- **التمرين الأول**

- ما هو الفرق بين المعلمة والإحصائية؟
- ما هو الفرق بين الخطأ المعياري والإنحراف المعياري؟
- هل يمكن أن يكون الانحراف المعياري لمتوسط أو نسبة العينة في حالة المعاينة النفادية هو نفسه في حالة المعاينة غير النفادية؟ علل.

- **حل التمرين الأول**

- المعلمة هي خاصية وصفية مثل الوسط الحسابي و الانحراف المعياري لمجتمع ما، أما الإحصائية فهي خاصية وصفية لعينة، وفي الاستدلال الإحصائي فإننا نقوم بالاستدلال عن المعالم في المجتمع من خلال الإحصائيات المناظرة لها في العينة.
- الخطأ المعياري هو الانحراف المعياري لقيم الإحصاءة الممكنة في كل العينات العشوائية الممكنة التي من نفس الحجم.
- في حالة المجتمعات الكبيرة أو غير المحدودة أو عندما يكون معدل الاستقصاء أقل من 0.05 أي($n/N < 0.05$)، فإنه يتم إهمال معامل الإرجاع ($\frac{N-n}{N-1}$) في علاقة التباين عندما تكون المعاينة غير نفادية ( السحب مع الإرجاع) وتكون قيمة الانحراف المعياري مطابقة لحالة المعاينة النفادية ( السحب بدون إرجاع). أي: $\sigma_{\overline{X}}=\sigma/\sqrt{n}$.

- **التمرين الثاني**

مصنع ينتج كراسي ترتكز على قاعدة دائرية، اعتمادا على التجارب السابقة فإن مفتش الرقابة على العملية الإنتاجية مقتنع بما يلي:

- متوسط قطر القاعدة الدائرية هو 5 سم.
- الانحراف المعياري لها 0.005 سم.
- توزيع العملية الإنتاجية هو التوزيع الطبيعي.

يهتم الفاحص بالمحافظة على متوسط قطر العملية الإنتاجية عند 5 سم، ولتحقيق ذلك تسحب عينات عشوائية بصفة دورية، حجم كل منها 9 كراسي وذلك في محاولة لاكتشاف الانحرافات عن الطبيعية المشار إليها $\overline{X}$.

أ - حدد توزيع المعاينة لـ $\overline{X}$.

ب - بفرض أن الفاحص سحب عينة عشوائية من 9 كراسي وقيست أقطارها ووجد أن: $\overline{X} = 5.004$سم.

- ما هي إمكانية ( احتمال ) أن متوسط القطر في تلك العينة العشوائية سيكون على الأقل 5.004 سم؟

ج - ما هو حجم العينة التي يجب سحبها لتحقيق خطأ معياري لمتوسط العينة يساوي 0.001؟

د - في الجزء (ج)، لماذا يفضل الفاحص أن يكون الخطأ المعياري لمتوسط العينة يساوي 0.001 على أن يكون الخطأ المعياري كما حصلت عليه في الجزء (أ).

- **حل التمرين الثاني**

أ- المجتمع له توزيع طبيعي ذو متوسط 5 سم وانحراف معياري 0.005 سم .

فمن نظريات توزيع المعاينة يكون توزيع المعاينة أيضا طبيعي ويكون:

متوسط العينة أيضا 5 سم، أي أن:

$$\overline{X}=\mu_{\overline{X}}=\mu = 5$$

والانحراف المعياري لها يحسب وفق ما يلي:

$$\sigma_{\overline{X}} = \sigma/\sqrt{n} = 0.005/\sqrt{9} = 0.001667$$

$$X \sim N(5,0.005) \quad \Rightarrow \quad \overline{X} \sim N(5,0.001667)$$

**ب-** احتمال أن يكون متوسط القطر في تلك العينة على 5.004 على الأقل:

$$P(\overline{X} \geq 5.004) = P(Z \geq (5.004-5)/0.001667) = P(Z \geq 2.4) =$$

$$= 0.5 - 0.4918 = 0.0082.$$

ج-تحديد حجم العينة المطلوب لتحقيق خطأ معياري لمتوسط العينة يساوي 0.001:

$$\sigma_{\overline{X}}^2 = \sigma^2/n \Rightarrow n = \sigma^2/\sigma_{\overline{X}}^2 = 0.005^2/0.001^2 = 25$$

د- الخطأ المعياري 0.001 هو أصغر من 0.001667، وهو الخطأ المعياري الموجود في (أ). فإذا كان الخطأ المعياري هو 0.001 فإن الاستنتاج اعتمادا على $\overline{X}$ يكون أكثر موثوقية، فمثلا يمكن إعادة العمل في الجزء (ب) باستخدام 0.001 نجد أن احتمال أن يكون متوسط العينة العشوائية من العملية الإنتاجية الطبيعية يكون أكبر من 5.004 هو:

$$P(\overline{X} \geq 5.004) = P(Z \geq (5.004-5)/0.001) = P(Z \geq 4) \simeq 0$$

فهو احتمال يؤول إلى الصفر، وأقل بكثير عن الذي حصلنا عليه من قبل، وبالتالي فإن القرار بأن متوسط العملية الإنتاجية قد انحرف عن المعالم المحددة لها أصبح الآن أكثر قناعة.

- **التمرين الثالث**

سجلت إدارة كلية العلوم الاقتصادية بجامعة المسيلة 1000 طالبا في السنة الثانية، وبناء على نتائج السنوات السابقة تبين أن معدلات الطلبة في مادة الإحصاء 3 تتبع التوزيع الطبيعي واقترحت الإدارة أن تكون نسبة الطلبة المتحصلين على المعدل في مادة الإحصاء 60%.

**أولا:** إذا تم اختيار فوج من قسم علوم التسيير مكون من 30 طالبا.

-فما هو توزيع المعاينة للنسبة في هذا الفوج؟

-ما هو احتمال أن لا تقل نسبة طلبة هذا الفوج المتحصلين على المعدل في هذه المادة على 70 %؟

**ثانيا:** إذا علمت أن إدارة قسم علوم التسيير والتي يبلغ عدد الطلبة فيها من نفس السنة 300 طالبا تقترح نفس النسبة ( 60%)، وباعتبار هؤلاء الطلبة يمثلون مجتمعا جديدا.

-أجب على نفس الأسئلة السابقة.

-ما هو تعليقك على النتائج؟

- **حل التمرين الثالث**

**أولا:**

-المجتمع له توزيع طبيعي ونسبته هي 0.6. ومنه:

توزيع المعاينة للنسبة أيضا لها توزيع طبيعي، ولها نفس النسبة أي أن:

لدينا: $\mu_{p'}=p = 0.6$ (متوسط العينة للنسبة)

أما الانحراف المعياري وبعد حساب معدل الاستقصاء أي:

$$n/N = 30/1000 = 0.03 < 0.05$$

فإن قيمته تكون كما يلي: $\sigma_{p'}= \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{30}} = 0.0894.$

-احتمال أن لا تقل النسبة في هذا الفوج على 70 %:

أي حساب: $P(p' \geq 0.7) = ?$

وبالاعتماد على نظريات توزيع المعاينة يكون لدينا:

$$P(p' \geq 0.8) = p\left(\mathcal{Z} \geq \frac{p'-p}{\sigma_{p'}}\right)$$

$$= p\left(\mathcal{Z} \geq \frac{0.7-0.6}{0.0894}\right) = p(\mathcal{Z} \geq 1.06)$$

$$P(p' > 0.8) = P(\mathcal{Z} > 1.06) \Rightarrow \mathcal{Z} = 0.5 - P(0 < \mathcal{Z} < 1.06)$$

$$= 0.5 - 0.3554 = 0.1446$$

**ثانيا:**

حسب نظرية توزيع المعاينة فإن نسبة توزيع المعاينة تبقى ثابتة وهي: 0.6 أي $P'$( 0.6 =).

وبما أن معدل الاستقصاء يساوي 0.1 حيث :

$$n/N = 30/300 = 0.1 > 0.05$$

فإنه لا يتم إهمال معامل الإرجاع وتكون قيمة الانحراف المعياري هي:

$$\sigma_{p'}= \sqrt{\frac{pq}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{30}}\sqrt{\frac{300-30}{300-1}} = 0.0849.$$

$$P(p' \geq 0.8) = p\left( \geq \frac{p'-p}{\sigma_{p'}}\right)$$

$$= p\left(\mathcal{Z} \geq \frac{0.7-0.6}{0.0849}\right) = p\left(\mathcal{Z} \geq 1.17\right)$$

$$P\left(p' > 0.8\right) = P\left(\mathcal{Z} > 1.17\right) \Rightarrow \mathcal{Z} = 0.5 - P\left(0 < \mathcal{Z} < 1.17\right)$$

$$= 0.5 - 0.3790 = 0.121$$

نلاحظ أنه بعد تقليص المجتمع من الكلية إلى القسم فقد انخفضت قيمة الانحراف المعياري نتيجة اعتماد معامل الإرجاع مما أدى لانخفاض احتمال أن لا تقل نسبة الفوج على 70% بقيمة قدرها 0.0236.

- **التمرين الرابع**

إذا كانت نسبة النجاح لطلبة السنة أولى في كلية العلوم الاقتصادية هي 85 %، وكانت نسبة النجاح في كلية العلوم الإنسانية هي 80 %، وتم سحب عينة عشوائية حجمها 100 طالب من كلية العلوم الاقتصادية وعينة أخرى حجمها 90 طالبا من كلية العلوم الإنسانية.

-أوجد احتمال أن تزيد نسبة النجاح في كلية العلوم الاقتصادية عن نسبة النجاح في كلية العلوم الإنسانية بمقدار 10 % على الأكثر.

- **حل التمرين الرابع**

$P_1 = 0.85, n_1 = 100. P_2 = 0.80, n_2 = 90.$

المطلوب حساب: $?P(p_1' - p_2' \leq 0.1) =$

بما أن حجم كل من العينتين أكبر من 30 فإنه يمكن الاستناد إلى نظرية النهاية المركزية وحساب الاحتمال كما يلي:

$$P(p_1' - p_2' \leq 0.1) = P\left( \frac{(p1'-p2')-(p1-p2)}{\sqrt{\frac{p1(1-p1)}{n1} + \frac{p2(1-p2)}{n2}}} \leq \frac{0.1-(0.85-0.80)}{\sqrt{\frac{0.85(1-0.85)}{100} + \frac{0.80(1-0.80)}{90}}}\right) =$$

$$= P\left(\mathcal{Z} \leq \frac{0.05}{0.0552}\right) = P\left(\mathcal{Z} \leq 0.90\right) = 0.5 + P\left(0 \leq \mathcal{Z} \leq 0.90\right)$$

$$= 0.5 + 0.3159 = 0.8159.$$