Ondes dans les plasmas

Introduction

- Dans le vide, seules les ondes électromagnétiques peuvent se propager
- Dans un plasma, les particules chargées modifient les ondes électromagnétiques
- Les particules du plasma permettent également d'autres types d'ondes de type électrostatiques: par exemple les oscillations à ω_p vues dans le 1er cours
- Ces différentes ondes peuvent être augmentées par les champs magnétiques externes
- La formulation fluide permet d'étudier les propriétés de ces différents types d'onde

- Toute onde dans un fluide peut être décomposée en une superposition d'ondes sinusoidales: analyse de Fourier
- Ces ondes possédent une fréquence, ω, et une longueur d'onde, λ propres
- Lorsque l'amplitude des oscillations de l'onde est faible, il n'y a en général qu'une seule composante sinusoidale
- Toute quantité qui oscille de manière sinousoidale peut être représentée par

$$n = \bar{n} exp[i(\mathbf{k}.\mathbf{r} - \omega t)]$$

ω est la pulsation, **k** le nombre d'onde, et $\bar{n}$ est une constante

- Vitesse de phase: vitesse à laquelle se propage une surface de phase constante

$$\phi = \omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r} = cste$$

$$\frac{d\phi}{dt} = 0 \longrightarrow v_\phi = \frac{dr}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

- La vitesse de phase peut être supérieure à la vitesse de la lumière
- Ceci ne contredit pas la relativité restrainte car une onde d'amplitude constante ne transporte pas d'information

On peut caractériser le milieu par son "indice de réfraction" :

$$n = \frac{c}{v_\varphi} = \frac{kc}{\omega}$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide.

on traite la propagation d'ondes dans le vide. Il faut satisfaire les équations de Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{D} = 0$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{B} = 0$$

Sachant que $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ et $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

- Une onde doit être modulée pour transporter de l'information.
- La vitesse de groupe correspond à la vitesse de propagation de la modulation d'une onde
- Considérons une onde modulée constituée de deux ondes

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 cos[(k + \delta k)x - (\omega + \delta\omega)t] \\ E_2 &= E_0 cos[(k - \delta k)x - (\omega - \delta\omega)t] \end{aligned}$$

- En utilisant $cos(a+b) = cosacosb - sinasinb$ on obtient

$$E_1 + E_2 = 2E_0 cos[(\delta k)x - (\delta w)t]cos(kx - \omega t)$$

- Contrairement à la vitesse de phase, v_ϕ, la vitesse de groupe, v_g ne peut pas excéder la vitesse de la lumière
  - Nous avons une onde sinusoidale modulée dont l'enveloppe est donnée par $cos[(\delta k)x - (\delta w)t]$
  - La vitesse à laquelle l'enveloppe se déplace s'obtient en posant

$$(\delta k)x - (\delta \omega)t = cste \rightarrow \frac{d\phi}{dt} = 0 \rightarrow v_g = \frac{dx}{dt} = \frac{\delta\omega}{\delta k} \equiv \frac{d\omega}{dk}$$

Propagation dans un plasma

Propagation d'une onde plane électromagnétique dans un plasma dilué

Plasma dilué

Nous intéressons ici aux plasmas dilués de très faible densité. Notre critère est le suivant : la densité ionique est suffisamment petite pour que les interactions entre particules chargées puissent être négligées au regard des forces subies par ces particules du fait de l'immersion dans une onde électromagnétique

Conduction électrique dans un plasma dilué

Dans l'hypothèse d'un champ électrique fonction sinusoïdale du temps, nous lui associons un champ électrique complexe $\underline{\vec{E}}$ et il se produit, en réponse à ce champ, une conduction électrique dont la densité de courant complexe est telle que : $-e\underline{\vec{E}} = -\frac{m}{n_0 e} i\omega \underline{\vec{j}}$.

$\underline{\vec{j}}$ et $\underline{\vec{E}}$ sont proportionnels et le coefficient de proportionnalité, imaginaire pur, est homogène à une conductivité. Nous le noterons $\underline{\gamma}$:

$$\underline{\vec{j}} = \underline{\gamma}\underline{\vec{E}} \qquad \text{avec} \qquad \underline{\gamma} = -i\frac{n_0 e^2}{m\omega}$$

Plasma dilué thermalité Nous considérons des plasmas à l'équilibre thermique, pour lesquels les énergies moyennes par particules sont les mêmes pour toutes les particules : $\frac{3}{2}kT$

Propagation d'une onde plane électromagnétique dans un plasma dilué

Equation de propagation du champ électique : Nous avons établi l'équation de propagation des champs

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0}\overrightarrow{\text{grad}}\,\rho + \mu_0\frac{\partial\vec{j}}{\partial t}$$

Dans un plasma neutre $(\rho = 0)$, cette équation s'écrit:

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial\vec{j}}{\partial t} = \frac{1}{c^2}\frac{n_0 e^2}{m\varepsilon_0}\vec{E}$$

Nous cherchons des solutions particulières en forme d'onde plane harmonique de pulsation ω que nous noterons :

$$\vec{E} = \text{Re}\left(\underline{\vec{E}_0}(\xi)\,e^{i\omega t}\right)$$

On obtient :

$$\frac{d^2\underline{\vec{E}_0}(\xi)}{d\xi^2} + \frac{1}{c^2}\left(\omega^2 - \frac{n_0 e^2}{m\varepsilon_0}\right)\underline{\vec{E}_0}(\xi) = 0$$

Nous définissons la pulsation plasma par la relation

$$\boxed{\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m\varepsilon_0}}}$$

Ondes planes progressives $\omega > \omega_p$, vitesse de phase
Pour des pulsations supérieures à la pulsation plasma, nous pouvons définir une ondulation k telle que:

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$$

L'équation de propagation s'écrit alors $\frac{d^2\underline{\vec{E}_0}(\xi)}{d\xi^2} + k^2\underline{\vec{E}_0}(\xi) = 0$ et la solution générale en onde plane harmonique peut alors s'écrire comme la somme d'une onde plane progressive dans le sens ξ croissant et d'une onde plane progressive dans le sens ξ décroissant.

$$\vec{E}(\xi, t) = \text{Re}\left(\underline{\vec{E}_{0+}}\,e^{i(\omega t - k\xi)} + \underline{\vec{E}_{0-}}\,e^{i(\omega t + k\xi)}\right)$$

Applications des plasmas :

Le principal avantage de la projection par plasma est donc la possibilité de pouvoir projeter des matériaux très réfractaires et d’obtenir des dépôts très durs comme avec la céramique, destinés à la protection contre l’usure ou la corrosion et à la protection thermique.
Les secteurs d’applications sont variés. On retrouve la projection plasma dans les domaines de l’aéronautique (civil ou militaire), de l’aérospatiale, de l’énergie (pile à combustible, pétrochimie), des mines, de l’impression et de la pâte à papier, de l’industrie du verre, de l’automobile, dans le secteur médical et dans la protection des chocs thermiques comme les barrières diélectriques.