

الاهتزازات والامواج

السلسلة رقم: 2

التمرين الأول:

لديك النظام المبين في الشكل 1 , حيث أن كتلة نقطية مثبتة على الذراع A_1A_2 (مهملة الكتلة) وعلى بعد a و b من طرفيها. نفترض أن m تتحرك حركة عمودية فقط. بسط النظام للحصول على النظام المكافئ المبسط ثم استنتج ω_0 النبض الذاتي (الطبيعي) للحركة. طبق النتيجة المحصل عليها على النظام المبين في الشكل 2 للحصول على النبض الطبيعي للحركة التوافقية البسيطة له.

التمرين الثاني:

النظام المبين في الشكل 3 عبارة عن ساق مهملة الكتلة طولها l تحمل في إحدى نهايتها كتلة نقطية m وتتمفصل عند النقطة O في نهايتها الأخرى. ترتكز الساق على نابضين عموديين k_1 و k_2 وعلى مخمد معامل تخامده α . عند التوازن تأخذ الساق الوضع الأفقي بعدما تدور بزواوية مقدارها γ . نخضع الكتلة m إلى قوة عمودية وتوافقية من الشكل: $F(t)=F_0\cos\omega t$.
1- جد المعادلة التفاضلية للحركة للكتلة m .
2- إذا علمنا أن $\alpha/2m < \omega_0$ فأعطي حل للمعادلة السابقة مع تبيان الحد الذي يتعلق بالاهتزاز العابر وذلك الذي يتعلق بالاهتزاز الدائم.

التمرين الثالث:

كتلة m معلقة بواسطة نابض ذو ثابت مرونة k عند نهاية صفيحة رقيقة مرنة كما يوضحه الشكل 4. باعتبار أن الصفيحة تهتز طبقا للمعادلة:

$$x_0 = A \sin \omega t$$

- 1- جد معادلة الحركة بدلالة x ثم الحل العام إذا كان عند $t=0$ $x(0)=0$ و $dx/dt(0)=0$.
- 2- أدرس حالة الرنين.

التمرين الرابع: واجب منزلي

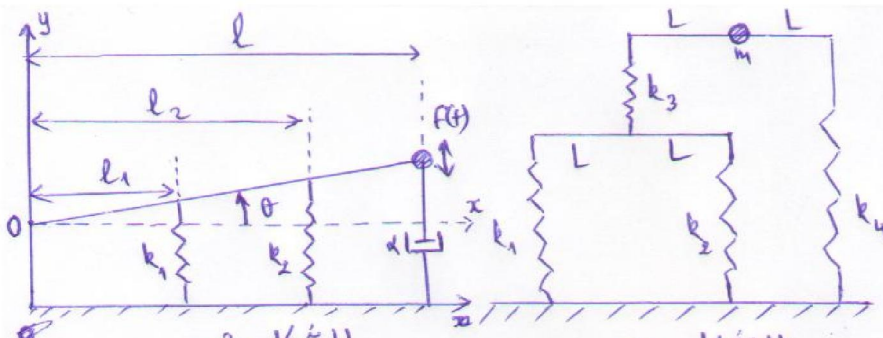
نريد دراسة الاهتزازات صغيرة السعة للنظام المبين في الشكل 5. في هذا النظام OA و AB ساقين مهملتا الكتلة وملتحمتان عند النقطة A بشكل زاوية قائمة. تثبت عند B كتلة نقطية m وفي منتصف OA (النقطة M) نابض ثابت مرونته k ومن الطرف الثاني بمسند عمودي OY . تتمفصل الساق OA حول محور يمر من O و عمودي على مستوي الشكل وتشكل عند التوازن زاوية γ مع الأفق OX . نزيح الجملة عن وضع توازنها ثم نحررها فتؤدي حركة اهتزازية تعين بالزاوية θ بالنسبة لهذا الوضع. يعطى $AB=l$ و $OA=2l$.

- 1- جد الإحداثيات x و y للكتلة m بدلالة γ و θ .
- 2- يعطى مقدار تقلص النابض بالعلاقة $\Delta x = x_M - x_0$ حيث أن x_M هي فاصلة النقطة M في اللحظة t و x_0 عند التوازن. بين أن:
 $\Delta x = -l\theta \sin \gamma$ (نعتبر في هذا السؤال أن $\cos \theta = 1$ و $\sin \theta = \theta$).
- 3- جد عبارة $U(\theta)$ الطاقة الكامنة للنظام واستنتج شرط التوازن ثم أعطي العبارة التربيعية لها.
- 4- جد دالة لاغرونج ثم استنتج معادلة الحركة. ما هو إذن شرط الحركة الاهتزازية و ما هو نبضها؟
- 5- نؤثر على m بقوة $F(t)$ عمودية ومن الشكل: $F(t)=F_0\cos\Omega t$. علما أن الكتلة تتلقى أثناء حركتها قوة احتكاك الهواء عمودية (احتكاك لزوجي) تمثل بمخمد معامل تخامده α (صغير جدا). فجد معادلة الحركة بدلالة θ . أدرس تغير السعة θ_0 بدلالة Ω , ما هو نبض الرنين Ω_R إذن.

التمرين الخامس:

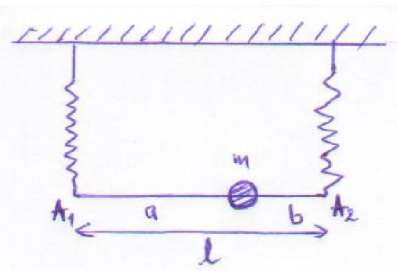
نغذي دارة كهربائية RLC على التسلسل بمصدر جيبي للتوتر من الشكل $E(t)=E_0\cos\omega t$ فنلاحظ حصول الرنين في التوتر V_C بين طرفي المكثف C , التي نجهل قيمتها، عندما $\omega = \omega_0$. في هذه الحالة نلاحظ أن $V_{Cmax}=60V$ و $E_0=3V$ و $R=75\Omega$ و $L=0.8mH$.

- 1- حدد قيمة معامل الجودة Q .
- 2- أحسب قيمة المكثف C و النبض الطبيعي ω_0 .

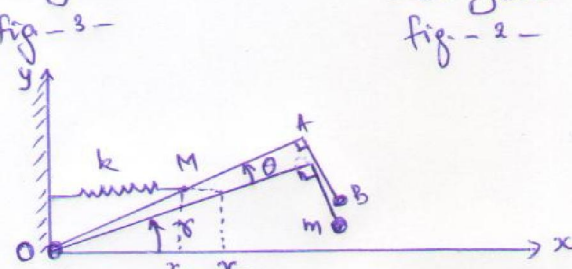


الشكل -3-
fig-3-

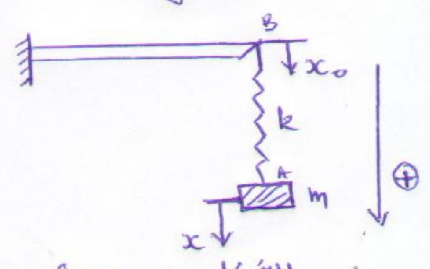
الشكل -2-
fig-2-



الشكل -1-
fig-1-



الشكل -5-
fig-5-



الشكل -4-
fig-4-

VIBRATIONS ET ONDES

Série N°02

Série N° 02

Exercice N°01 :

Un système mécanique constitué d'une tige A_1A_2 de longueur l et de masse négligeable à laquelle on attache une masse ponctuelle m à une distance a et b de ses deux extrémités. La tige est suspendue à deux ressorts verticaux k_1 et k_2 comme l'indique la fig.1. Simplifier le système pour obtenir le système simplifié équivalent et en déduire sa pulsation propre ω_0 .

Utiliser le résultat ci-dessus pour déduire la pulsation propre du système de la fig.2.

Exercice N°02 :

Une tige de longueur l , de masse négligeable et articulée à l'une de ses extrémités O , porte à son autre extrémité libre une masse ponctuelle m . A des distances respectives l_1 et l_2 deux ressorts verticaux de raideurs k_1 et k_2 sont attachés à cette tige (fig.3). Un amortisseur de coefficient a est également fixé à la masse m et la tige se trouve, au repos, dans une position horizontale après avoir effectué une rotation d'un angle γ d'une certaine position correspondant à l'état relaxé des deux ressorts. La masse m est d'autre part soumise à l'action d'une force verticale et harmonique : $F(t) = F_0 \cos \omega t$.

- 1- Trouver l'équation différentielle du mouvement de m .
- 2- Sachant que $\omega_0 > a/2m$, donner la solution de cette équation en précisant la partie qui correspond au régime transitoire et celle qui correspond au régime permanent.

Exercice N°03 :

Une masse m est attachée à l'extrémité A d'un ressort de constante de raideur k . L'autre extrémité B est attachée à une lame mince (fig.4). La lame subit des vibrations de type : $x_0 = A \sin \omega t$.

- 1- Etablir l'équation différentielle du mouvement de m puis trouver la solution si à $t=0$ $x(0)=0$ et $dx/dt(0)=0$.
- 2- Etudier le cas de résonance.

Exercice N°04 :

Le système de la fig.5 est constitué de deux tiges rigides et sans masse $OA=2l$ et $AB=l$ perpendiculaires entre elles, d'une masse ponctuelle solidaire de B et d'un ressort de raideur k reliant un bâti fixe et vertical OY au milieu M de la tige OA . Cette tige peut pivoter librement autour de l'axe fixe O et, à l'équilibre, elle fait un angle γ avec l'axe horizontal OX . A partir de cette position d'équilibre, on fait pivoter le système qui, relâché, effectue des petites oscillations repérées par l'angle θ .

- 1- Quelles sont les coordonnées x et y de la masse m en fonction de γ et θ ?
- 2- On supposera qu'une compression du ressort à partir de sa position d'équilibre est donnée par : $\Delta x = x_M - x_0$ ou x_0 est l'abscisse du point M à l'équilibre et x_M son abscisse à un instant t quelconque. Montrer que cette compression peut se mettre sous la forme $\Delta x = -l \theta \sin \gamma$ (spécialement pour cette question on fera l'approximation $\cos \theta \approx 1$; $\sin \theta \approx \theta$).
- 3- Quelle est l'énergie potentielle $U(\theta)$ du système ? Trouver la condition d'équilibre et donner la forme quadratique de $U(\theta)$.
- 4- Former le Lagrangien du système et en déduire l'équation qui gouverne son mouvement libre. Quelle est alors la condition pour que le système oscille et quelle est dans ce cas sa pulsation propre.
- 5- La masse m subit l'action d'une force verticale de la forme $F(t) = F_0 \cos \Omega t$ et d'une force verticale de frottement de l'air représenté par un amortisseur de coefficient de frottement a très petit. Etablir l'équation du mouvement en fonction de θ . Etudier θ_0 en fonction de Ω et en déduire la pulsation de résonance Ω_R .

Exercice N°05 :

Un circuit électrique RLC série est alimenté d'une source de tension de la forme $E(t) = E_0 \cos \omega t$. On constate que la résonance en tension V_C aux bornes de la capacité C se produit pour $\omega = \omega_0$ (pulsation propre du système). On prélève une tension maximale $V_{Cmax} = 60V$. Sachant que $R = 75 \Omega$, $L = 0.8mH$ et $E_0 = 3V$.

- 1- Calculer le facteur de qualité Q du circuit (le coefficient de surtension).
- 2- Calculer la valeur de la capacité C et la pulsation ω_0 .