Université de M'sila
Faculté des Mathématiques et de l'Informatique
Département de d'Informatique

2020/2021
$3^{ème}$ année SI
Semestre 03

Série d'exercices N°2

Exercice 0.1.

Un joueur dispose d'un dé cubique truqué de telle sorte que la probabilité d'apparition d'un numéro est proportionnelle à ce dernier. Nous supposons que les faces sont numérotées de 1 à 6. Soit X la variable aléatoire réelle associée au lancer de ce dé.

- Déterminez la loi de X.
- Nous posons $Y = 1/X$ Déterminez la loi de Y.

Exercice 0.2. Soit X une variable aléatoire discrète prenant les valeurs 2, 4, 6 et 8. Déterminez la loi de probabilité de X sachant que :

- $p(X < 6) = 1/3$,
- $p(X > 6) = 1/2$,
- $(X = 2) = p(X = 4)$

Exercice 0.3. Soit $a \in IR$ et X une variable aléatoire réelle à valeurs dans IN, telle que :

$$\forall k \in IN, \quad p(X = k) = a/(2^k k!)$$

Déterminer a.

Exercice 0.4. L'oral d'un concours comporte au total 100 sujets; les candidats tirent au sort trois sujets et choisissent alors le sujet traité parmi ces trois sujets. Un candidat se présente en ayant révisé 60 sujets sur les 100.

- Quelle est la probabilité pour que le candidat ait révisé:
  - les trois sujets tirés;
  - exactement un sujet sur les trois sujets;
  - exactement deux sujets sur les trois sujets;
  - aucun des trois sujets.
- Définir une variable aléatoire associée à ce probl et donner sa loi de probabilité, son espérance

---

Exercice 0.5. Une partie consiste à lancer trois fois une pièce de monnaie bien équilibré. Un résultat possible est un triplet, par exemple : (pile, face, pile) que l'on peut noter PFP. Un joueur fait une partie. Pour chaque face , il gagne 100 dinars et pour chaque pile il perd 20 dinars. On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque triplet, associe la somme gagnée ou perdue.

- Quel est l'ensemble fondamental pour cette expérience.
- Quelles sont les valeurs que peut prendre X.
- Etablir la loi de probabilité de X.
- Calculer la probabilité, notés $p(X \leq 1)$.
- Tracer la courbe représentant la fonction de répartition de X.

Expence aloire - nement

- On appelle **Expérience aléatoire** toute expérience dont le résultat est déterminé seulement par le hasard.
- L'ensemble des résultats possibles d'une expérience aléatoire est appelé univers. On le notera Ω.
- $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ s'appelle un espace probabilisable (fini).
- Toute partie de Ω est appelé événement.
- Un événement comprenant un seul élément s'appelle événement élémentaire.
- L'ensemble vide est appelé événement impossible.
- L'événement " A ou B " est A (A est réalisé ou B est réalisé).
- l'événement " A et B " est $A \cup B$ (A est réalisé et B est réalisé).
- l'événement contraire de A est le complémentaire de A dans Ω , not.
- A et B sont dits incompatibles si $A \cap B = \phi$.
- On appelle système complet d'événements de Ω toute famille finie d'événements $(A_{nn}$ vérifiant :

$$\bullet\ \forall i \neq j, A_i \cap A_j = \phi, \qquad \bullet\ \cup_i A_i = \Omega$$

Espace probabilisé fini

On appelle probabilité sur l'univers Ω toute application $p : \mathcal{P}(\Omega) \to [0, 1]$ vérifiant

$$\bullet\ p(\Omega) = 1, \qquad \bullet\ \forall A \cap B = \phi\ disjoints) p(A) = p(A) + p(B)$$

Le couple (Ω, p) s'appelle alors un espace probabilisé fini.

Probabilités conditionnelles

A et B deux nements aloires tels que $p(B) \neq 0$. On appelle probabilité conditionnelle de A sachant B le réel

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \tag{1}$$

Formule des probabilités totales

$(A_k)_{k \in K}$ un syst complet d'événements aléatoires dans Ω

$$P(A) = \sum_{k \in K} P(A/A_k) P(A_k). \tag{2}$$

Formule de Bayes pour n événements

$(A_k)_{k \in K}$ un syst complet d'évments aléatoires dans Ω, si on a pour tout $k \in K$, $P(A_k) > 0$ alors on peut ecrire tout événement A de probabilité $P(A) > 0$:

$$P(A_k/A) = \frac{P(A/A_k) P(A_k)}{\sum\limits_{i \in K} P(A/A_i) P(A_i)} \tag{3}$$