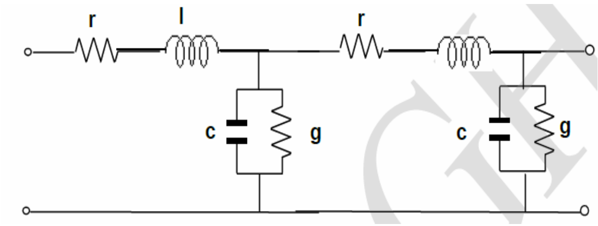
La manière par laquelle une ligne électrique aérienne peut être modelée dépend plus particulièrement de sa longueur ainsi que de la précision envisagée sur le courant et la tension.

Les paramètres des lignes électriques sont normalement distribués uniformément le long de la ligne.



Avec

r: résistance par unité de longueur en Ω /m

l: inductance par unité de longueur en H /m

c: capacité par unité de longueur en F /m

g: conductance par unité de longueur en Ω^{-1} /m

Cependant pour des raisons de simplification et dont les résultats de calcul des courants et tensions sont acceptables les lignes électriques sont classées en trois catégories à savoir:

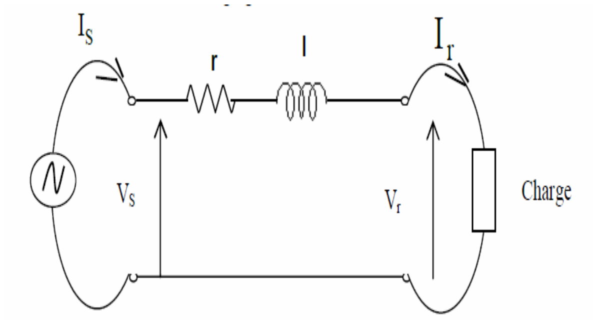
Lignes courtes (distance ≤ 80 Km)

Lignes moyennes (80≤ distance≤ 160 Km)

Lignes longues (distance ≥ 160 Km)

SCHEMA EQUIVALENT D'UNE LIGNEELECTRIQUE COURTE

Une ligne courte peut être représentée simplement par sa résistance et son inductance. L'effet de la capacité et de la conductance est négligeable.



La relation entre la tension et le courant de départ V_s, I_s et la tension et courant d'arrivée

V_r, I_r Peut être exprimée par :

$V_S = V_r + Z.I_r$, $I_S = I_r$

$Z=R+ j\omega l$

$R = r.L$: Résistance totale de la ligne (Ω)

$L = l.L$: Inductance totale de la ligne (H)

La ligne triphasé peut être représentée par une ligne unifilaire c'est à dire une ligne monophasée de tension simple $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$

PERFORMANCE D'UNE LIGNE ELECTRIQUE.

Par performance d'une ligne on entend son rendement et sa régulation.

$$\eta = \frac{\text{Puissance reçue}}{\text{Puissance fournie}} = \frac{P_r}{P_s} = \frac{P_r}{P_{r+}\ \text{Pertes}}$$

$$\text{La régulation: } \Delta V_L\,\% = \frac{V_{Ro} - V_R}{V_R}.100$$

V_{R0} : Tension d'arrivée en circuit ouvert

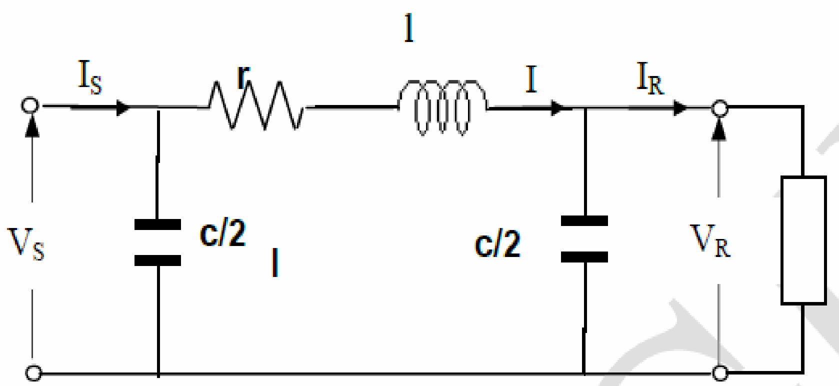
V_R VR : Tension d'arrivée en pleine charge

CIRCUIT EQUIVALENT D'UNE LIGNE MOYENNE

Jusqu'ici nous avons négligé l'effet capacitif pour les lignes courtes, mais quand la longueur de la ligne croit, la capacité devient graduellement importante et son influence sur le courant et la tension de ligne devient appréciable.

Les paramètres de la ligne R, L et C sont supposés concentrés. La capacité est concentrée au milieu de la ligne ou bien chaque moitié est concentrée aux deux extrémités de la ligne. Cela nous conduit aux deux circuits équivalents T et π.

REPRESENTATION EN π



La relation entre tension et courant de départ et d'arrivée peut être exprimée par

$$V_S = V_R + IZ$$
$$I_S = I + V_S.Y/2$$

$Z = R + j\omega L$: Impédance totale

$Y = jC\omega$: Admittance totale

V_S et I_S, peuvent être déterminés en fonction de V_R et I_R

$$I = I_R + V_R.Y/2$$
$$V_S = (V_R.Y/2 + I_R).Z + V_R$$
$$V_S = (ZY/2 + 1) + ZI_R$$

$$I_S = V_S.Y/2 + I_R + V_R.Y/2$$
$$I_S = \left[(ZY/2 + 1).V_R + Z.I_R\right].Y/2 + V_R.Y/2 + I_R$$

$$= Y/2\,(\frac{ZY}{2} + 1)V_R + \frac{ZY}{2}.I_R + V_R.Y/2 + I_R$$
$$= Y/2\,(\frac{ZY}{2} + 2).V_R + (\frac{ZY}{2} + 1).I_R$$
$$= Y/2\,(\frac{ZY + 4}{2})V_R + (\frac{ZY}{2} + 1)I_R \quad \text{et } V_R = Z.I_R$$

$$I_S = Y(\frac{ZY}{4} + 1).V_R + (\frac{ZY}{2} + 1).I_R$$
$$V_S = (\frac{ZY}{2} + 1).V_R + Z.I_R$$

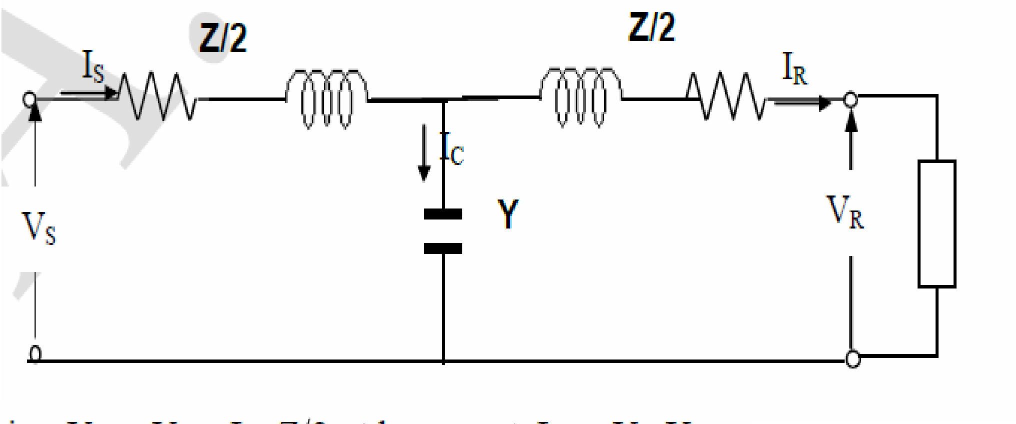
D'une manière générale
$$V_S = A.V_R + B.I_R$$
$$I_S = C.V_R + D.I_R$$

Avec $A = D = \frac{ZY}{2} + 1$, $B = Z$, $C = Y(1 + \frac{ZY}{4})$

Les coefficients A, B, C et D sont appelés constantes généralisées des lignes de transmission et ils sont complexes.

REPRESENTATION EN T

La ligne peut être représentée par un circuit équivalent en **T** tel que:



Puisque La tension $V_C = V_R + I_R.Z/2$ et le courant $I_C = V_C.Y$

$$I_S = I_R + I_C = I_R + V_C.Y = I_R + (V_R + I_R.Z/2).Y$$

$$V_S = V_C + I_S.Z/2 = V_R + I_R.Z/2 + \{(I_R + V_R + I_R.Z/2)Y\}.Z/2$$

$$V_S = V_R(1 + Z.Y/2) + I_R(\frac{Z}{2} + \frac{Z}{2} + \frac{YZ^2}{4})$$

$$V_S = V_R(1 + \frac{ZY}{2}) + I_R(Z + \frac{YZ^2}{4})$$

$$V_S = V_R(1 + \frac{ZY}{2}) + Z.I_R(1 + \frac{YZ}{4})$$

$$V_S = (1 + \frac{ZY}{2}).V_R + Z(1 + \frac{ZY}{4}).I_R$$

$$I_S = Y.V_R + (1 + \frac{ZY}{2}).I_R$$

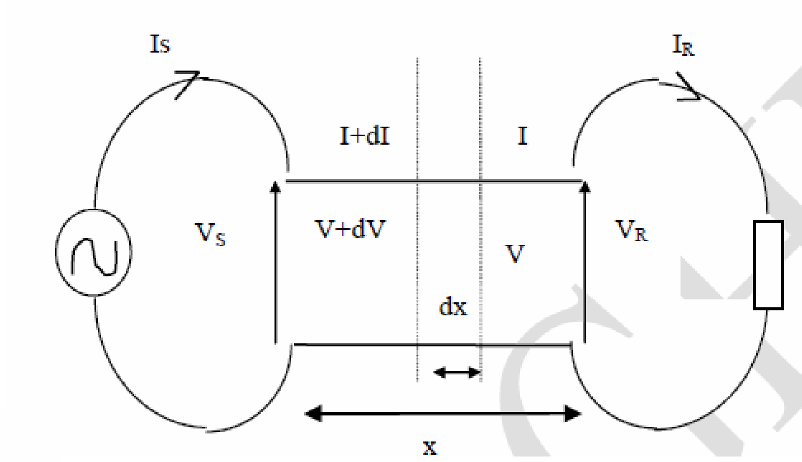
Autrement dit les paramètres d'entrée en fonction des paramètres de sortie sont.

$$V_S = A.V_R + B.I_R$$
$$I_S = C.V_R + D.I_R$$

CIRCUIT EQUIVALENT D'UNE LIGNE LONGUE

Jusque là pour les lignes courtes et moyennes, les paramètres des lignes ont étés prises comme paramètres concentrés. Dans le cas des lignes longues((160Km), la solution exacte doit tenir compte du fait que les paramètres sont distribués uniformément le long de la ligne.

Considérons le circuit suivant:



Par convention on va considérer:

z: impédance série par unité de longueur

y: admittance shunt par unité de longueur

Z= z.l: impédance série totale

Y=y.l : admittance shunt totale

Considérons un petit élément dx de la ligne tel que est x la distance entre le point d'arrivée et cet élément. Le point d'arrivée est pris comme référence c'est à dire x= 0

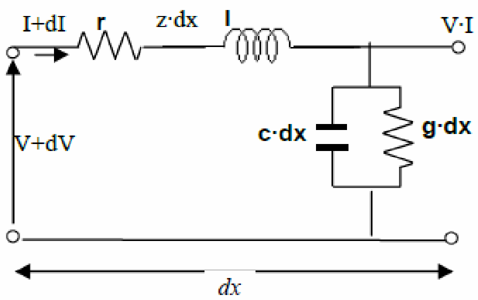
zdx impédance série de l'élément dx

ydx l'admittance shunt de l'élément dx.

oit V et I la tension et courant à la distance x

V+dV, I+dI la tension et le courant à la distance dx

Le schéma équivalent de l'élément dx peut être représenté par



$$dV = Iz.dx \qquad \frac{dV}{dx} = I.z$$

$$dI = Vy.dx \qquad \frac{dI}{dx} = Vy$$

En différentiant les équations par rapport à x on obtient

$$\frac{d^2V}{dx^2} = z.\frac{dI}{dx}$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = y.\frac{dV}{dx}$$

En substituant $\frac{dI}{dx}$ et $\frac{dV}{dx}$ dans ces deux équations, on obtient:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = y.z.V$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = y.z.I$$

Ces deux équations sont des équations différentielles du deuxième degré dont la solution est de la forme:

$$V = A_1..\exp(\sqrt{y.z}.x) + A_2.\exp(-\sqrt{y.z}.x)$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{z/y}}A_1.\exp(\sqrt{y.z}.x) - \frac{1}{\sqrt{z/y}}A_2.\exp(-\sqrt{y.z}.x)$$

Les constantes A_1 et A_2 peuvent être déterminés en utilisant les conditions initiales, autrement dit :

Pour x=0, V= V_R et I= I_R que nous substituons l'expression de V et I, nous obtenons

$$V_R = A_1 + A_2 \text{ et } I_R = \frac{1}{\sqrt{z/y}}(A_1 - A_2)$$

Posons $Z_c = \sqrt{z/y}$ et $\gamma = \sqrt{y.z}$, nous déterminons A_1 et A_2

$$A_1 = \frac{V_R + I_R.Z_c}{2}, \quad A_2 = \frac{V_R - I_R.Z_c}{2}$$

Dans ce cas la tension et le courant seront:

$$V = \frac{V_R + I_R.Z_c}{2}.e^{\gamma.x} + \frac{V_R - I_R.Z_c}{2}.e^{-\gamma.x}$$

$$I = \frac{1}{Z_c}\left[\frac{V_R + I_R.Z_c}{2}.e^{\gamma.x} - \frac{V_R - I_R.Z_c}{2}.e^{-\gamma.x}\right]$$

D'autre part

$$Z_c = \sqrt{z/y} \text{ et } \gamma = \sqrt{y.z}$$

α Constante d'atténuation (nipper/unité de longueur)

β : Constante de phase (radian/unité de longueur)

Si nous réécrivons les expressions de V et I en fonction de α et β nous obtenons:

$$V = \frac{V_R + I_R.Z_c}{2}.e^{\alpha.x}.e^{j.\beta.x} + \frac{V_R - I_R.Z_c}{2}.e^{-\alpha.x}.e^{-j.\beta.x}$$

$$I = \frac{1}{Z_c}\left[\frac{V_R + I_R.Z_c}{2}e^{\alpha.x}.e^{j.\beta.x} - \frac{V_R - I_R.Z_c}{2}.e^{-\alpha.xx}.e^{-j.\beta.x}\right]$$

Le premier terme $\frac{1}{2}(V_R + I_R Z_c).e^{\alpha x}.e^{j\beta x}$ augmente en amplitude et avance en phase quand la distance augmente. On l'appelle tension incidente

Contrairement le second terme $\frac{1}{2}(V_R - I_R Z_c).e^{-\alpha x}.e^{-j\beta x}$ diminue en amplitude et retarde en phase. On l'appelle tension réfléchie. De même pour le courant.