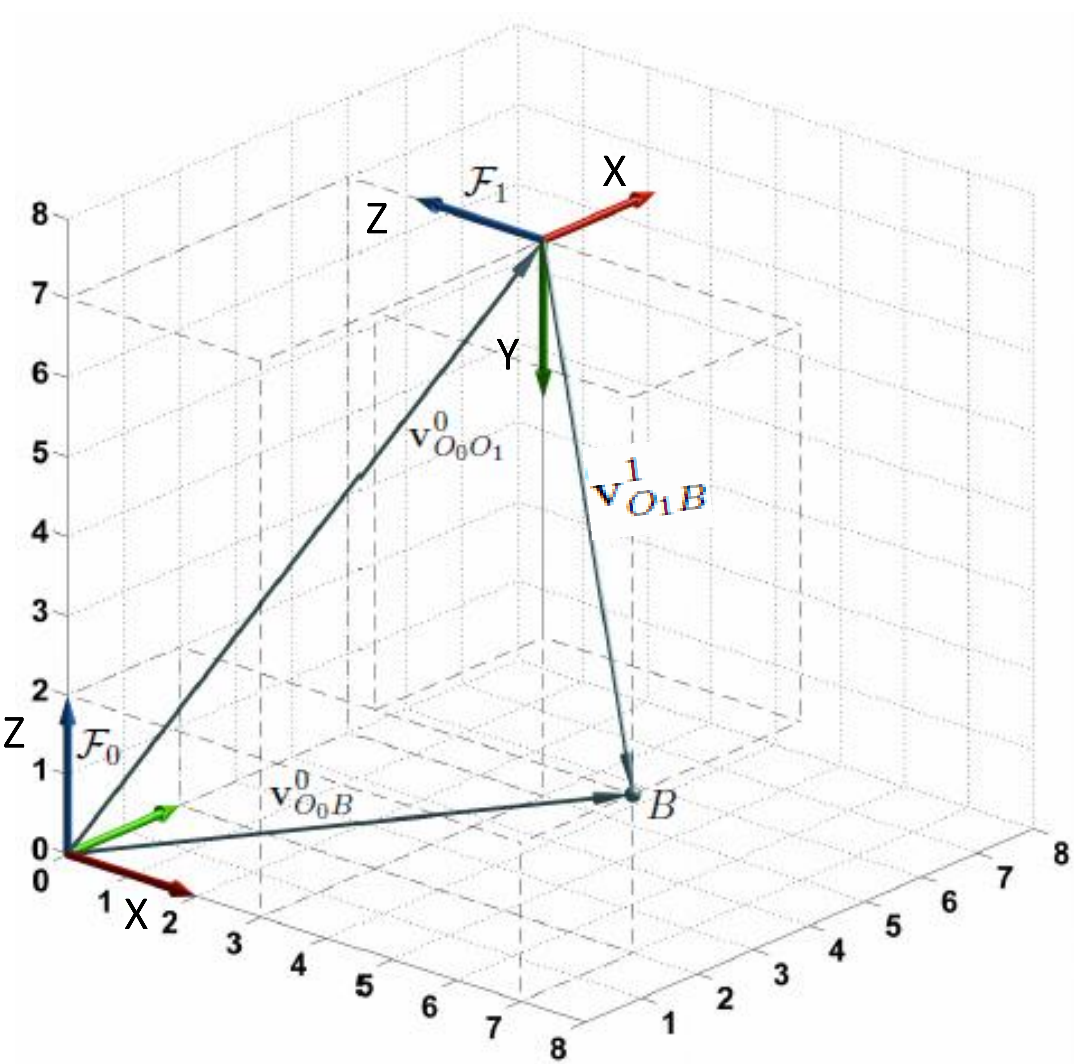
جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila

Robotique industrielle

Master I Fabrication mécanique et productique

Par : Dr. Slamani Mohamed

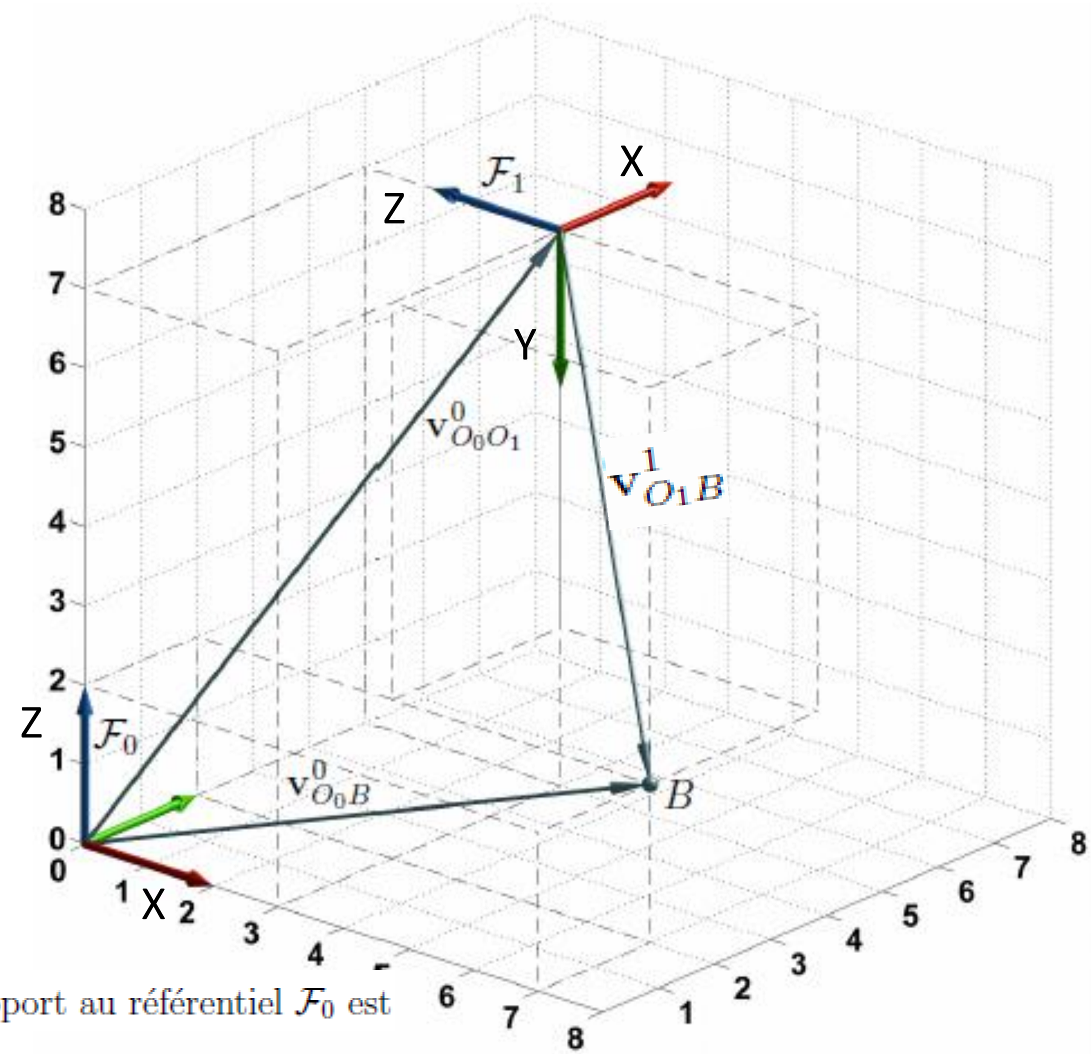
Transformation de coordonnées dans l'espace



Transformation de coordonnées dans l'espace

$$\mathbf{v}^0_{O_0B} = \mathbf{v}^0_{O_0O_1} + \mathrm{R}^0_1\mathbf{v}^1_{O_1B},$$

La position du point B par rapport au référentiel F1 est :



la position de l'origine du référentiel $\mathcal{F}_1$ par rapport au référentiel $\mathcal{F}_0$ est

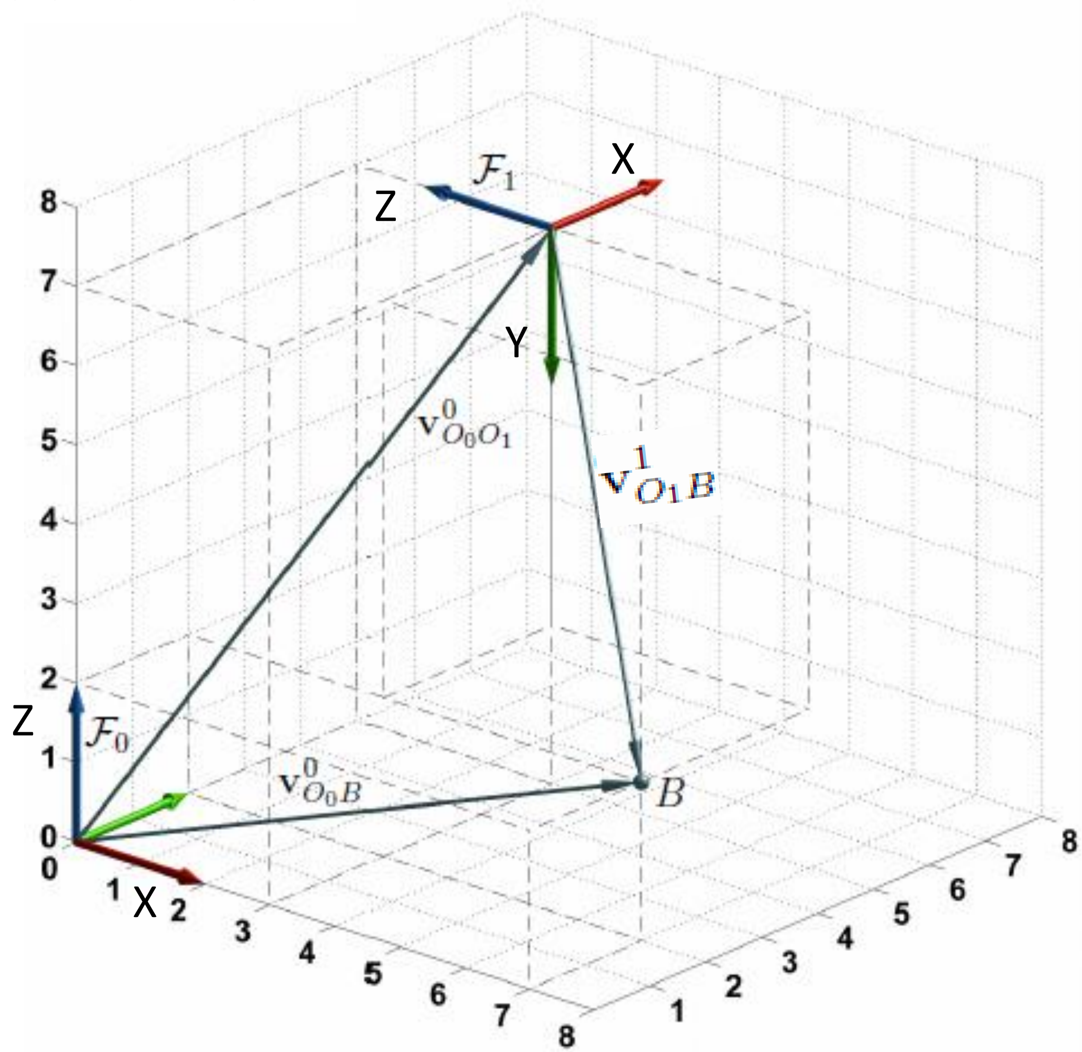
Transformation de coordonnées dans l'espace

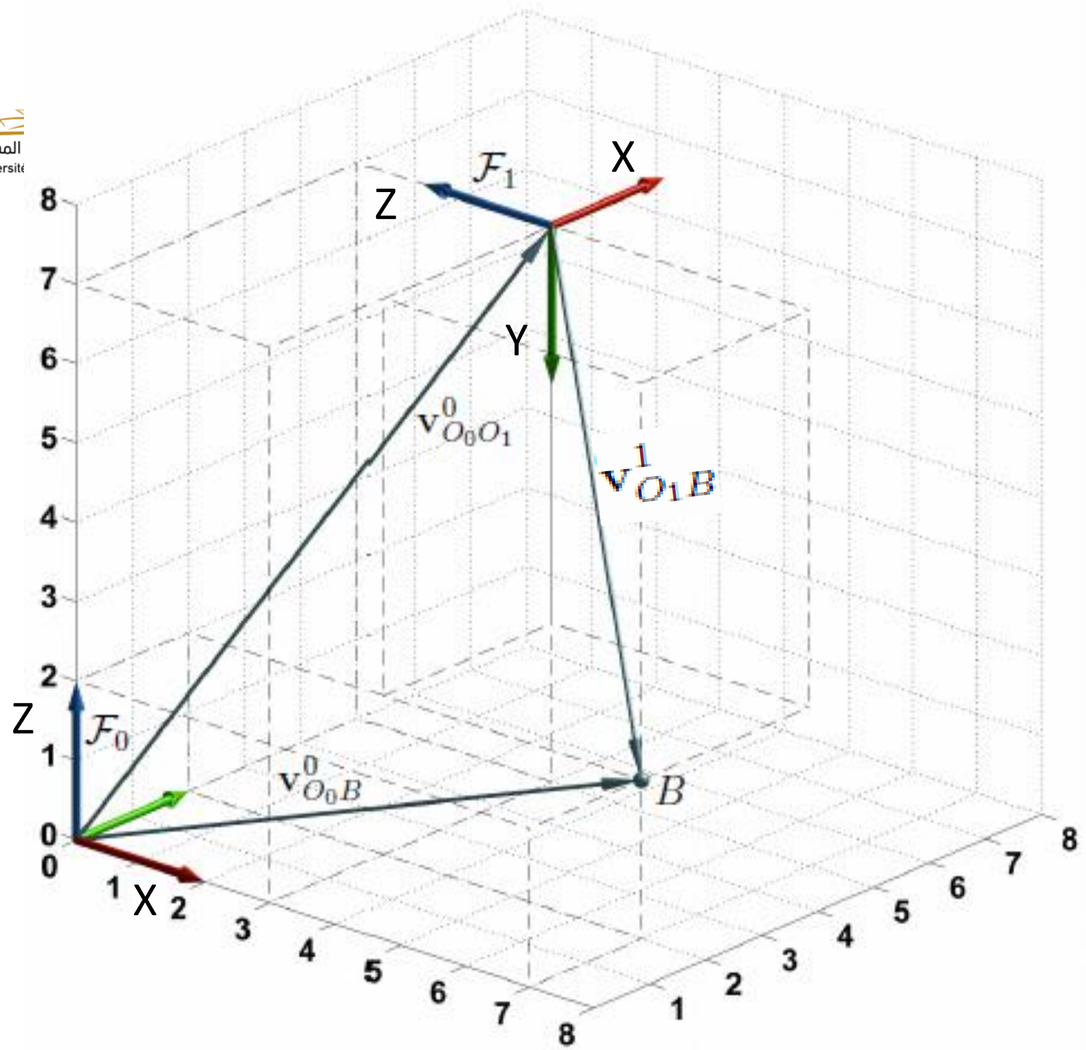
La position du point B par rapport au référentiel *F*1 est :

$$\mathbf{v}^{1}_{O_1B} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix},$$

La position de l'origine du référentiel *F*1 par rapport au référentiel *F*0 est

$$\mathbf{v}^{0}_{O_0O_1} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}.$$





$$\mathbf{R}^0_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ainsi, la position du point B par rapport au référentiel $\mathcal{F}_0$ est

$$\mathbf{v}^0_{O_0B} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Transformation de coordonnées dans l'espace

Admettons, maintenant, que les coordonnées du point B sont connues uniquement dans le référentiel $\mathcal{F}_0$. Alors les coordonnées de ce point par rapport au référentiel $\mathcal{F}_1$ peuvent être trouvées à l'aide de l'équation suivante :

$$\mathbf{v}^1_{O_1B} = \mathbf{v}^1_{O_1O_0} + \mathbf{R}^1_0\mathbf{v}^0_{O_0B},$$

où la position du point B par rapport au référentiel $\mathcal{F}_0$ est :

$$\mathbf{v}^0_{O_0B} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix},$$

alors que la position de l'origine du référentiel $\mathcal{F}_0$ par rapport au référentiel $\mathcal{F}_1$ est

$$\mathbf{v}^1_{O_1O_0} = \begin{bmatrix} -5 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Transformation de coordonnées dans l'espace

La matrice $\mathbf{R}_0^1$ est la matrice de rotation qui représente l'orientation du référentiel $\mathcal{F}_0$ par rapport au référentiel $\mathcal{F}_1$. $\mathbf{R}_1^0$. Ces colonnes sont composées des vecteurs unitaires le long des axes du référentiel $\mathcal{F}_0$ exprimés par rapport au référentiel $\mathcal{F}_1$. Nous avons alors

$$\mathbf{R}_0^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Enfin, la position du point B par rapport au référentiel $\mathcal{F}_1$ est

$$\mathbf{v}_{O_1B}^1 = \begin{bmatrix} -5 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

1985
جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila

Transformations de coordonnées successives

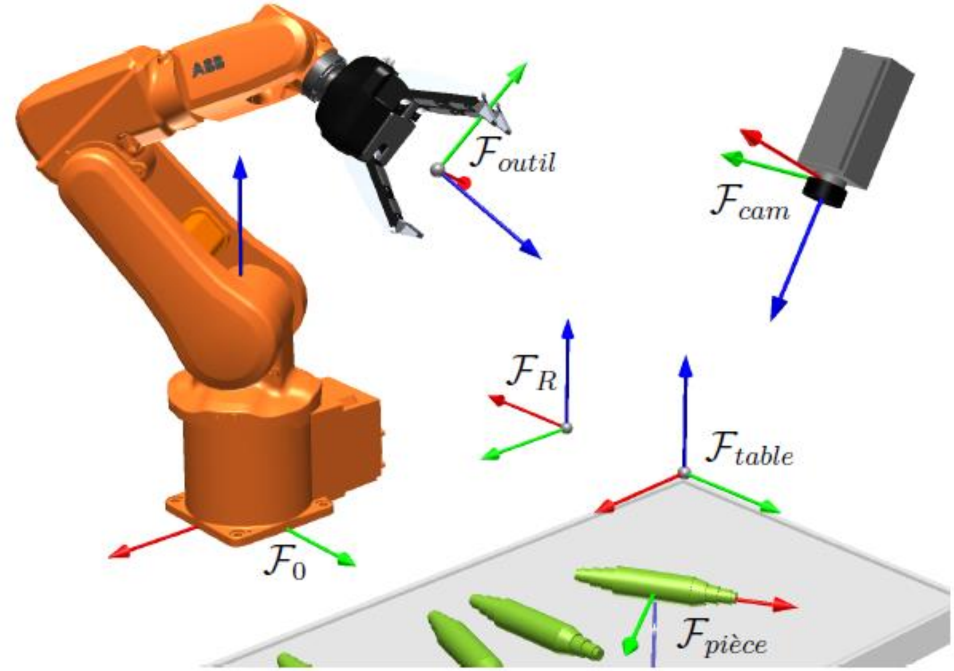


FIGURE 5.4 – Exemple de transformations de coordonnées.

En robotique, nous avons souvent besoin de plusieurs référentiels : le référentiel de la base, le référentiel de l'atelier, le référentiel d'une caméra, le référentiel d'un objet, etc. Souvent, la pose d'un objet sera donnée par rapport à un référentiel, qui est défini par rapport à un autre référentiel, qui est défini par rapport au référentiel de la base du robot. La figure 5.4 illustre un exemple d'une telle situation. Le système de vision calcule la pose de la pièce, c'est-à-dire, de son référentiel $\mathcal{F}_{pièce}$) par rapport au référentiel de la caméra, $\mathcal{F}_{cam}$, et plus précisément le vecteur de position $\mathbf{v}^{cam}_{O_{cam}O_{pièce}}$ et la matrice de rotation $\mathbf{R}^{cam}_{pièce}$. Le référentiel de la caméra est défini par rapport au référentiel de l'atelier, $\mathcal{F}_R$, à l'aide du vecteur de position $\mathbf{v}^{R}_{O_R O_{cam}}$ et de la matrice de rotation $\mathbf{R}^{R}_{cam}$. Enfin, le référentiel de l'atelier est défini par rapport au référentiel de la base du robot, $\mathcal{F}_0$, à l'aide du vecteur de position $\mathbf{v}^{0}_{O_0 O_R}$ et de la matrice de rotation $\mathbf{R}^{0}_{R}$.

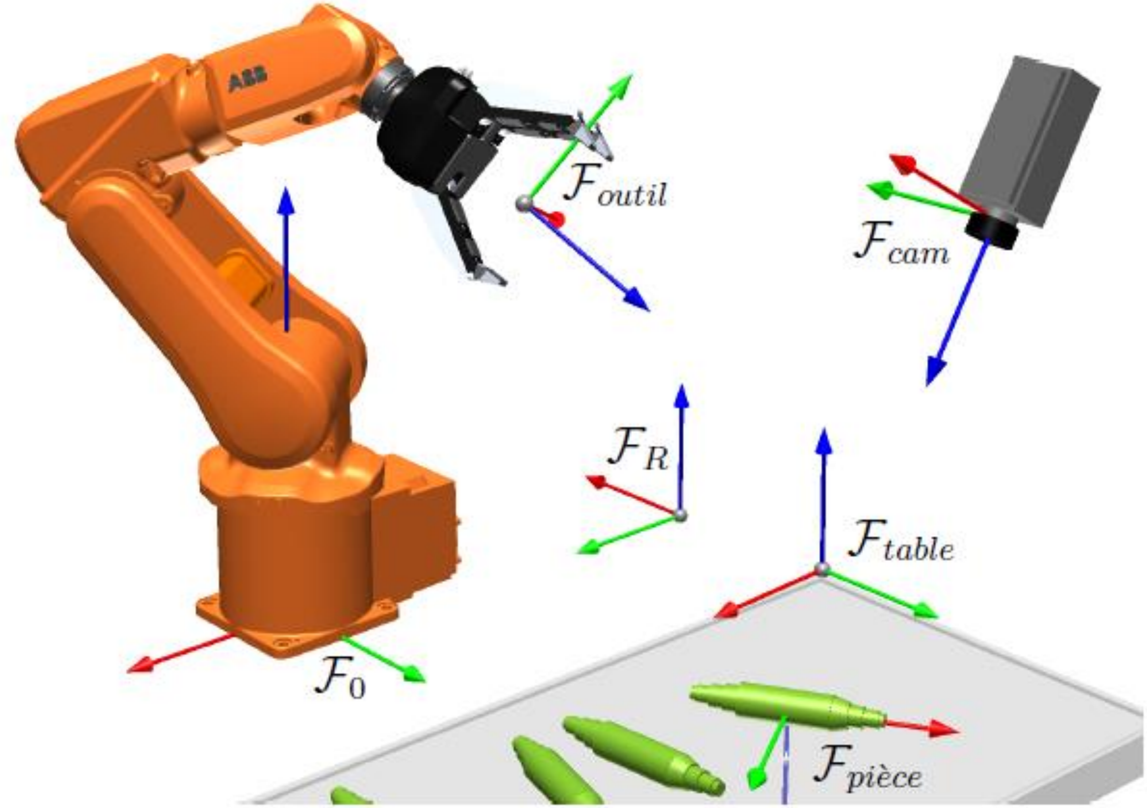


FIGURE 5.4 – Exemple de transformations de coordonnées.

Voici alors le calcul que le contrôleur du robot doit effectuer afin de pouvoir saisir la pièce :

$$\mathbf{v}^0_{O_0O_{pièce}} = \mathbf{v}^0_{O_0O_R} + \mathbf{R}^0_R\mathbf{v}^R_{O_RO_{pièce}} = \mathbf{v}^0_{O_0O_R} + \mathbf{R}^0_R\left(\mathbf{v}^R_{O_RO_{cam}} + \mathbf{R}^R_{cam}\mathbf{v}^{cam}_{O_{cam}O_{pièce}}\right),$$

pour la position de la pièce par rapport au référentiel de la base du robot et

$$\mathbf{R}^0_{pièce} = \mathbf{R}^0_R\mathbf{R}^R_{cam}\mathbf{R}^{cam}_{pièce},$$

pour l'orientation de la pièce par rapport au référentiel de la base du robot.

Matrice de transformation homogène

La matrice de transformation homogène décrit soit la pose (position et orientation) ou le déplacement (translation et orientation) d'un objet.

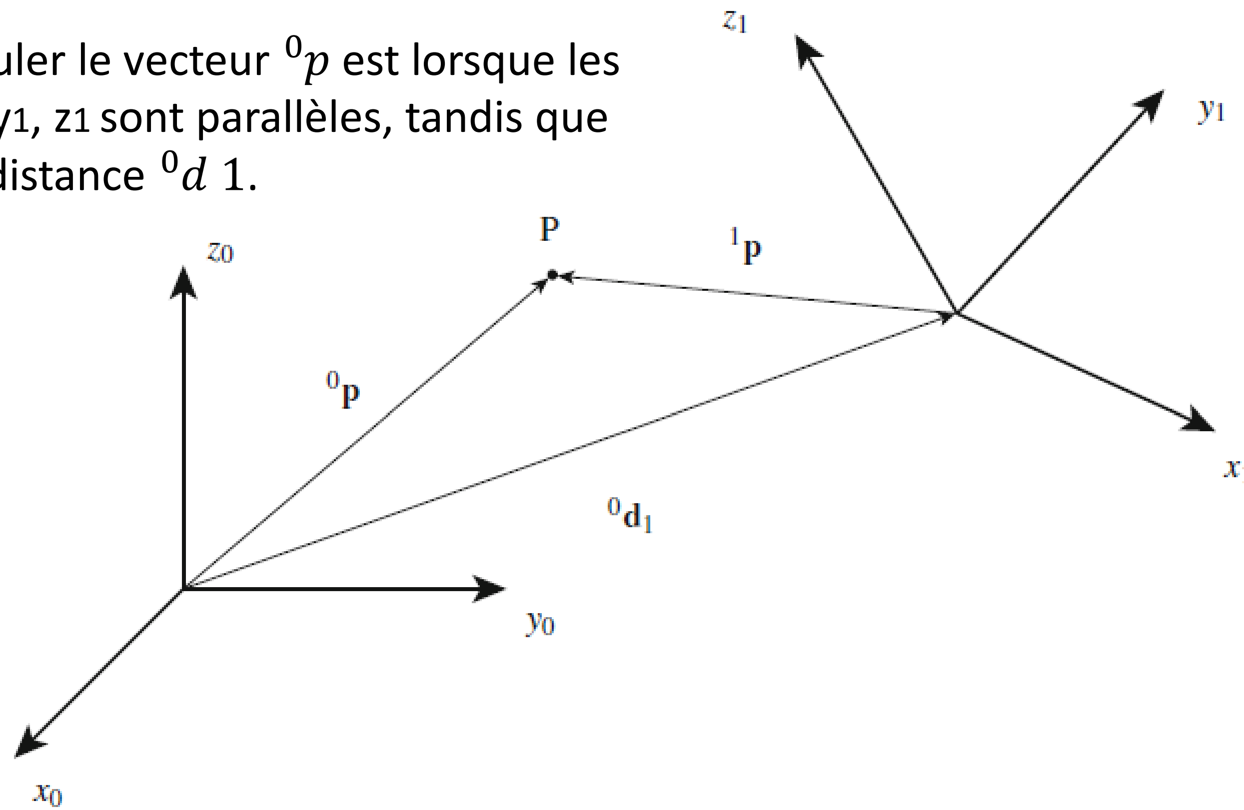
Le déplacement peut être effectué soit par rapport à une système de coordonnées de référence (fixe), soit par rapport à un référentiel relative (attachée à l'objet).

Matrice de transformation homogène

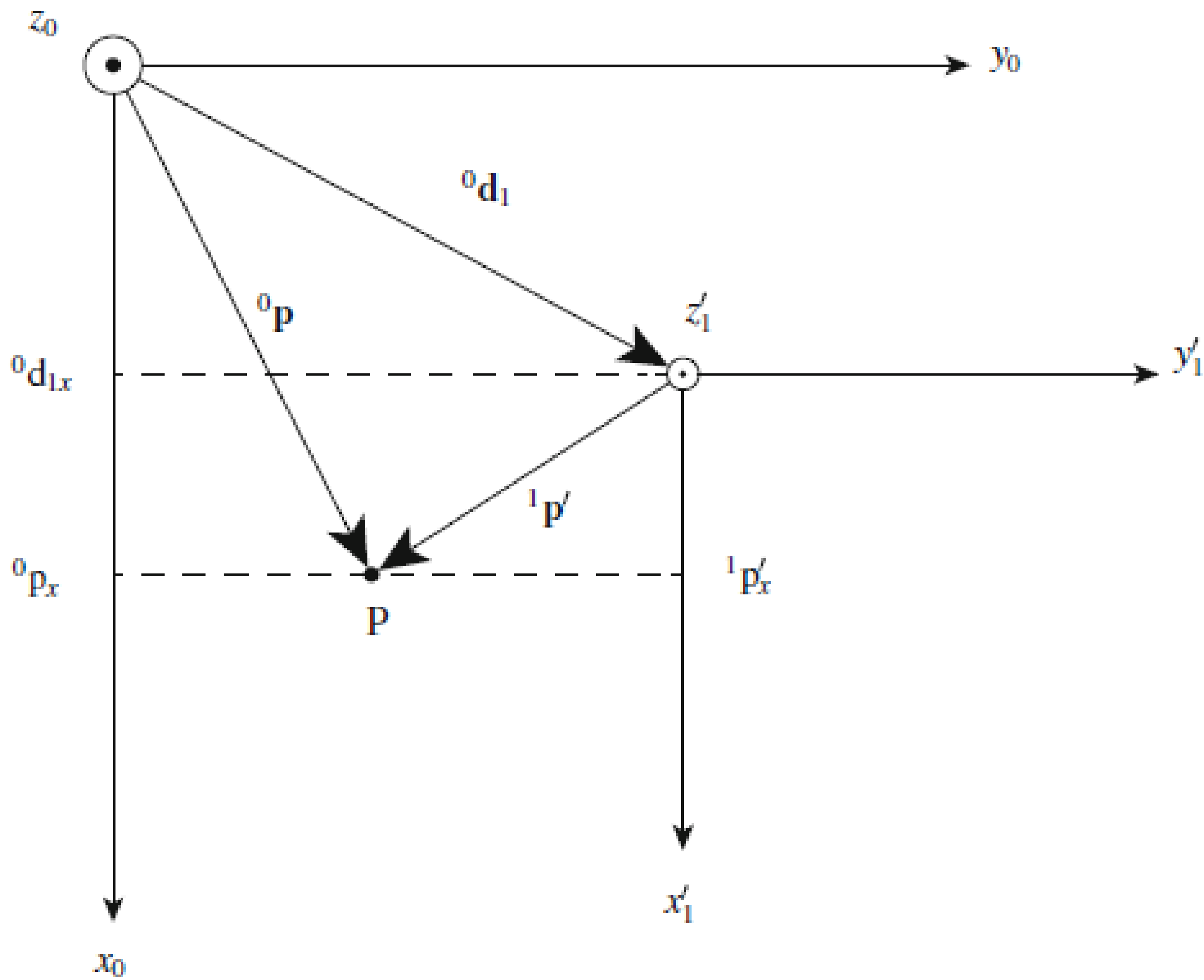
Laissez-nous sélectionner un système de coordonnées de référence x_0, y_0, z_0 dans l'espace avec une autre repère arbitraire x_1, y_1, z_1, comme le montre la suivante:

Les origines des repères ne coïncident pas les uns aux autres. Soit un point P arbitraire, noté par le vecteur ${}^1p$ dans le repère x_1, y_1, z_1.
Notre but est de déterminer la position du point sélectionné ou du vecteur correspondant dans le repère x_0, y_0, z_0.

Le moyen le plus simple de calculer le vecteur ${}^0p$ est lorsque les axes des trames x_0, y_0, z_0 et x_1, y_1, z_1 sont parallèles, tandis que les repères sont décalées de la distance ${}^0d\ 1$.



$$^{1}\mathbf{p}' = {}^{0}\mathbf{R}_1 \, {}^{1}\mathbf{p}$$



$$^{0}p_x = {}^{1}p_x' + {}^{0}d_{1x}$$
$$^{0}p_y = {}^{1}p_y' + {}^{0}d_{1y}$$
$$^{0}p_z = {}^{1}p_z' + {}^{0}d_{1z}$$

$$^{0}\mathbf{p} = {}^{1}\mathbf{p}' + {}^{0}\mathbf{d}_1$$

The point P preserves its position with respect to the reference frame x_0, y_0, z_0, while vector ^1p has new coordinates in the rotated frame x_1, y_1, z_1:

$^0\mathbf{R}_1$ represents the rotation matrix, which aligns the frame $x1$, $y1$, $z1$ with respect to the frame $x0$, $y0$, $z0$.

Matrice de transformation homogène

$$^{0}\mathbf{p} = {}^{0}\mathbf{R}_1\,{}^{1}\mathbf{p} + {}^{0}\mathbf{d}_1$$

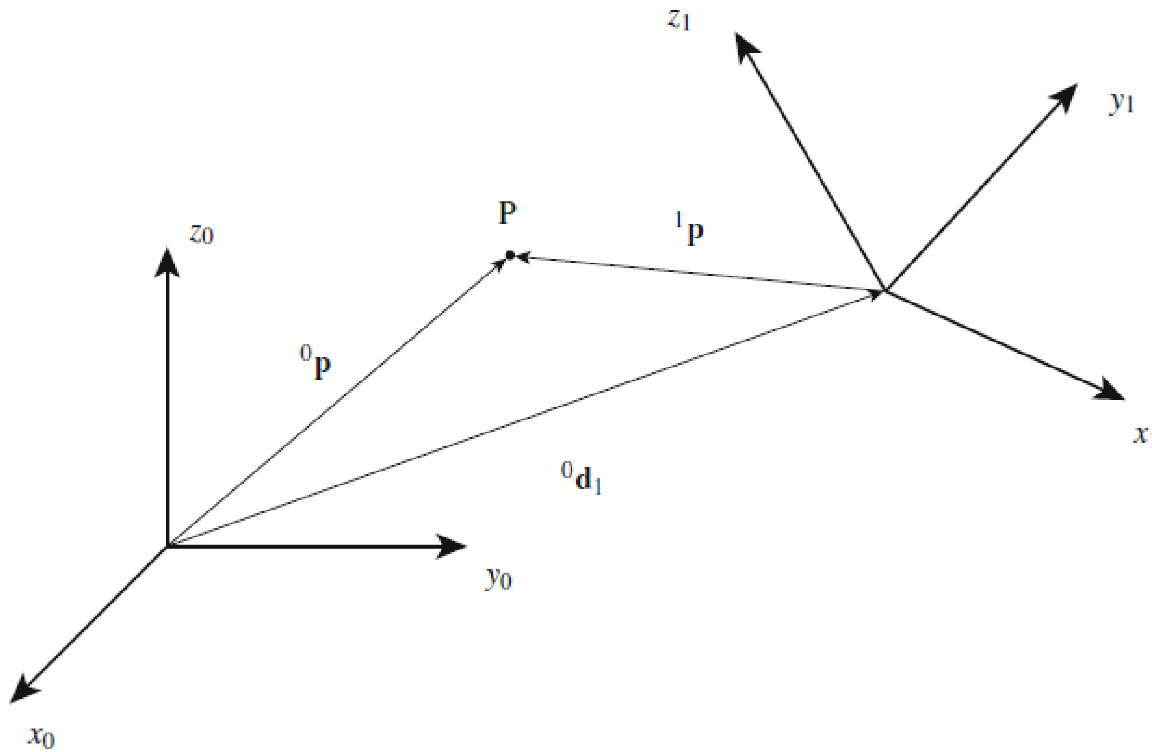
$$^{1}\mathbf{p} = {}^{1}\mathbf{R}_2\,{}^{2}\mathbf{p} + {}^{1}\mathbf{d}_2$$

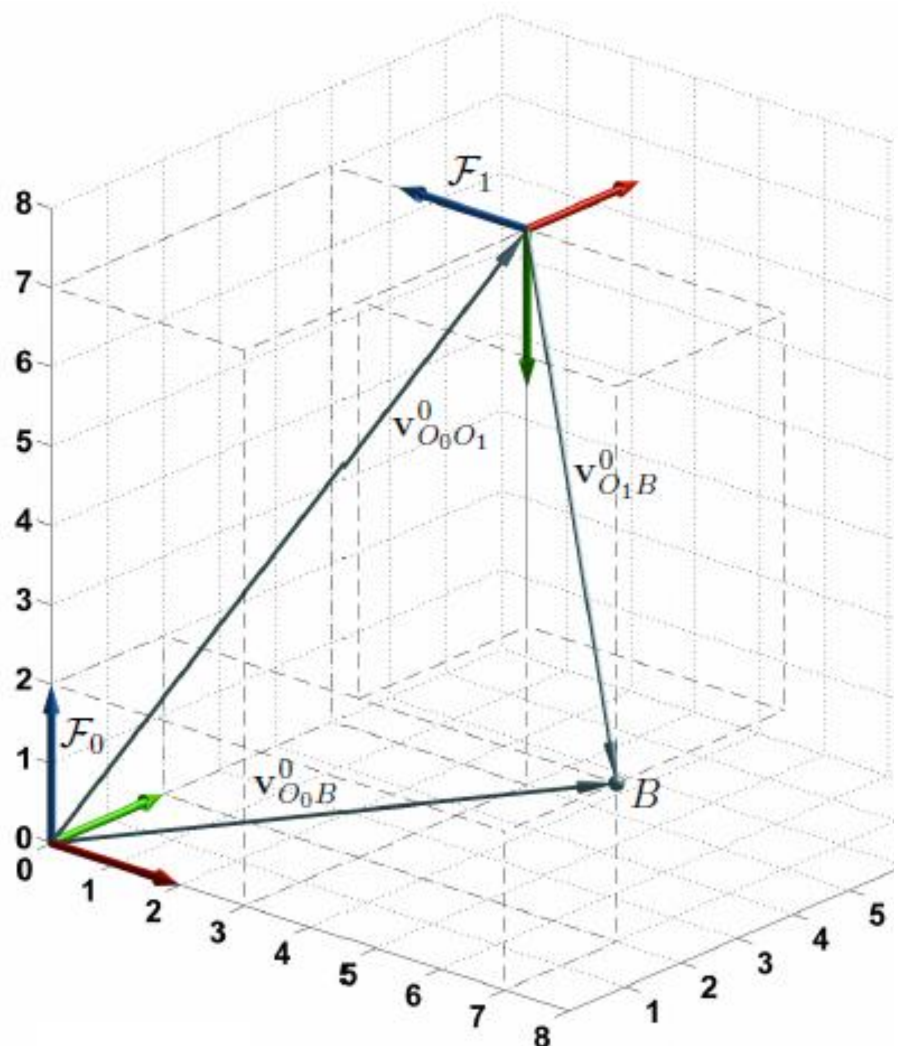
$$^{0}\mathbf{p} = {}^{0}\mathbf{R}_1\,{}^{1}\mathbf{R}_2\,{}^{2}\mathbf{p} + {}^{0}\mathbf{R}_1\,{}^{1}\mathbf{d}_2 + {}^{0}\mathbf{d}_1$$

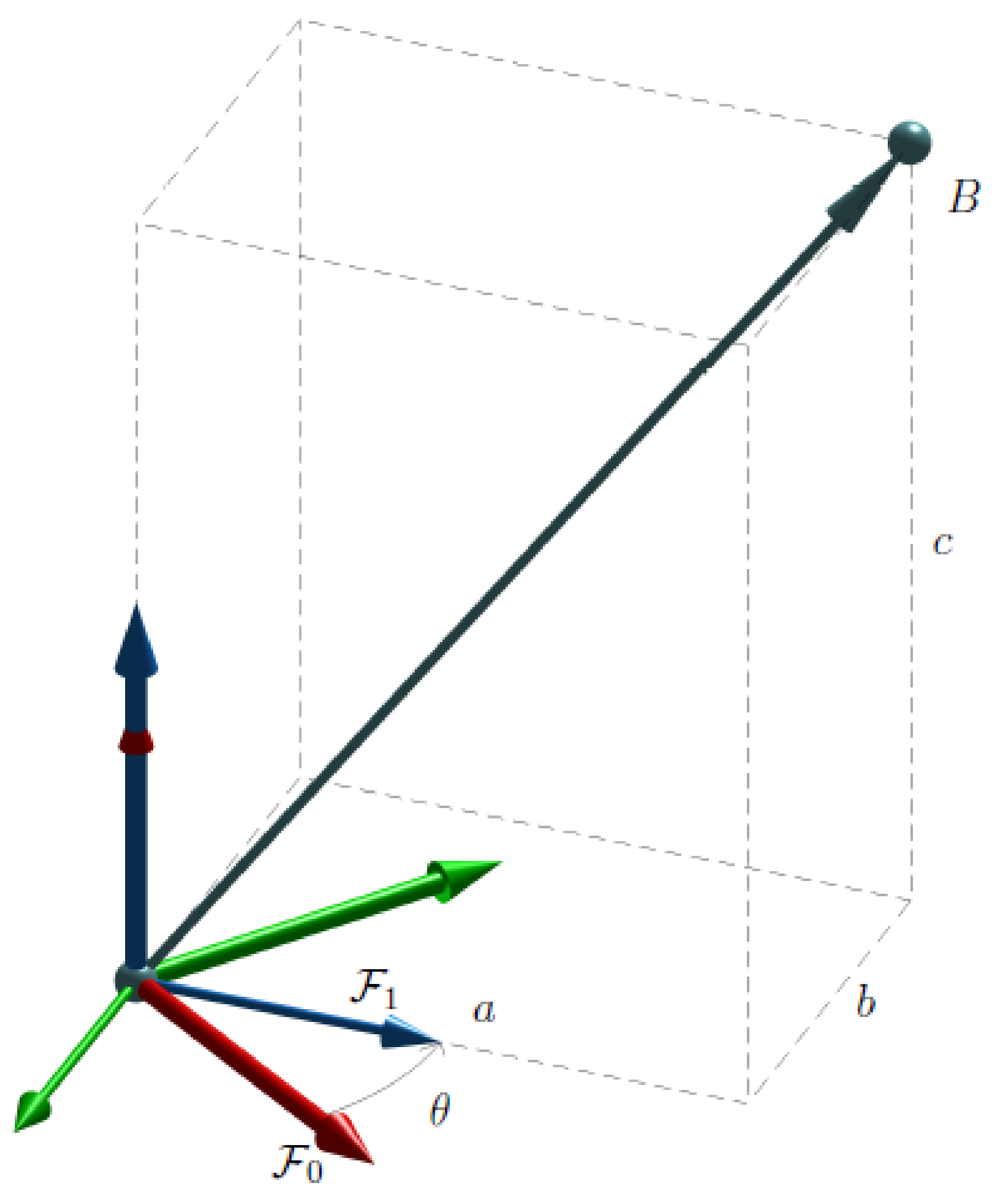
$$^{0}\mathbf{p} = {}^{0}\mathbf{R}_2\,{}^{2}\mathbf{p} + {}^{0}\mathbf{d}_2$$

$$^{0}\mathbf{R}_2 = {}^{0}\mathbf{R}_1\,{}^{1}\mathbf{R}_2$$

$$^{0}\mathbf{d}_2 = {}^{0}\mathbf{d}_1 + {}^{0}\mathbf{R}_1\,{}^{1}\mathbf{d}_2$$







Ex 1:

(a) Donner le vecteur de position $\mathbf{v}^0_{O_0O_1}$.

(b) Donner la matrice de rotation $\mathbf{R}^0_1$.

(c) Donner le vecteur de position $\mathbf{v}^1_{O_1B}$.

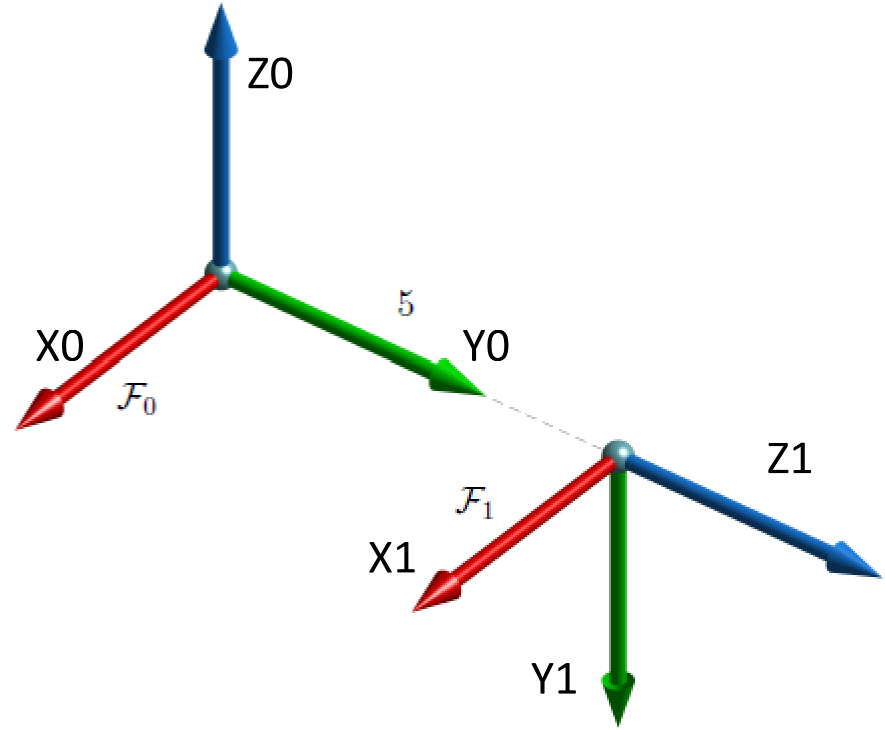
(d) Donner le vecteur de position $\mathbf{v}^0_{O_0B}$.

Université Mohamed Boudiaf - M'sila

Ex 2:

(a) Donner le vecteur de position $\mathbf{v}^0_{O_0O_1}$.

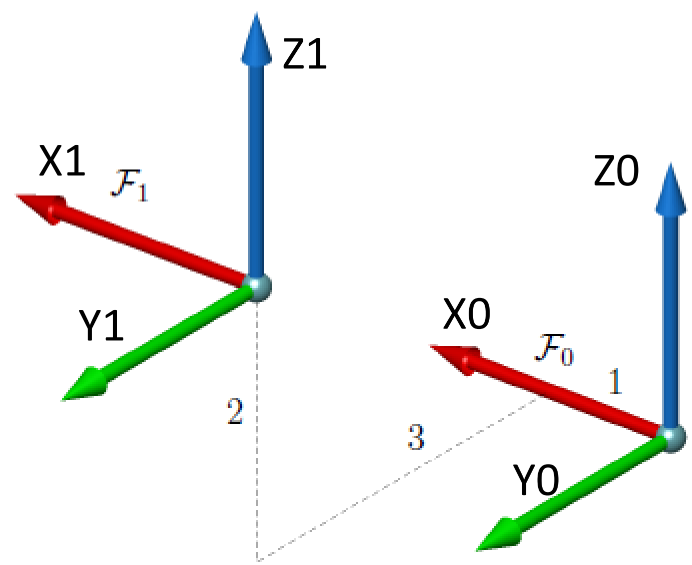
(b) Donner la matrice de rotation $\mathbf{R}^0_1$.



Ex 3:

(a) Donner le vecteur de position $\mathbf{v}^0_{O_0O_1}$.

(b) Donner la matrice de rotation $\mathbf{R}^0_1$.



Ex 4:

(a) Donner le vecteur de position $\mathbf{v}^0_{O_0 O_1}$.

(b) Donner la matrice de rotation $\mathbf{R}^0_1$.