

Master 1, Techniques de production industrielle, S1

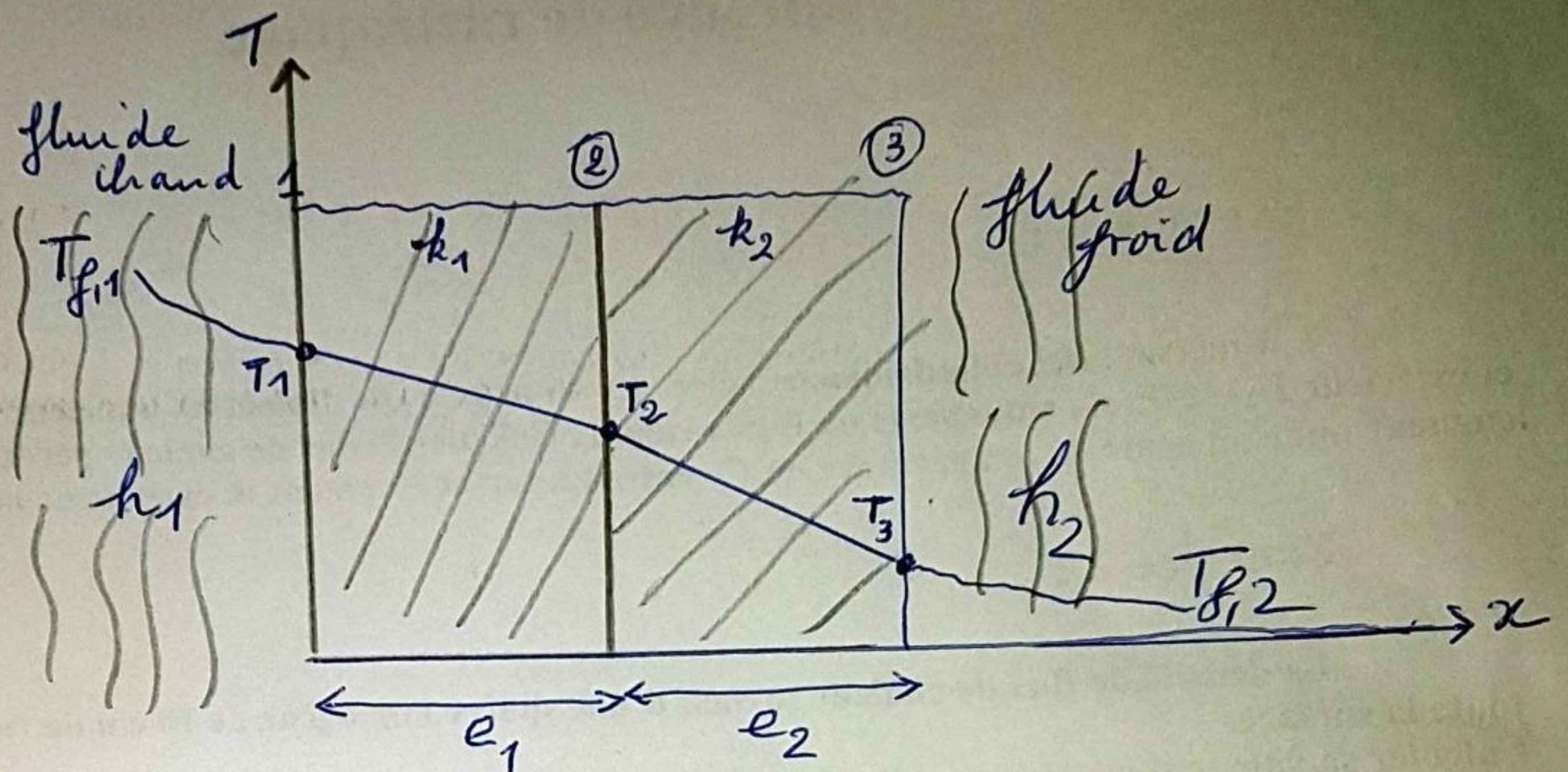
Transfert de matière et de chaleur

Complément au chapitre IV

Echange stationnaire entre deux fluides

Echange stationnaire entre deux fluides séparés par une paroi accolée

- Parois planes



Decomposition du transfert de chaleur

① Convection fluide chaud - paroi 1

$$\dot{q} = h_1 (T_{f,1} - T_1) \quad \text{①}$$

② Conduction à travers la paroi 1

$$\dot{q} = \frac{k_1}{e_1} (T_1 - T_2) \quad \text{②}$$

③ Conduction à travers la paroi 2

$$\dot{q} = \frac{k_2}{e_2} (T_2 - T_3) \quad \text{③}$$

④ Convection paroi 3 - fluide froid

$$\dot{q} = h_2 (T_3 - T_{f,2}) \quad \text{④}$$

ce qui donne

(2)

$$\frac{\dot{q}}{h_1} = T_{f,1} - T_1$$

$$\dot{q} \frac{e_1}{k_1} = T_1 - T_2$$

$$\dot{q} \frac{e_2}{k_2} = T_2 - T_3$$

$$\frac{\dot{q}}{h_2} = T_3 - T_{f,2}$$

$$\dot{q} \left(\frac{1}{h_1} + \frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} + \frac{1}{h_2} \right) = T_{f,1} - T_{f,2}$$

\Rightarrow

$$\dot{\Phi} = \dot{q} \cdot S$$

$$\frac{\dot{\Phi}}{S} \left(\frac{1}{h_1} + \frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} + \frac{1}{h_2} \right) = T_{f,1} - T_{f,2}$$

$$\dot{\Phi} \left(\frac{1}{h_1 S} + \frac{e_1}{k_1 S} + \frac{e_2}{k_2 S} + \frac{1}{h_2 S} \right) = T_{f,1} - T_{f,2}$$

$$\dot{\Phi} (R_{h_1} + R_{k_1} + R_{k_2} + R_{h_2}) = T_{f,1} - T_{f,2}$$

où $R_{h_1} = \frac{1}{h_1 S}$ est la résistance thermique convective

$R_{k_1} = \frac{e_1}{k_1 S}$ est la résistance thermique conductive

$R_{k_2} = \frac{e_2}{k_2 S}$ est la résistance thermique conductive

$R_{h_2} = \frac{1}{h_2 S}$ est la résistance thermique convective

$$\Rightarrow \dot{\Phi} = \frac{T_{f,1} - T_{f,2}}{R_{h_1} + R_{k_1} + R_{k_2} + R_{h_2}}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{R_T}$$

où R_T est la résistance totale

$$R_T = R_{h1} + R_{k1} + R_{k2} + R_{h2}$$

On définit le coefficient global de transmission (rapporté à l'unité de surface d'échange)

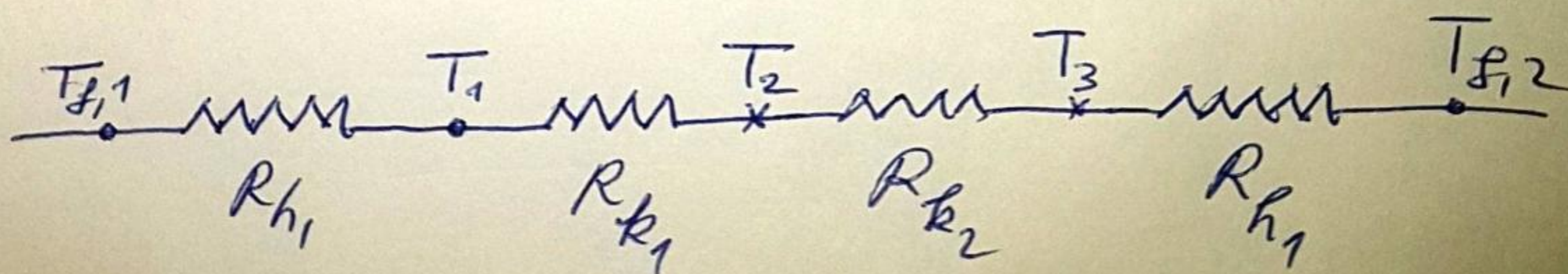
$$\frac{1}{K} = \frac{1}{h_1} + \sum_j \frac{e_j}{k_j} + \frac{1}{h_2}$$

Donc $\dot{q} = K (T_{f1} - T_{f2})$

L'unité de K étant $\frac{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}$

Une fois \dot{q} obtenu, on peut calculer les températures intermédiaires (T_1, T_2, T_3) au moyen des relations (1).....(4)

Le schéma analogique



Exercice

(4)

Le mur d'un four est composé de deux couches. La première est en brique réfractaire : épaisseur $L_1 = 0,20\text{ m}$, conductivité

$\lambda_1 = 1,38\text{ W/m}\cdot\text{C}$, la deuxième est en brique isolante :

épaisseur $L_2 = 0,10\text{ m}$, conductivité $\lambda_2 = 0,17\text{ W/m}\cdot\text{C}$.

La température à l'intérieur du four, $T_{\infty 1}$ est de

1650°C et le coefficient d'échange h_1 sur la paroi

intérieure vaut $70\text{ W/m}^2\cdot\text{C}$. La température de l'air

ambiant $T_{\infty 2}$ est de 25°C et le coefficient d'échange h_2

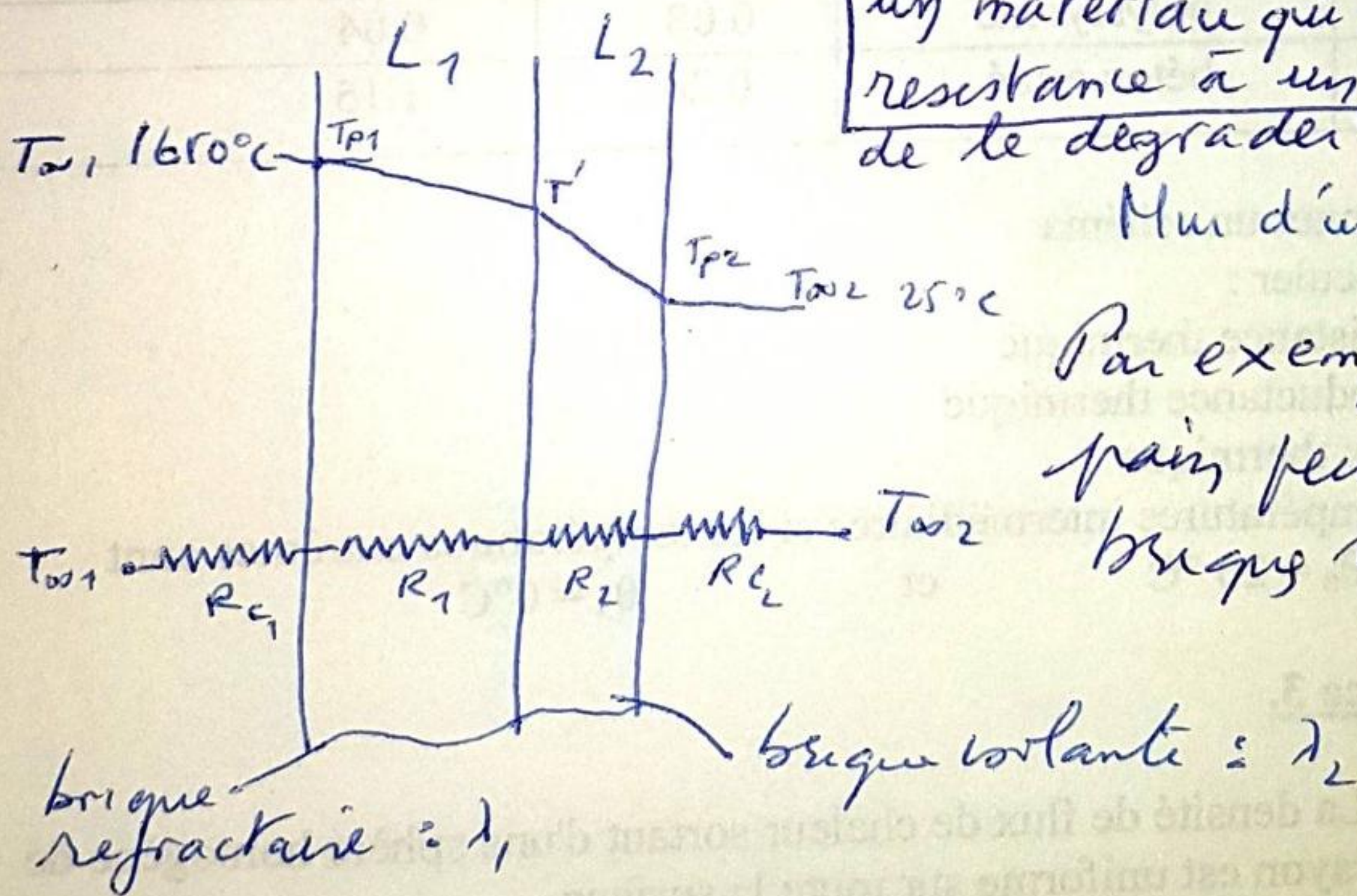
sur la paroi extérieure vaut $10\text{ W/m}^2\cdot\text{C}$.

Calculer les pertes de chaleur par m^2 de surface du mur,

les températures des faces intérieure et extérieure, celle de

l'interface des deux couches de briques et déterminer

la pente de droite $T(x)$.



Un matériau réfractaire est un matériau qui a une forte résistance à un facteur susceptible de le dégrader, le plus souvent de la chaleur.

Par exemple, un four à pain peut être fait de briques réfractaires.

Les pertes sont données par la relation

$$\phi = \frac{Q}{S} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{c1} + R_1 + R_2 + R_{c2}} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_1} + \frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2}}$$
$$\text{Soit } \phi = \frac{1650 - 25}{0,0143 + 0,1449 + 0,5882 + 0,100} = 1916\text{ Wm}^{-2}$$

On observe la faible contribution de résistance de convection à la résistance totale. Par contre la brique isolante, dont l'épaisseur est le tiers de l'épaisseur totale, représente les trois quarts de la résistance thermique totale.

La température de la paroi interne est fournie par la relation $T_{as,1} - T_{p,1} = \frac{1}{h_1} \varphi = 0,0143 \times 1916 = 27,4^\circ C$

Sont $T_{p,1} = 1622,6^\circ C \sim T_{as,1}$

Cette température est peu différente de celle du fluide interne

La température de l'interface entre les deux couches de briques est obtenue de la même façon

$$T_{p,1} - T' = \frac{L_1}{\lambda_1} \varphi \quad \text{soit } T' = 1344,6^\circ C$$

La température de la paroi externe vaut

$$T_{p,2} = T_{as,2} + \frac{1}{h_2} \varphi = 216,6^\circ C$$

Les pentes des droites $T(x)$ sont données par

$$\frac{T_{p,1} - T'}{L_1} = \frac{\varphi}{\lambda_1} = 1388^\circ C/m ; \quad \frac{T' - T_{p,2}}{L_2} = \frac{\varphi}{\lambda_2} = 11270^\circ C/m$$

Elles sont inversement proportionnelles à la conductivité du milieu. Ainsi pour la brique réfractaire, $\lambda_1 = 1,38$, la pente est environ 8 fois plus faible que pour la brique isolante ($\lambda_2 = 0,17$)