائج المجموعة الاثنية اسفل نتائج المجموعة الأولى، ام المتغير الاثني فنكتب في عموده رقم 1 ليقابل نتائج المجموعة الأولى ورقم 2 ليقابل نتائج المجموعة الثانية.



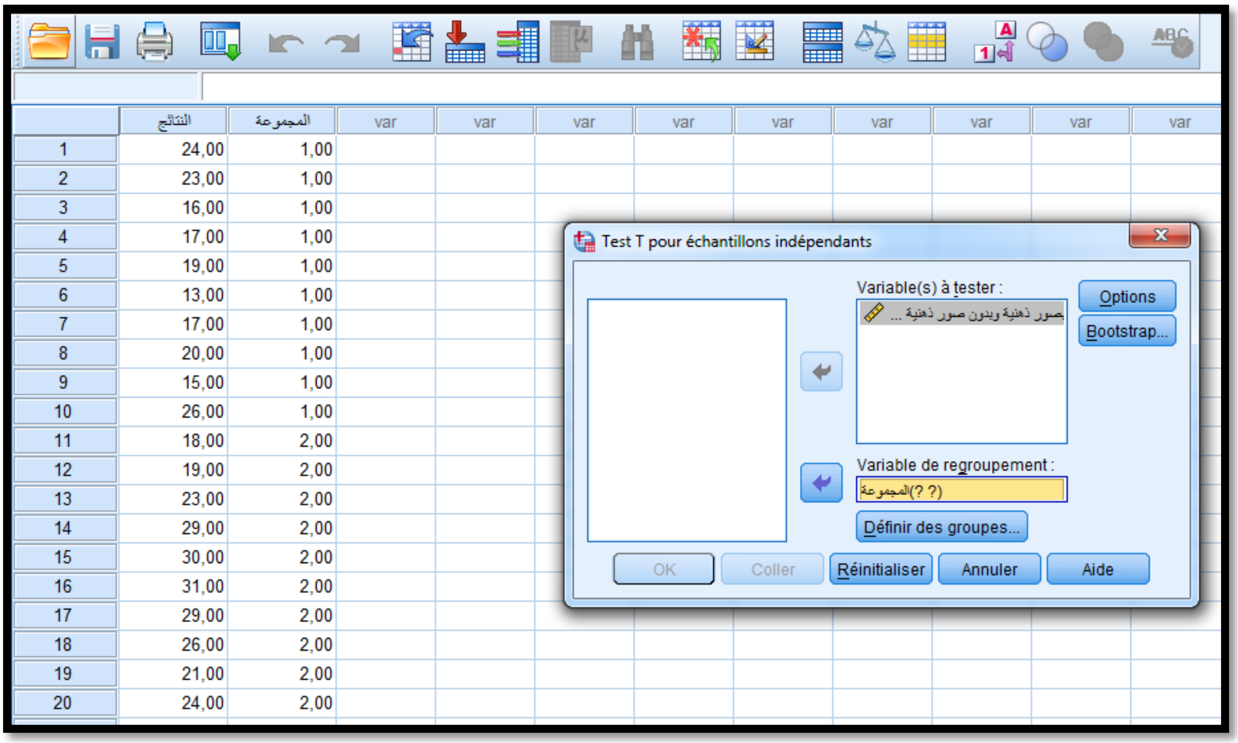
2. نختار من شريط الاختيارات الأفقي الامر الموضح في الصورة



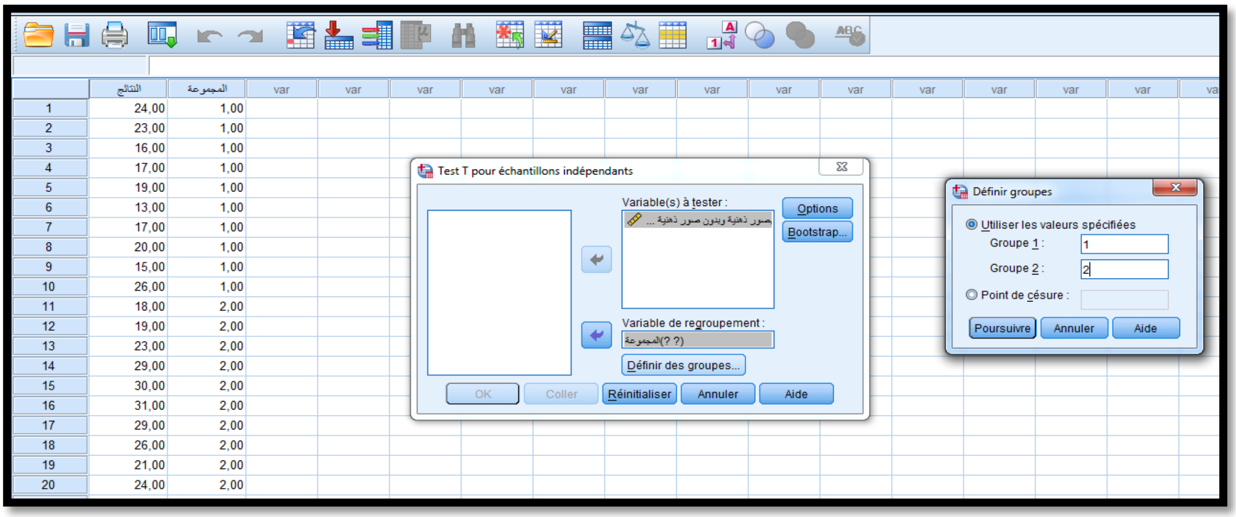
3. بالضغط على عبارة Test T pour échantillons indépendants يظهر صندوق حوار اختبار t لعينتين مستقلتين.



4. ننقل المتغيرات التي نريد إجراء التحليل عليها من قائمة المتغيرات الموجودة في المستطيل على يسار صندوق الحوار إلى المستطيل الذي يحمل عنوان variable (s) à tester ونقوم بإدخال متغير النتائج بصور ذهنية وبدون صورة ذهنية إلى هذا المستطيل. أما متغير المجموعة فنقوم بإدخاله إلى المستطيل الذي يحمل عنوان variable de regroupement .



5. يصبح الزر définir des groupes فعالا، حيث يظهر صندوق حوار définir les groupes ، يطلب البرنامج فيه تحديد المجموعتين اللتين سيجرى عليهما التحليل، فنكتب رمز المجموعة الأولى (1) في الخانة المقابلة للعبارة groupe 1 ونكتب رمز المجموعة الثانية (2) في الخانة المقابلة للعبارة groupe 2، وذلك في حالة ما إذا كان المتغير يأخذ القيمتين 1 و 2 كما في المثال الحالي. كما يوجد في صندوق الحوار هذا خاصية point de césure في حالة ما إذا أردنا تقسيم النتائج إلى مجموعتين المجموعة الأولى تكون من القيمة التي ندرجها في point de césure والمجموعة الثانية تكون اكبر من point de césure . بعد إتمام الخيارات نضغط على poursuivre .



6. نضغط على عبارة Options لتحديد مستوى مجال الثقة ، يمكن اختيار 95% أو 99% مع العلم ان النسبة الأولى هي النسبة الافتراضية للبرنامج.
7. ننقر على الزر ok في صندوق حوار test t pour échantillons indépendants فتظهر مخرجات اختبار t لعينتين مستقلتين.

النتائج :

Test T

[Jeu_de_données0]

Statistiques de groupe

	المجموعة	N	Moyenne	Ecart type	Moyenne erreur standard
ذهنية صور وبدون ذهنية بصور	1,00	10	19,0000	4,21637	1,33333
	2,00	10	25,0000	4,71405	1,49071

Test des échantillons indépendants

		Test de Levene sur l'égalité des variances		Test t pour égalité des moyennes						
									Intervalle de confiance de la différence à 95 %	
		F	Sig.	t	ddl	Sig. (bilatéral)	Différence moyenne	Différence erreur standard	Inférieur	Supérieur
ذهنية صور وبدون ذهنية بصور	Hypothèse de variances égales	,384	,543	-3,000	18	,008	-6,00000	2,00000	-10,20184	-1,79816
	Hypothèse de variances inégales			-3,000	17,780	,008	-6,00000	2,00000	-10,20557	-1,79443

تظهر نتائج اختبار t لعينتين مستقلتين في جدولين، الجدول الأول يظهر إحصائيات المجموعتين، حيث يظهر في العمود الأول اسم المجموعتين، ويظهر في العمود الثاني عدد الحالات في كل مجموعة، 10 حالات في كل منهما، ويظهر العمود الثالث متوسطات المجموعتين في المتغير المختبر، حيث بلغ متوسط المجموعة الأولى التي لم تستخدم الصور الذهنية 19.00، وبلغ متوسط المجموعة الثانية التي استخدمت الصور الذهنية 25.00 ، وأما العمود الرابع فيمثل الانحرافات المعيارية، حيث كان الانحراف المعياري للمجموعة الأولى 4.2164 في حين بلغ الانحراف المعياري للمجموعة الاثنية 4.71 ، أما العمود الخامس والأخير فيظهر الخطأ المعياري للمتوسط في كل مجموعة وهي 1.3333 و 1.4907 على التوالي.

أما الجدول الثاني فيشمل النسبة الفائية (إحصائية اختبار فيشر) ودلالتها، حيث بلغت القيمة الفائية 0.543 وهي قيمة غير دالة كونها أكبر من 0.05 ، ويعني هذا ان للمجموعتين نفس التباين. ويظهر في الاعمدة الثالث والرابع والخامس قيمة إحصائية t ودرجات حرية الاختبار والدلالة الإحصائية بخرجين، حيث بلغت إحصائية الاختبار $t=-3$ ودرجات الحرية $df=18$ ، وهي قيمة دالة إحصائيا سواء كان التباين متساويا او غير متساو حيث $p=0.008<0.01$. يلاحظ ان العمود الثالث الخاص بإحصائية t يعطي قيمتين: الأولى خاصة بحالة تجانس تباين المجتمعين الذين سحبت منهما العينتين، والثانية في حالة عدم تجانس التباين. اما الأعمدة الثلاثة الأخيرة فهي خاصة بالفرق بين متوسطي المجموعتين، والفرق بين الانحرافات المعيارية للمجموعتين، ومجال الثقة الذي يقع فيه الفرق، وينقسم هذا العمود الأخير إلى عمودين يعطي الأول قيمة الحد الأدنى لمجال الثقة، في حين يعطي الثاني الحد الأعلى لنفس المجال.