

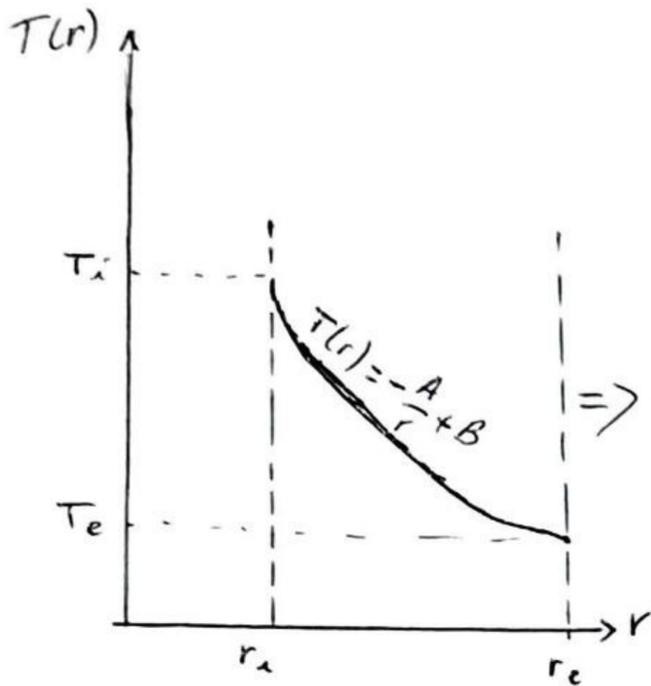
M1, Techniques de Production Industrielle, S1
Transfert de matière et de chaleur

Chap IV (suite)

La conduction unidimensionnelle
en régime permanent

3) Sphere creuse à faibles nothermes ($k = \text{cte}$)

(4)



$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad r^2 \frac{dT}{dr} = A$$

$$\frac{dT}{dr} = \frac{A}{r^2} \Rightarrow T(r) = -\frac{A}{r} + B$$

$$\begin{aligned} r = r_i & \quad T = T_i \\ r = r_e & \quad T = T_e \end{aligned}$$

$$A = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_i}}$$

$$B = T_i + \frac{1}{r_i} \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_i}}$$

$$T(r) = -\frac{T_e - T_i}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}} \cdot \frac{1}{r} + \frac{1}{r_i} \frac{T_e - T_i}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}} + T_i$$

Sous forme adimensionnelle

$$\theta = \frac{T(r) - T_i}{T_e - T_i} = \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r}}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}}$$

a) L'expression du flux de chaleur

$$\dot{Q} = -kS \frac{dT}{dr} \quad S = 4\pi r^2 \quad \dot{q} = q(r); \quad \frac{dT}{dr} = \frac{A}{r^2}$$

$$\dot{Q} = -4\pi r^2 k \frac{A}{r^2} = -4\pi k \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_i}}$$

$$\dot{Q} = 4\pi k \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}}$$

ou

$$\dot{Q} = 4\pi k r_i r_e \frac{T_i - T_e}{r_e - r_i}$$

b) L'expression de la résistance thermique

$$T_i - T_e = \frac{r_e - r_i}{4\pi k r_i r_e} \dot{Q}$$

$$\Rightarrow R_{th} = \frac{r_e - r_i}{4\pi k r_i r_e}$$

Expression de la résistance thermique dans le cas d'une géométrie sphérique.

Exercice 1

Ecrire l'équation générale de la conduction thermique et déterminer sa nouvelle forme dans les cas suivants :

a) $k = k(T)$

b) $k = k(x, y, z)$

Exercice 2

Soit une plaque d'épaisseur e dont les faces isothermes sont aux températures T_1 et T_2 . Elle est le siège d'une création d'énergie \dot{q}_s . Les propriétés thermophysiques de la plaque sont constantes. Le problème est unidimensionnel, stationnaire. Déterminer :

- 1) Le profil de température de la plaque
 - 2) La position du maximum de température
- dans les deux cas suivants

a) $\dot{q}_s = 0$

b) $\dot{q}_s = \text{constante}$

Exercice 3

Soit une sphère de rayon R , de conductivité thermique k constante. Sa température périphérique T_1 est constante. Elle est plongée dans un milieu conducteur infini de température T_∞ constante.

Déterminer la résistance thermique de la sphère.