

- **Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme**

1- Equation du mouvement

- On considère une particule chargée **M**, de charge **q** et de masse **m**, supposée ponctuelle se déplaçant entre deux plaques aux bornes desquelles est appliqué une ddp

$$U_{AB} = V_A - V_B > 0.$$

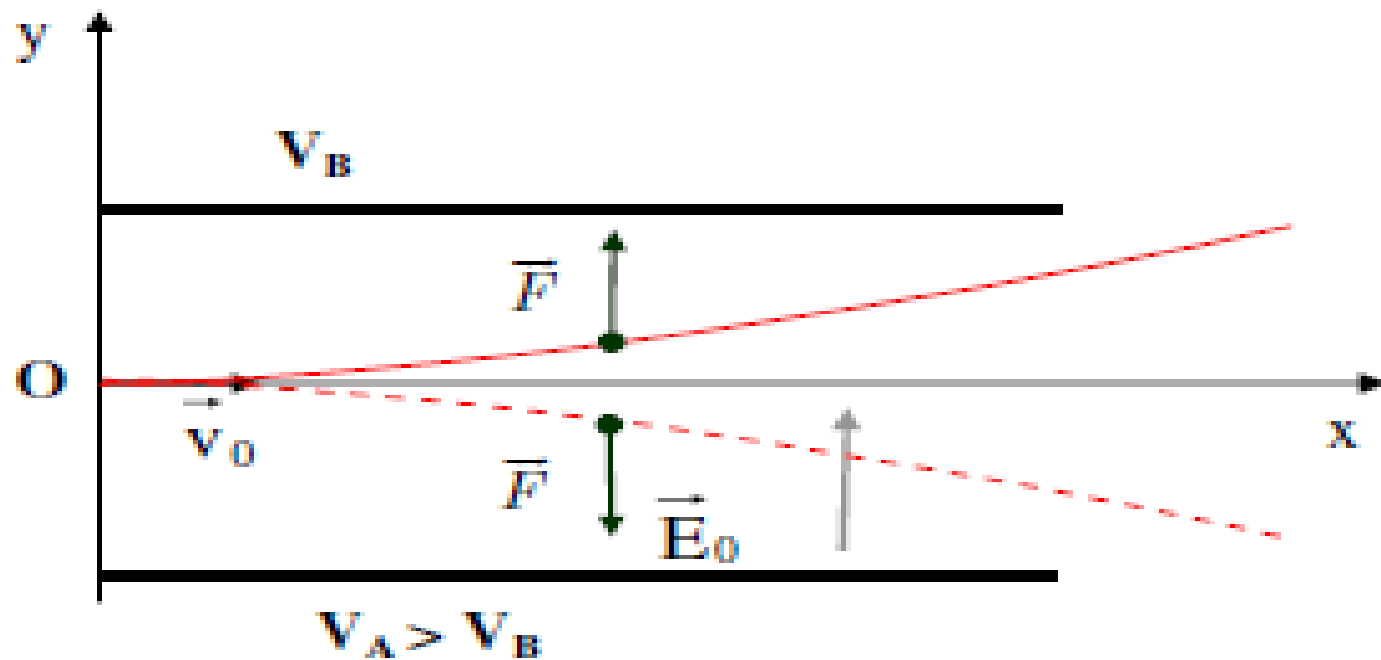
- On étudie le mouvement de la particule chargée dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.
- On pose $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$ le vecteur vitesse initiale de la particule, la distance entre les deux plaques et l leur largeur.
- Le champ électrique uniforme \vec{E}_0 régnant entre les deux plaques est alors donné par la relation:

$$\vec{E}_0 = -\overline{\text{grad}} V \Leftrightarrow \vec{E}_0 = -\frac{dV}{dy} \cdot \vec{e}_y$$

Soit en notant le champ $\vec{E}_0 = E_0 \vec{e}_y$, il vient :

$$dV = - E_0 \cdot dy \quad \Leftrightarrow \quad V_A - V_B = - E_0 \cdot (y_A - y_B)$$

$$\Leftrightarrow E_0 = \frac{U_{AB}}{a}$$



— Trajectoire pour $q > 0$

- - - Trajectoire pour $q < 0$

- La particule chargée est ainsi soumise :
- - à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$
- - à la force électrique $\vec{F} = q \cdot \vec{E}_0$

En prenant l'exemple d'un proton ($q = e = 10^{-19} \text{C}$, $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$) dans un champ électrique d'intensité $E_0 = 10^4 \text{V.m}^{-1}$, on déduit:

$$\begin{cases} \|\vec{P}\| = 1,64.10^{-26} \text{ N} \\ \|\vec{F}\| = 1,6.10^{-15} \text{ N} \end{cases}$$

$\|\vec{P}\| \ll \|\vec{F}\|$: on peut négliger le poids devant la force électrique

On applique le principe fondamental de la dynamique à la particule :

$$m \cdot \vec{\gamma}(M) = \vec{F} \Leftrightarrow \vec{\gamma}(M) \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{q \cdot E_0}{m} \\ 0 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \vec{v}(M) \begin{vmatrix} v_x = C_1 \\ v_y = \frac{q \cdot E_0}{m} \cdot t + C_2 \\ v_z = C_3 \end{vmatrix}$$

Comme à $t = 0$, $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{e}_x$, il vient $C_1 = v_0$ et $C_2 = C_3 = 0$.

$$\Leftrightarrow \vec{v}(M) \begin{vmatrix} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{q \cdot E_0}{m} \cdot t \\ v_z = 0 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \begin{vmatrix} x = v_0 \cdot t + C'_1 \\ y = \frac{q \cdot E_0}{2m} \cdot t^2 + C'_2 \\ z = C'_3 \end{vmatrix}$$

- Comme à $t = 0$, $\overrightarrow{OM}_0 = \vec{0}$, il vient $C'_1 = C'_2 = C'_3 = 0$.

$$\Leftrightarrow \overline{OM} \quad \left| \begin{array}{l} x = v_0 t \\ y = \frac{q \cdot E_0}{2m} \cdot t^2 \\ z = 0 \end{array} \right.$$

On en déduit l'équation cartésienne de la trajectoire :

$$y = \frac{q \cdot E_0}{2m} \cdot \left(\frac{x}{v_0} \right)^2$$

parabole tournant sa concavité vers le bas pour $q > 0$ et vers le haut pour $q < 0$

- **II- Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme**

- Dans tout ce qui suit on envisagera l'étude de la trajectoire d'une particule chargée de charge q et de masse m dans le champ magnétique uniforme et constant
- On étudie le mouvement de la particule chargée dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.

$$\vec{B} = B_0 \cdot \vec{e}_z.$$

La particule chargée est ainsi soumise :

- à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$;
- à la force magnétique de Lorentz $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$

- En prenant l'exemple d'un proton ($q = e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg) dans un champ magnétique d'intensité $B_0 = 10^{-2}$ T, animé d'une vitesse $v = 10^4$ m.s⁻¹ on déduit les ordres de grandeur:

$$\begin{cases} \|\vec{P}\| = 1,64 \cdot 10^{-26} \text{ N} \\ \|\vec{F}\| = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ N} \end{cases} \Rightarrow \|\vec{P}\| \ll \|\vec{F}\| : \text{on peut négliger le poids devant la force magnétique}$$

- *Principe fondamental de la dynamique :*
- On écrit les vecteur vitesse et accélération du point **M** caractérisant la position de la charge à un instant par :

$$\vec{v}(M) = v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y + v_z \vec{e}_z \quad \text{et}$$

$$\vec{\gamma}(M) = \frac{d\vec{v}(M)}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{e}_x + \frac{dv_y}{dt} \vec{e}_y + \frac{dv_z}{dt} \vec{e}_z$$

- Appliquant le principe fondamental de la dynamique à la particule chargée dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, il vient :

$$m \cdot \vec{\gamma}(M) = \vec{F} \Leftrightarrow m \cdot \begin{vmatrix} \frac{dv_x}{dt} \\ \frac{dv_y}{dt} \\ \frac{dv_z}{dt} \end{vmatrix} = q \cdot \begin{vmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} m \cdot \frac{dv_x}{dt} = q \cdot B_0 \cdot v_y & (1) \\ m \cdot \frac{dv_y}{dt} = -q \cdot B_0 \cdot v_x & (2) \\ m \cdot \frac{dv_z}{dt} = 0 & (3) \end{cases}$$