

Revue des Approches de Modélisation et de Commande des Convertisseurs de Puissance

Sommaire

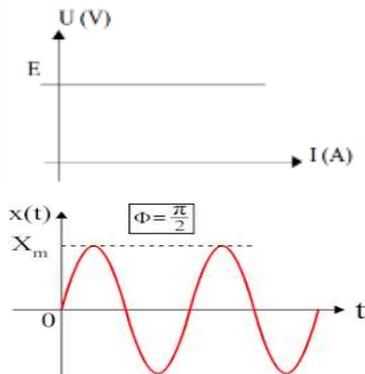
- 1. Introduction: Revue des Systèmes de traitement de puissance**
- 2. Les convertisseur DC-DC à Commutation**
- 3. Régulation DC-DC**
- 4. Modélisation Dynamique des convertisseurs de puissance à commutation**
 - Modèle instantané**
 - Modèle Moyen**
 - Modèle linéaire faibles signaux**

1. Revue des Systèmes de traitement de puissance

❑ Objectifs

Sources

- Réseau
- Batteries
- Piles à Combustible
- Panneaux Solaires
- Eolienne
- Alimentation Stabilisée
- Autres

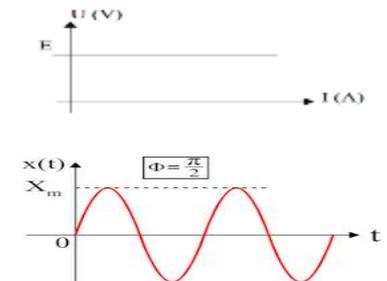


Processeur de puissance

Transmission de puissance avec un rendement élevée

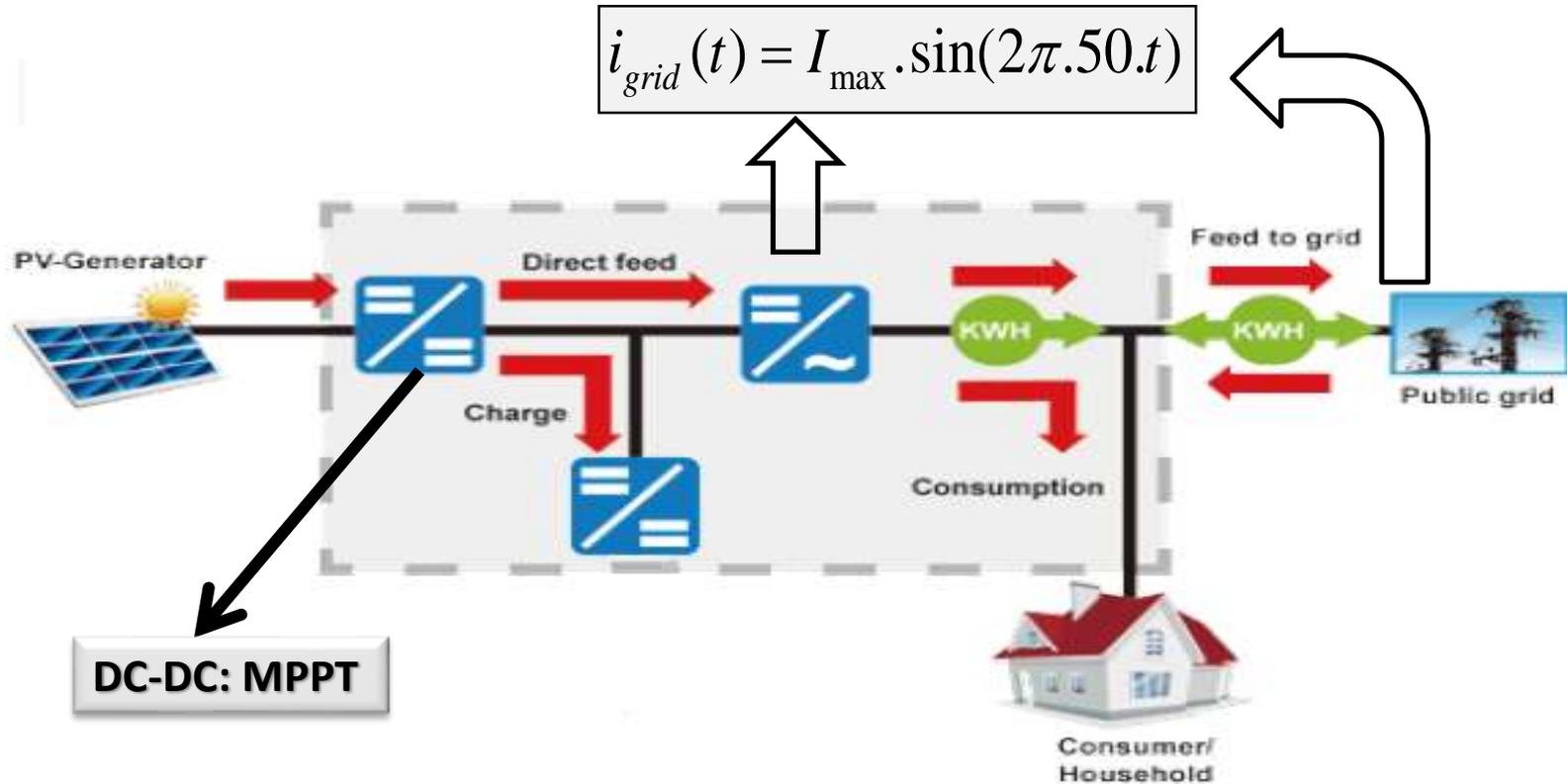
Charges

- Charges linéaires
- Réseau
- Réseau
- Batteries
- Charges nonlinéaire (laser....)
- Autres



1. Revue des Systèmes de traitement de puissance

❑ Exemple 1: Système Photovoltaïque Connecté au Réseau

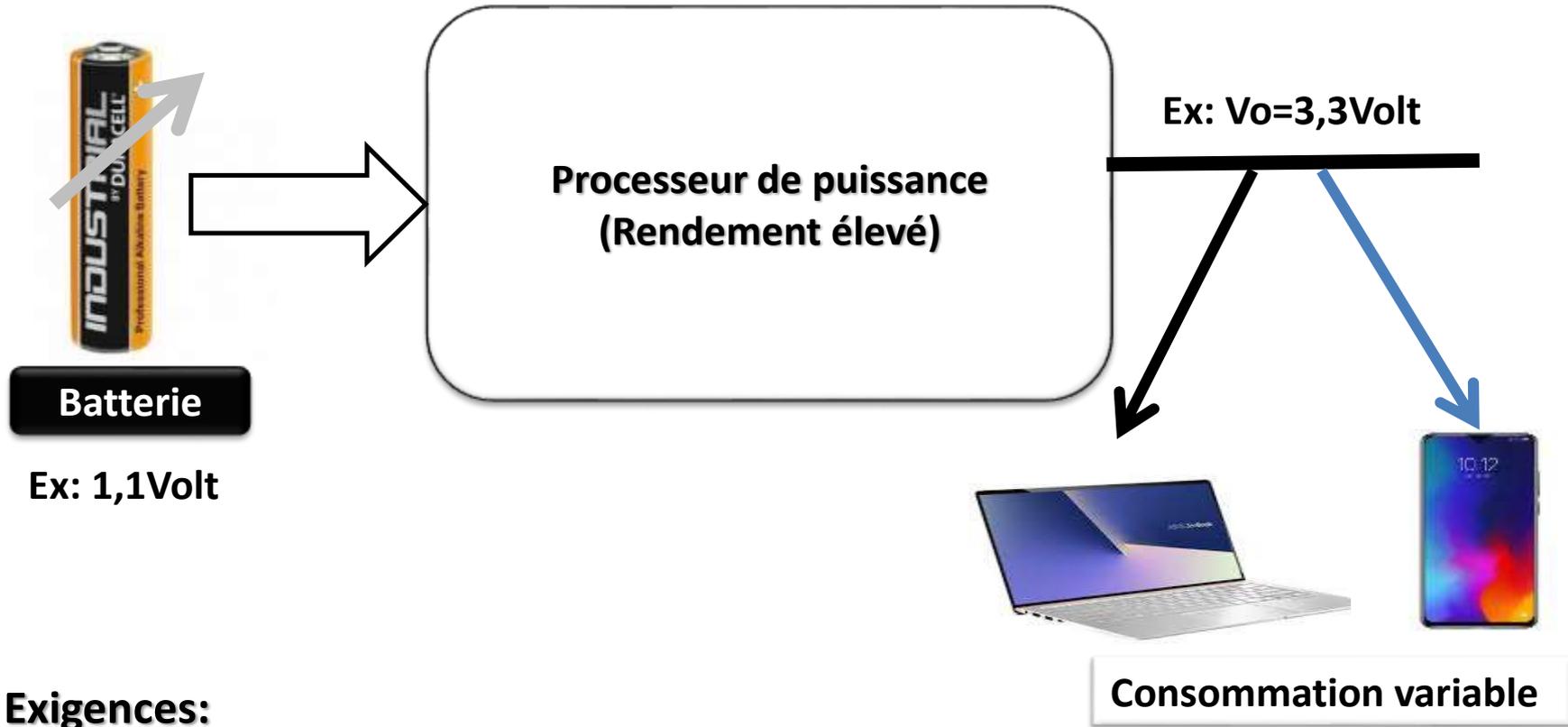


❑ Exigences:

- Conversion DC/AC du courant (avec $FP=1$)
- Fonctionnement en MPPT du coté DC

1. Revue des Systèmes de traitement de puissance

❑ Exemple 2: Alimentation d'une charge autonome

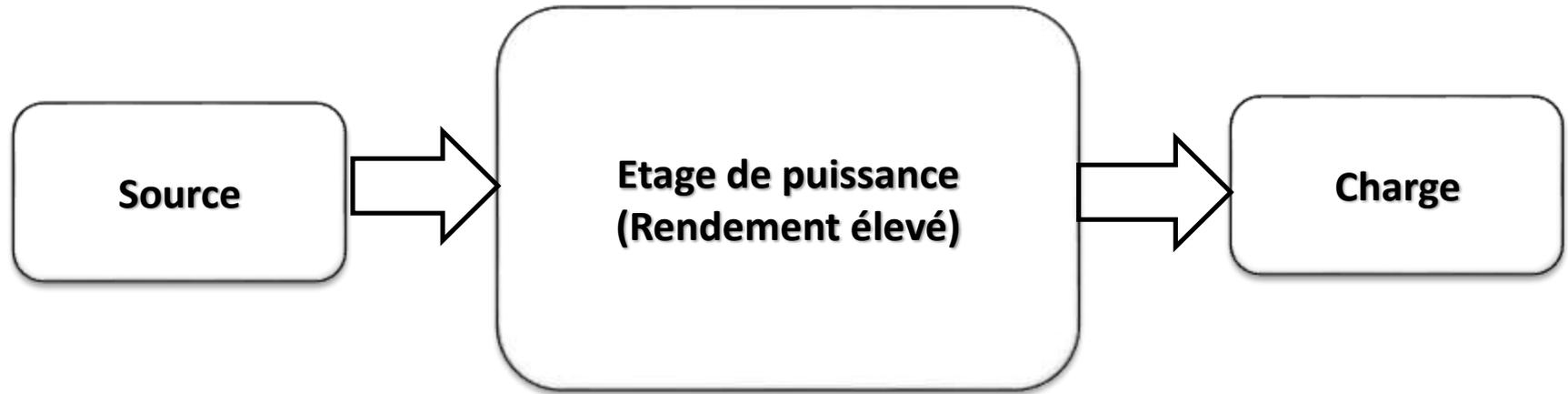


❑ Exigences:

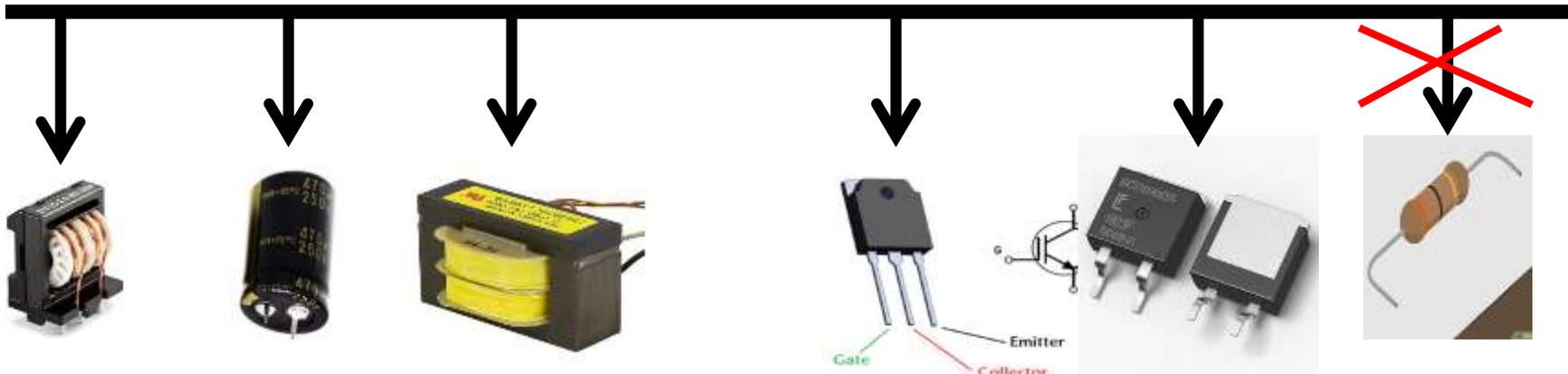
- Booster la tension de sortie (1,1V \longrightarrow 3,3V)
- Réguler la tension de sortie (garder la tension constante quelque soit les perturbations: variation de la tension d'entrée ou la variation de la charge)

1. Revue des Systèmes de traitement de puissance

❑ Éléments de l'étage de puissance

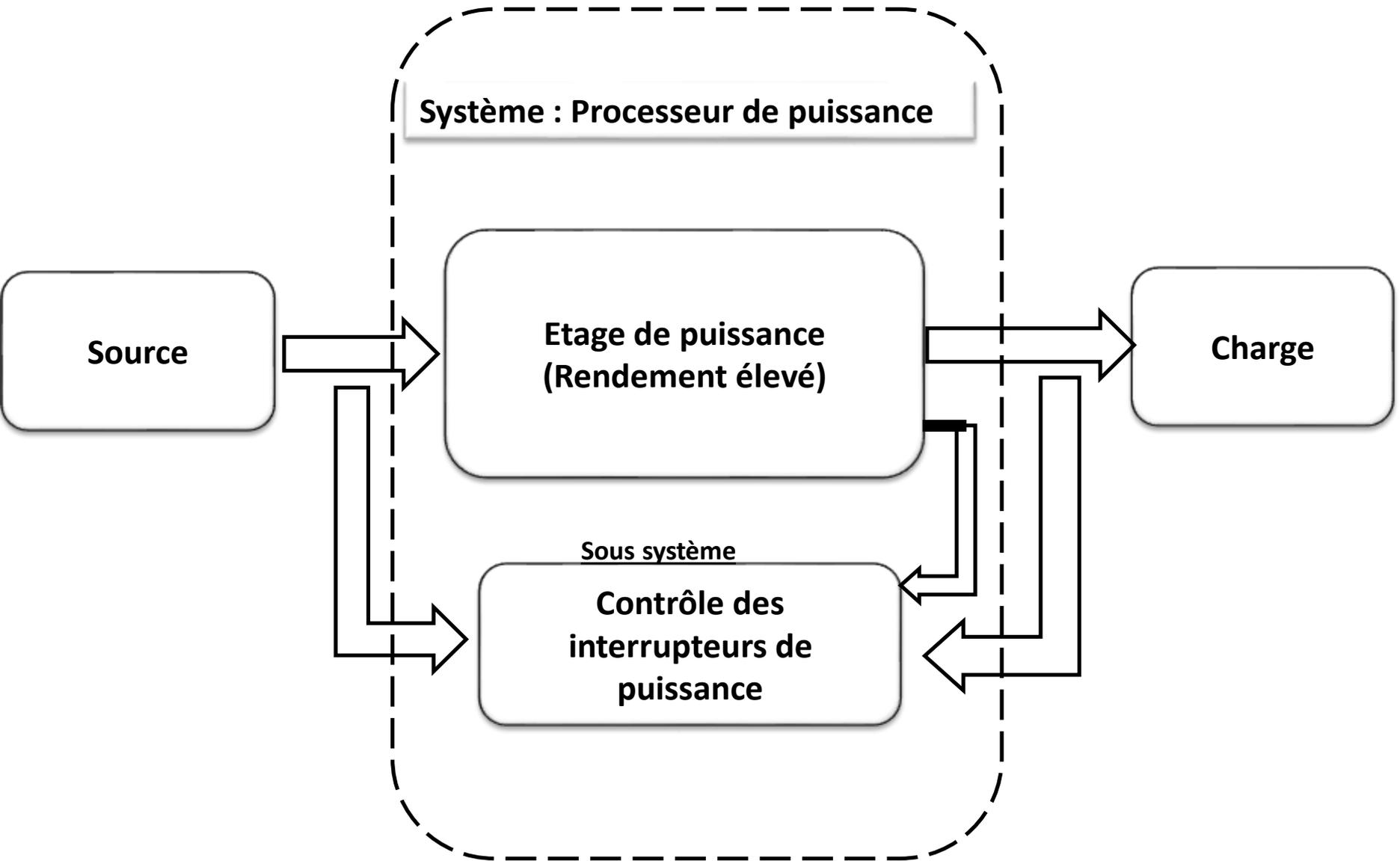


Rendement élevé: Utilisation des éléments passifs et interrupteurs de puissance



1. Revue des Systèmes de traitement de puissance

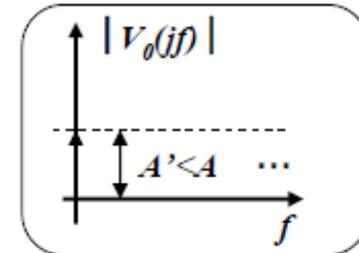
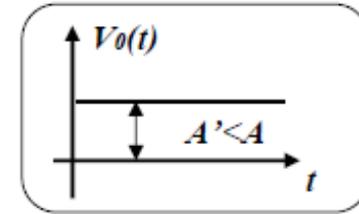
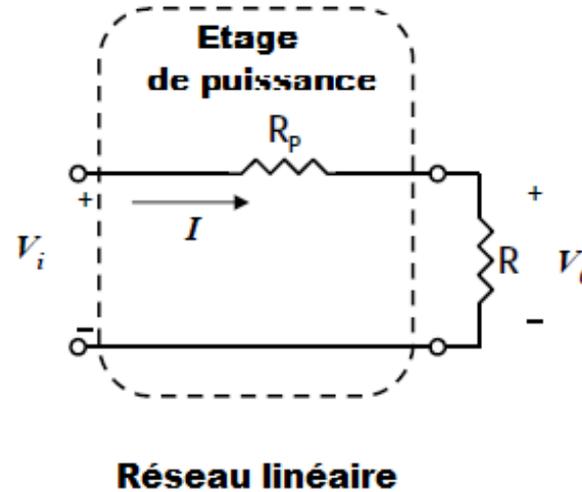
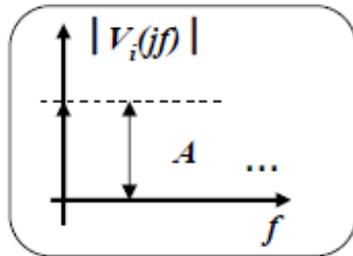
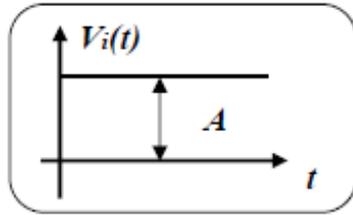
❑ Structure générale



1. Revue des Systèmes de traitement de puissance

▣ Etude de cas: Convertisseur DC-DC par un pond diviseur

• Topologie



➤ Relation Entrée/Sortie:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{R_p + R}$$

➤ Rendement:

$$\eta = \frac{V_o I}{V_i I} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{R_p + R} < 1$$

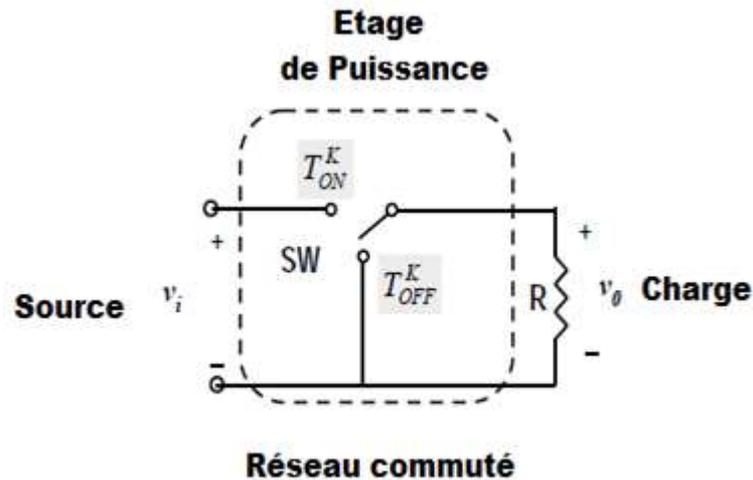
1. Relation entrée-sortie dépend de la charge

2. Rendement faible

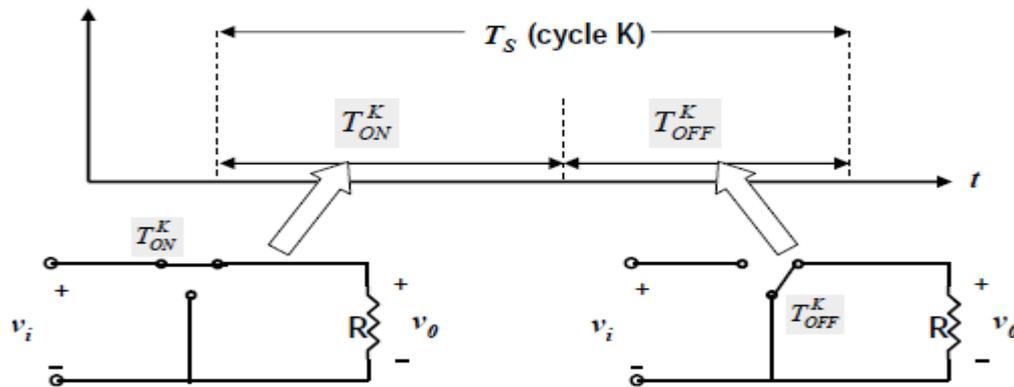
3. Distribution des harmoniques préservée

2. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Convertisseur DC-DC: Diviseur de tension à haut rendement (Convertisseur Buck)



1. La fréquence de commutation est fixe
2. T_{ON}^k et T_{OFF}^k : intervalle de temps pendant le cycle k
3. Le switch demeure dans chaque état le temps correspondant



Relations de Base

1. Fréquence fixe

$$T_{ON}^k + T_{OFF}^k = T_{SW} \quad \forall k$$

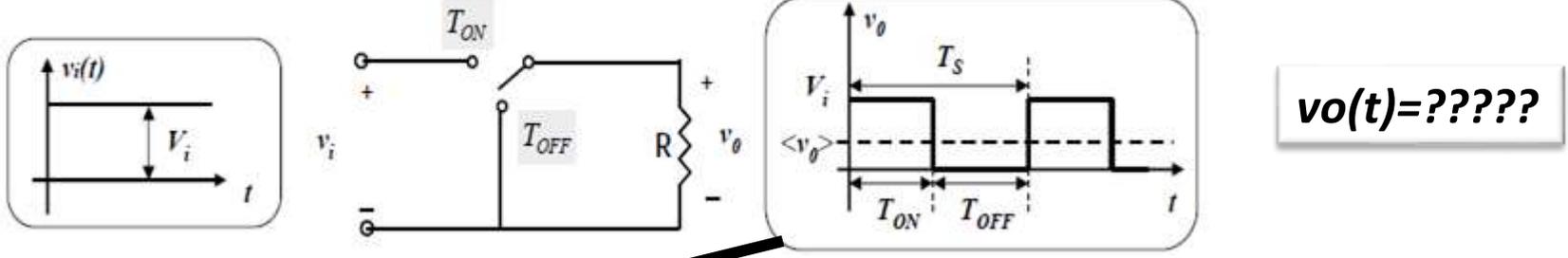
2. Rapport cyclique

$$D_k = \frac{T_{ON}^k}{T_{SW}}$$

2. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

❑ Convertisseur DC-DC: régime permanent (Convertisseur Buck)

❖ en régime permanent → $T_{ON}^k = Cte = T_{ON}$, $T_{OFF}^k = Cte = T_{OFF}$



$u(t)$ = Echelon unitaire

$$v_o(t) = V_i \sum_{k=1}^{\infty} u(t - kT_s) - u(t - kT_s - T_{on})$$

Signal périodique → Série de Fourier

$$v_o(t) = \frac{1}{T_s} \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} v_o(\tau) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V_i}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi T_{ON}}{T_s}\right) \cos\left(2\pi f_s \left(t - \frac{T_{ON}}{2}\right)\right)$$

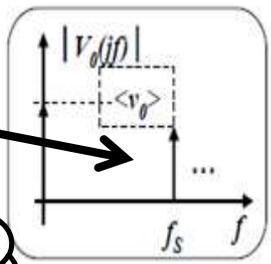
Composante DC de $v_o(t)$ = Valeur moyenne

Les harmoniques $f_s, 2f_s$

$$\langle v_o(t) \rangle = \frac{1}{T_s} \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} v_o(\tau) d\tau = \frac{T_{on}}{T_s} V_i = DV_i$$

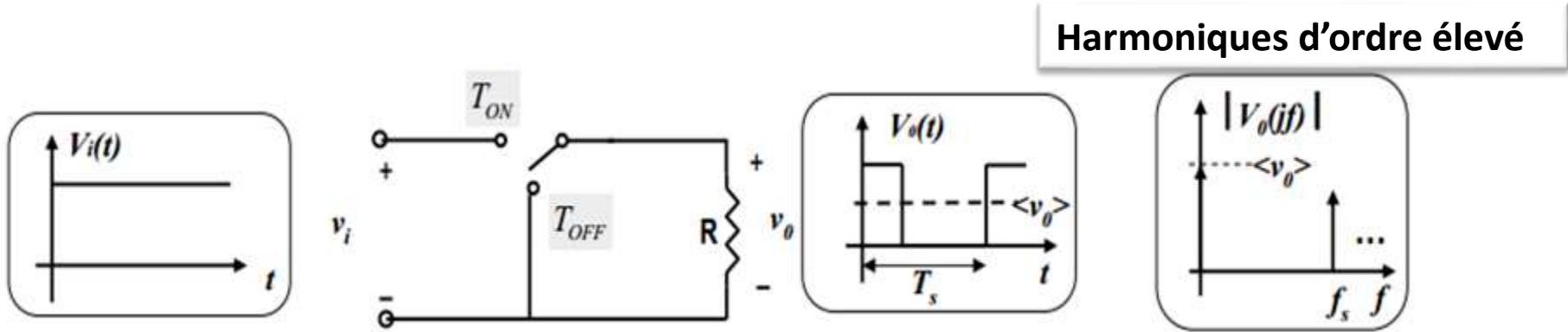
- Rendement 100%
- Entrée-sortie indépendante de la charge

harmonique



2. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

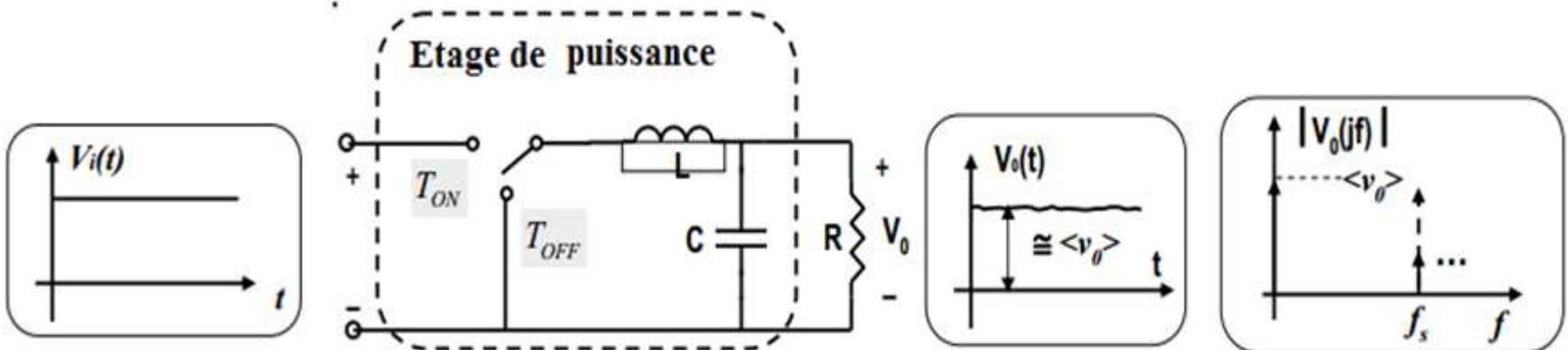
❑ Convertisseur DC-DC (Buck): Conception du filtre



- ❖ En régime permanent, les harmoniques peuvent être réduits par un filtre passe bas (sans perte)

Filtre du second ordre (sans perte)

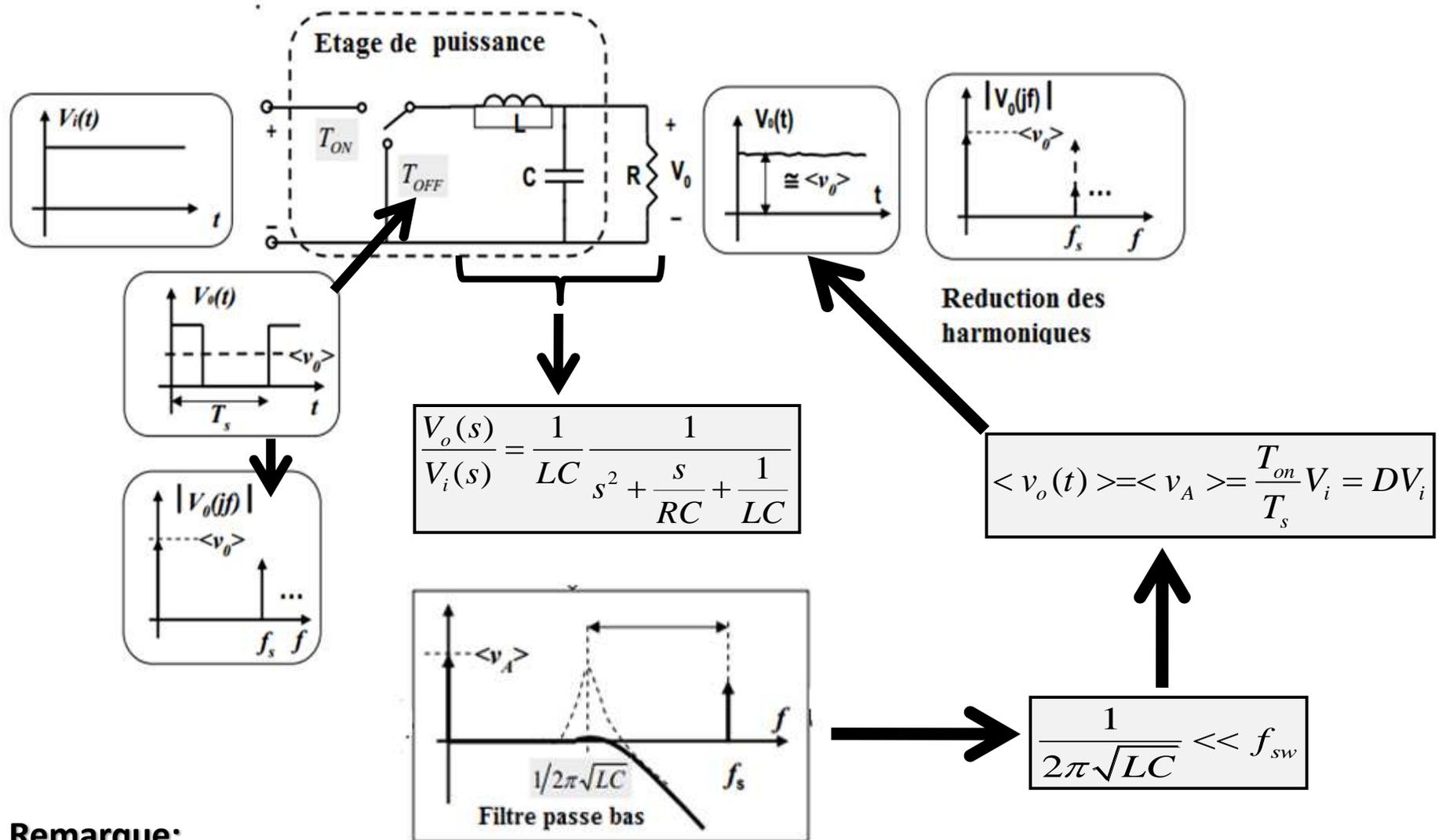
Filtre LC



Reduction des harmoniques

2. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

❑ Convertisseur DC-DC (Buck): Régime permanent, Elimination des harmoniques

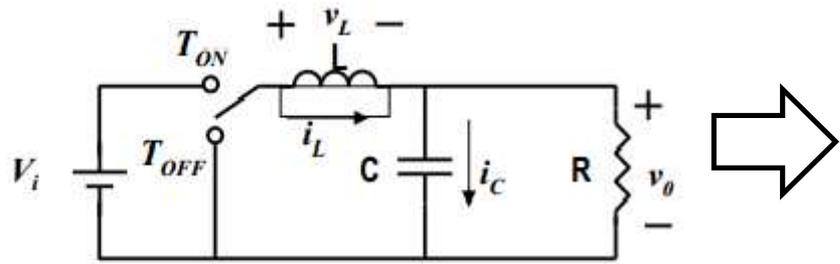


Remarque:

- ❖ R modifie la réponse du filtre passe bas
- ❖ La conception du filtre doit être faite pour une perspective de régime permanent

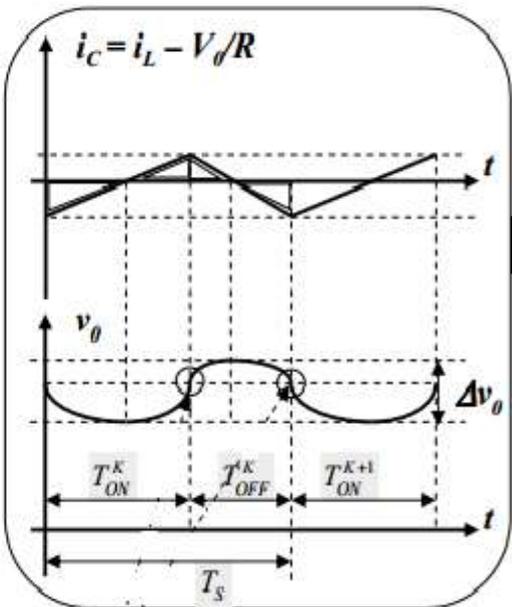
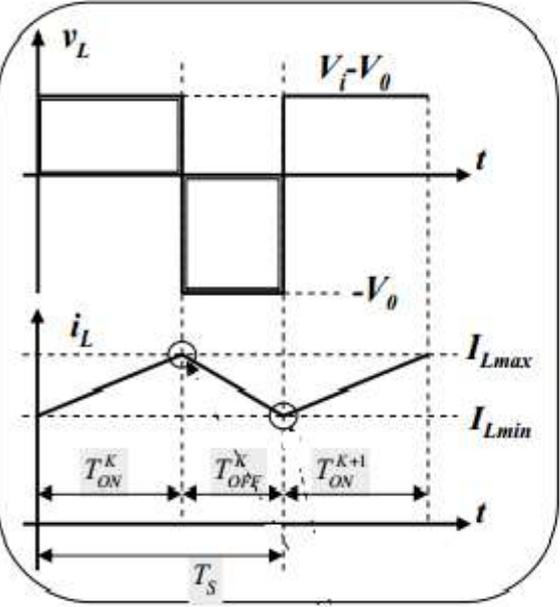
2. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

❑ **Convertisseur DC-DC (Buck):** propriété en régime permanent, formes d'ondes des éléments réactifs (L, C)



$$\langle v_o(t) \rangle = \langle v_A \rangle = \frac{T_{on}}{T_s} V_i = DV_i$$

Tout les variables sont périodiques



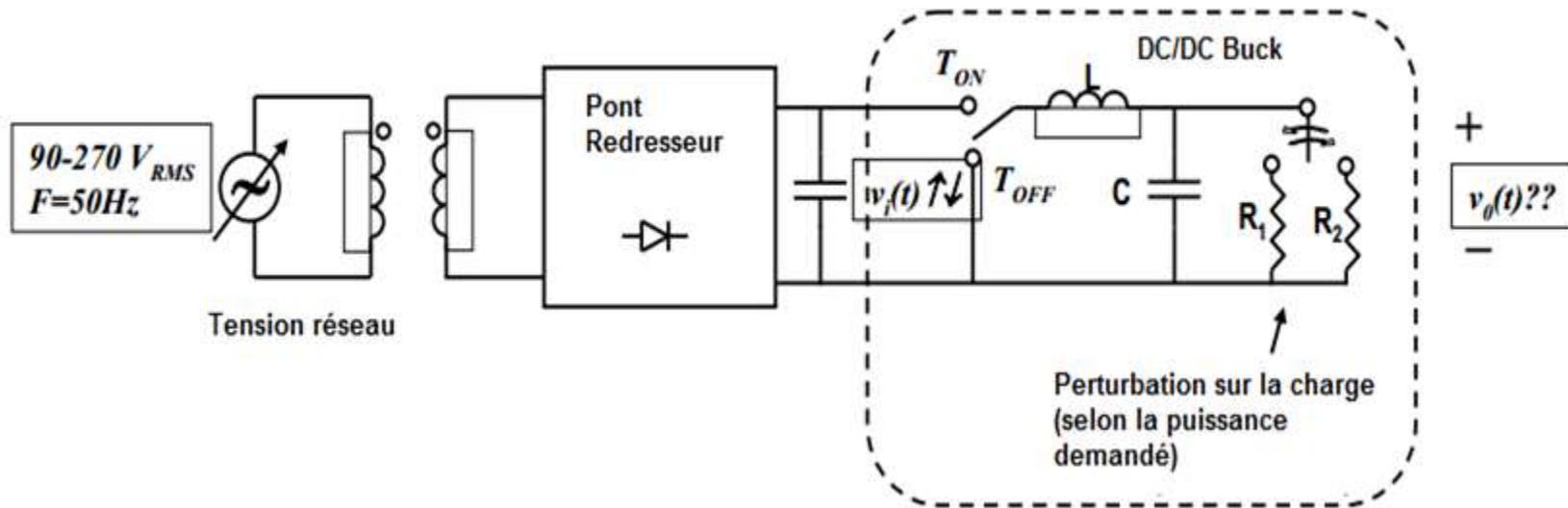
$$\langle v_L \rangle = \frac{1}{T_s} \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} v_L(\tau) d\tau = \frac{L}{T_s} \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} di_L = 0$$

$$\langle i_C \rangle = \frac{1}{T_s} \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} i_C(\tau) d\tau = \frac{C}{T_s} \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} dv_C = 0$$

- ❖ i_L linéaire par morceau
- ❖ V_o présente une ondulation ΔV_o

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

❑ DC/DC Régulation: Problème de contrôle



- ❖ La tension d'entrée du DC-DC peut varier due a la variation de la tension réseau
- ❖ La charge peut varier selon la puissance demandée
- ❖ Plusieurs applications exigent une tension de sortie constante

est-ce que $v_o(t)$ varie??????

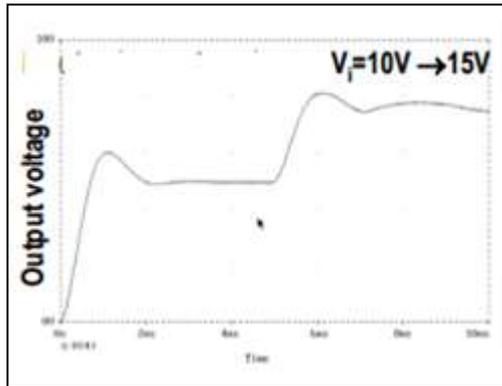
3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

❑ DC/DC Régulation: Réponse en boucle ouverte

❖ Relation entrée/sortie en RP:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v_L(\tau).d\tau + i_L(t_0)$$

Variation brusque de la tension d'entrée



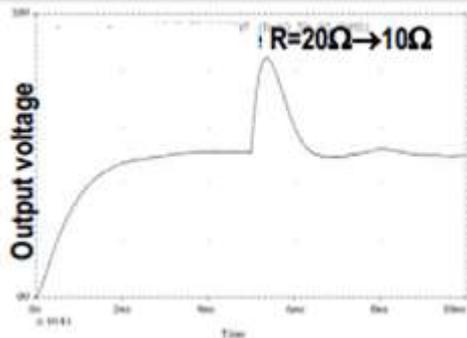
La tension de sortie en RP varie si la tension d'entrée varie

$$V_{o1} = \frac{T_{ON}}{T_{sw}} V_{i1}; V_{o2} = \frac{T_{ON}}{T_{sw}} V_{i2}$$
$$V_{o1} \neq V_{o2} \text{ si } V_{i1} \neq V_{i2}$$

La tension de sortie peut être gardée constante si:

$$V_{o1} = \frac{T_{ON1}}{T_{sw}} V_{i1}; V_{o2} = \frac{T_{ON2}}{T_{sw}} V_{i2}$$
$$V_{o1} = V_{o2} \text{ si } T_{ON2} = \frac{V_{i1}}{V_{i2}} T_{ON1}$$

Variation brusque de la charge



La charge n'affecte pas la relation en RP, mais elle modifie la réponse du filtre passe bas qui peut conduire à une réponse transitoire non acceptable en terme de dépassement, temps de réponse,etc,

Le régime transitoire nécessite une caractérisation

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ DC/DC Régulation: Block diagramme de la régulation

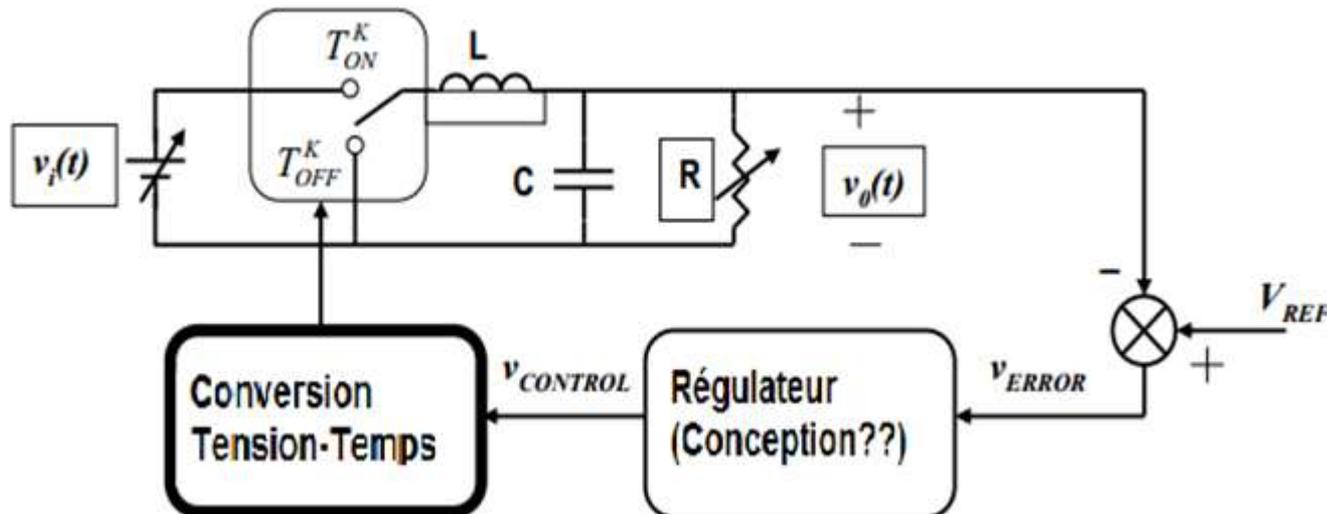
D'un point de vue CONTROLE

La tension d'entrée et la charge sont considérées comme des perturbations

La tension de sortie est la variable qui doit être contrôlée

T_{ON}^k est la variable qui doit contrôler la tension de sortie

Comment garder la tension de sortie constante? \longrightarrow Boucle de régulation



3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

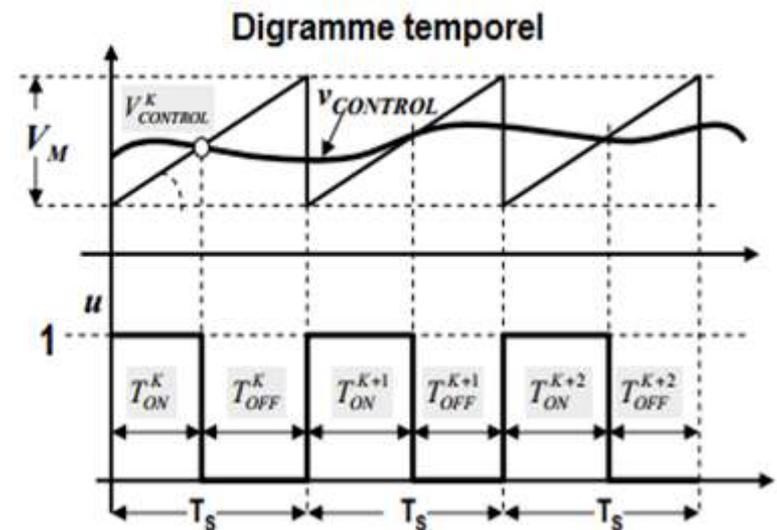
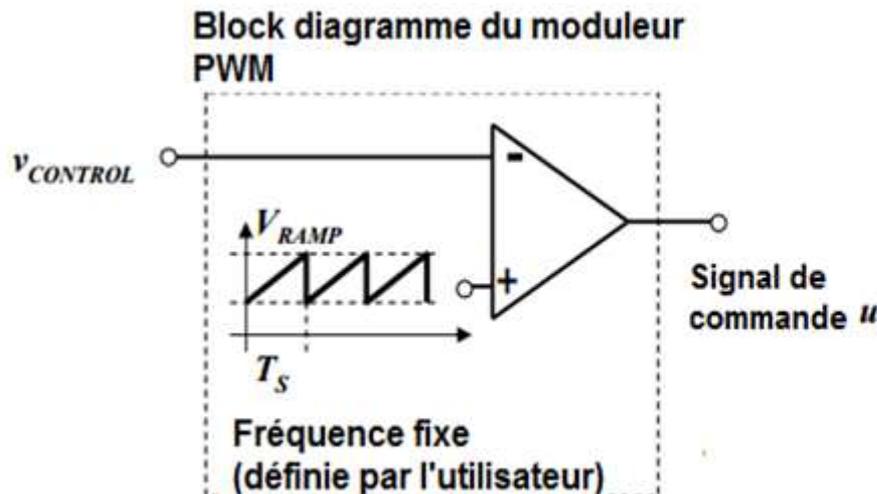
❑ DC/DC Régulation: Conversion Tension-Temps

❖ La conversion Tension-Temps assure

Fonctionnement à fréquence fixe ce qui facilite le calcul du filtre LC

Une relation linéaire entre la tension et le temps

Convertisseur Tension-Temps à fréquence fixe → Modulateur PWM

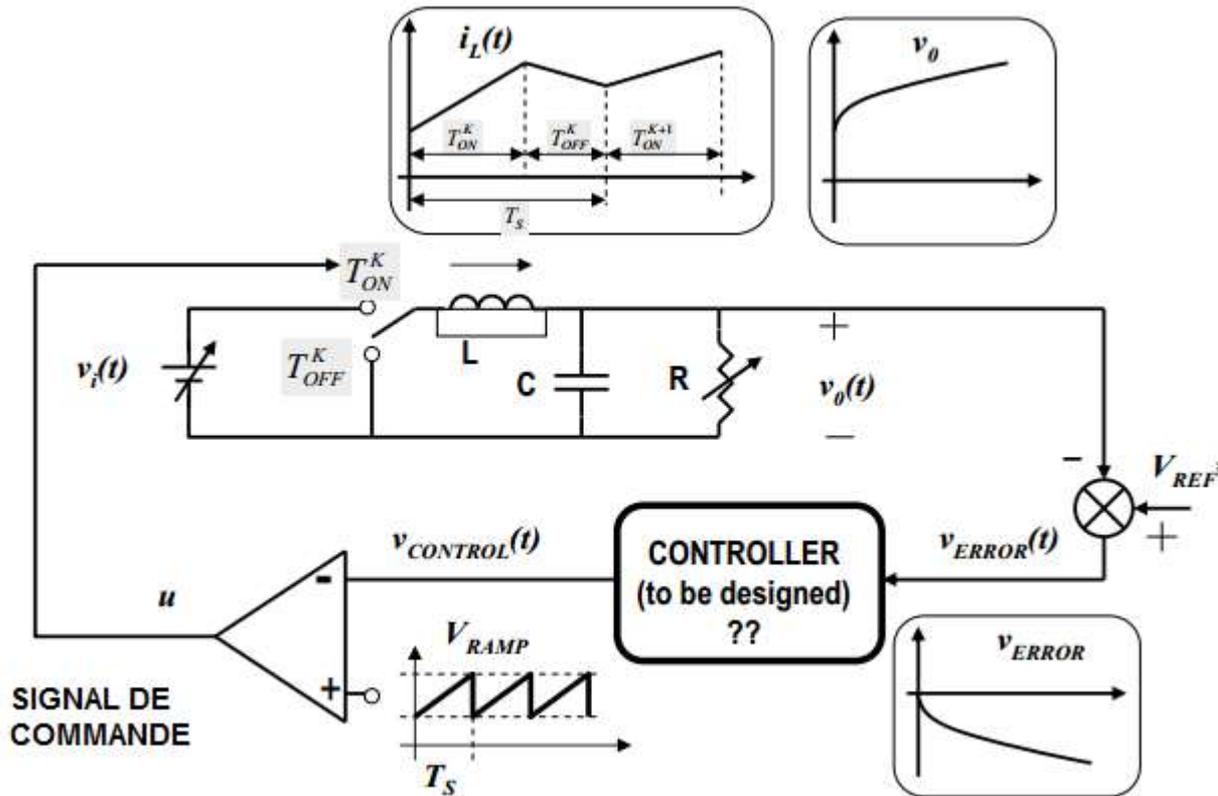


3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

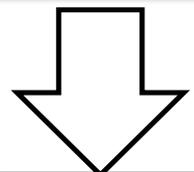
❑ DC/DC Régulation: Nécessité de caractérisation dynamique

❖ Quand la tension d'entrée/charge change brusquement

- Le courant dans l'inductance change
- La tension de sortie $v_o(t)$ change
- La tension de sortie $v_o(t)$ change



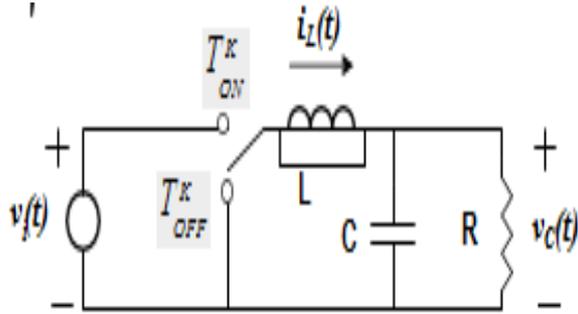
La conception du régulateur est basée sur la dynamique de l'erreur



La dynamique du convertisseur doit être caractérisée

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

❑ Modèle Dynamique des convertisseurs de puissance : VARIABLES D'ETATS

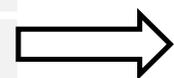


- ❖ Les variables d'états sont adaptés pour la description dynamique des systèmes:
 - Ils tiennent en compte l'énergie stockée dans le convertisseur
 - les variables d'états sont des variables intégrables où les conditions initiales sont incluses
 - les autres variables peuvent être déduites des variable d'états

❖ Variable d'états des éléments réactifs

	Energie stockée	Variabes Intégrables	Variable d'état
Inductance (L)	$E_L(t) = \frac{1}{2} Li_L^2(t)$	$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v_L(\tau).d\tau + i_L(t_0)$	$i_L(t)$
Condensateur (C)	$E_C(t) = \frac{1}{2} CV_C^2(t)$	$v_c(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_C(\tau).d\tau + v_c(t_0)$	$v_c(t)$

Vecteur d'état



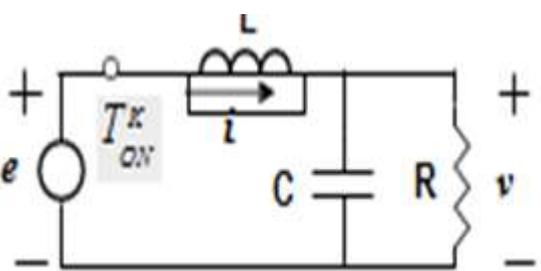
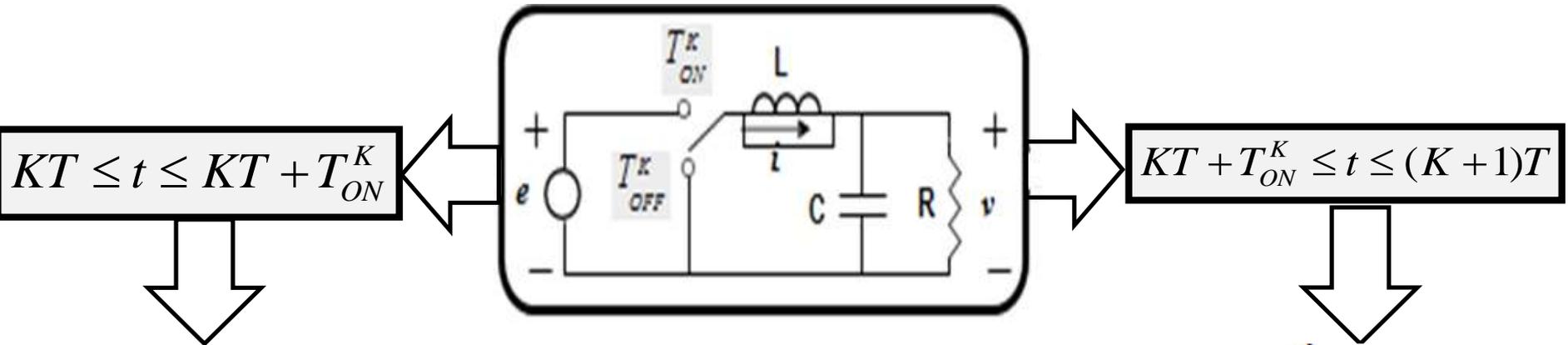
$$x = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}$$

Nous sommes à la recherche d'une description analytique de type:

$$\dot{x} = f(x, u)$$

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Modèle Dynamique des convertisseurs de puissance: Dynamique d'un convertisseur Buck



$$L \frac{di}{dt} = -v$$

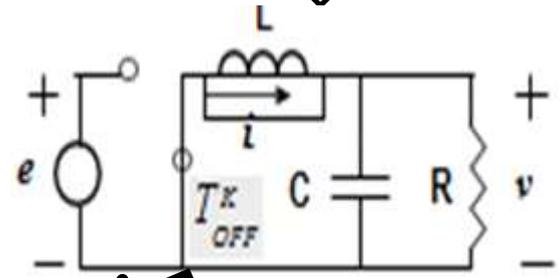
$$C \frac{dv}{dt} = i - \frac{v}{RC}$$

Lois de KIRCHOFF

$$\frac{di}{dt} = \frac{e}{L} - \frac{v}{L}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{i}{C} - \frac{v}{RC}$$

Description dans l'espace d'état



$$\frac{di}{dt} = -\frac{v}{L}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{i}{C} - \frac{v}{RC}$$

Lois de KIRCHOFF

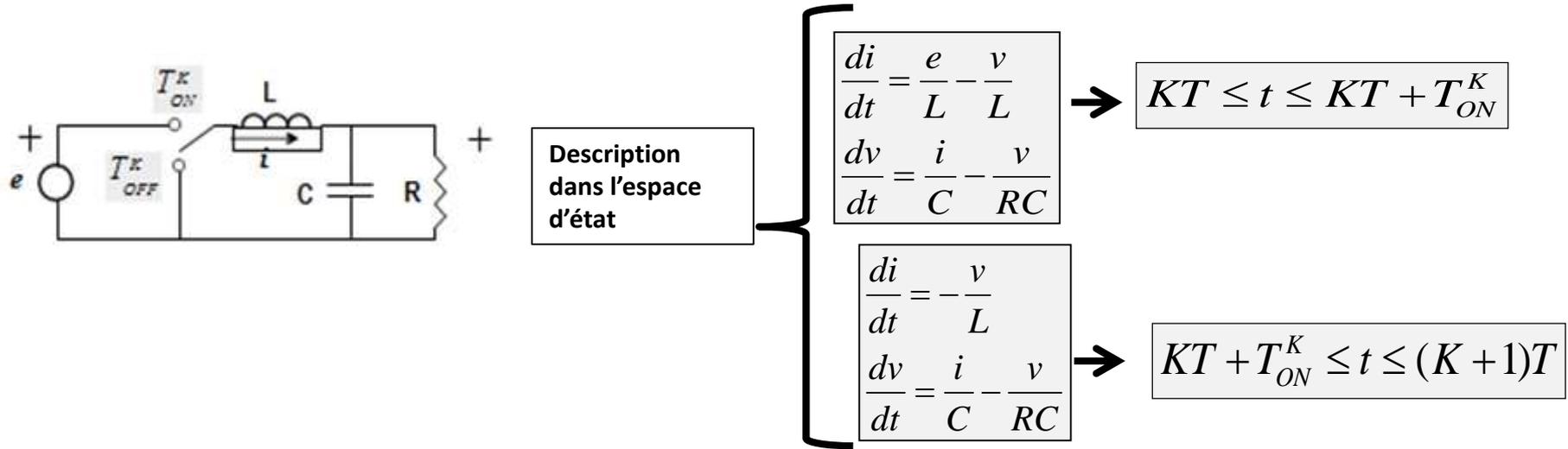
$$\frac{di}{dt} = -\frac{v}{L}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{i}{C} - \frac{v}{RC}$$

Description dans l'espace d'état

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Modèle Dynamique des convertisseurs de puissance : NOTATION MATRICIELLE



❖ Notation matricielle

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e \rightarrow \boxed{KT \leq t \leq KT + T_{ON}^K} \rightarrow \boxed{\dot{x} = A_1 x + b_1 e}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} e \rightarrow \boxed{KT + T_{ON}^K \leq t \leq (K+1)T} \rightarrow \boxed{\dot{x} = A_2 x + b_2 e}$$

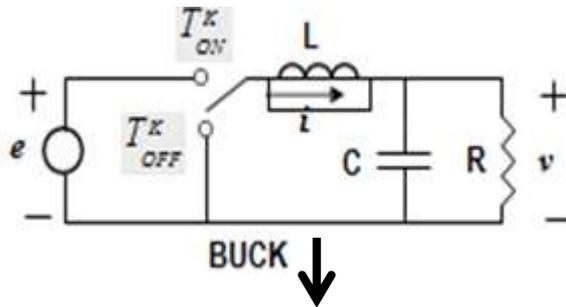
3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Modèle dynamique des convertisseurs de puissance : FORME GENERALE

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = A_1 x + b_1 e \longrightarrow \boxed{KT \leq t \leq KT + T_{ON}^K}$$

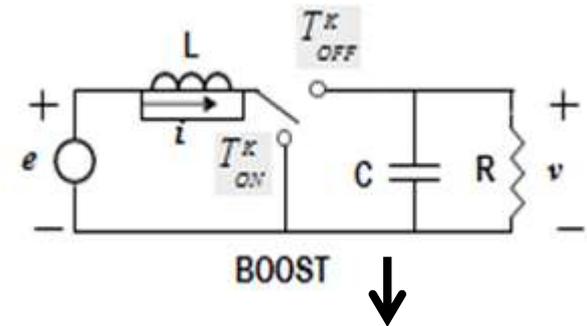
$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = A_2 x + b_2 e \longrightarrow \boxed{KT + T_{ON}^K \leq t \leq (K+1)T}$$

Exemple



$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; b_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; b_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

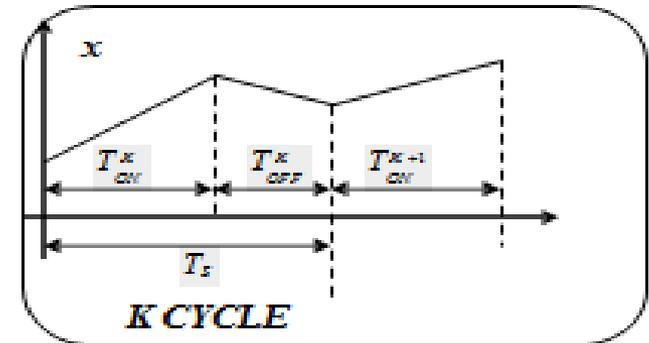
3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

❑ Modèle dynamique des convertisseurs de puissance: DEFINITION DE LA VARIABLE DE CONTROLE

❖ REMARQUES SUR LE MODELE DYNAMIQUE GENERAL

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = A_1 x + b_1 e \rightarrow KT \leq t \leq KT + T_{ON}^K$$

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = A_2 x + b_2 e \rightarrow KT + T_{ON}^K \leq t \leq (K+1)T$$

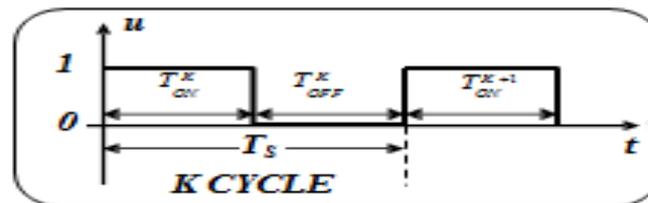


1. Chaque équation d'état est linéaire
2. Le système est à structure variable
3. La variable de contrôle n'est pas explicite dans cette description

❖ Définition de la variable de contrôle

La variable de commande $u(t)$ prend les valeurs dans l'ensemble $\{0,1\}$ et est définie par:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{for } KT_s \leq t \leq KT_s + T_{ON}^K \\ 0 & \text{for } KT_s + T_{ON}^K \leq t \leq (K+1)T_s \end{cases}$$



La variable de commande est pulsatoire: (DONC DISCONTINUE)

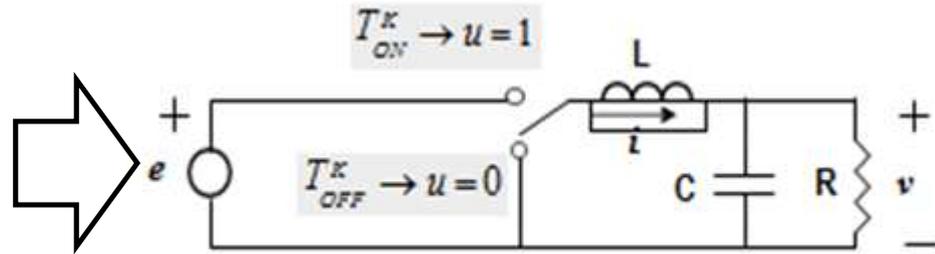
3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Modèle dynamique des convertisseurs de puissance : FORME BILINEAIRE

❖ Description du modèle dynamique et du circuit résultant avec la variable de contrôle « u »

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = A_1 x + b_1 e \rightarrow u=1$$

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = A_2 x + b_2 e \rightarrow u=0$$



❖ Description Bilineaire instantanée dans le domaine tempore des dynamiques des convertisseurs à commutation

$$\dot{x} = (A_1 x + b_1 e).u + (A_2 x + b_2 e).(1-u)$$

$$\begin{array}{l} \text{si } u = 1 \quad \text{donc} \quad \dot{x} = A_1 x + b_1 e \\ \text{si } u = 0 \quad \text{donc} \quad \dot{x} = A_2 x + b_2 e \end{array}$$

❖ de façon équivalente

$$\dot{x} = A_2 x + b_2 e. + [(A_1 - A_2).x + (b_1 - b_2).e].u$$

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Modèle Dynamique des convertisseurs de puissance

❖ **Modèle Bilineaire instantané**

$$\dot{x} = A_2 x + b_2 e. + [(A_1 - A_2).x + (b_1 - b_2).e].u$$

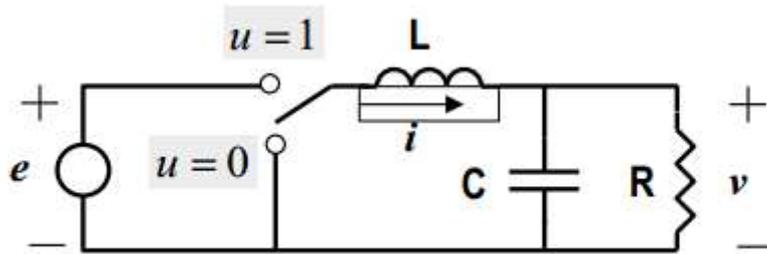
❖ Remarques importantes

- ✓ Cette description correspond à l'évolution du modèle temporel instantané des variables d'états
- ✓ Cette description explicite la variable de contrôle « u »
- ✓ **Puisque la variable de contrôle est impulsionnelle:**
 - La description préserve la nature de commutation du convertisseur
 - La dérivée du vecteur d'état est discontinue
- ✓ Si $A_1 - A_2 \neq 0$ l'équation d'état est nonlinéaire puisqu'il ya le produit du vecteur d'état et la variable de contrôle « $x.u$ »

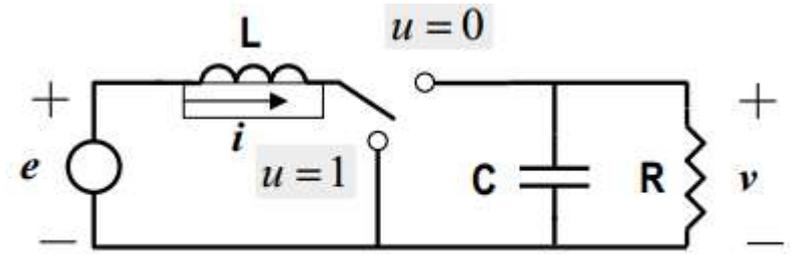
3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Modèle Dynamique des convertisseurs de puissance

❖ Application du modèle temporelle instantané bilinéaire aux convertisseurs Buck et Boost



BUCK CONVERTER



BOOST CONVERTER

$$\dot{x} = A_2 x + b_2 e. + [(A_1 - A_2).x + (b_1 - b_2).e].u$$

$$\dot{x} = A_2 x + b_2 e. + [(A_1 - A_2).x + (b_1 - b_2).e].u$$



$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e.u$$

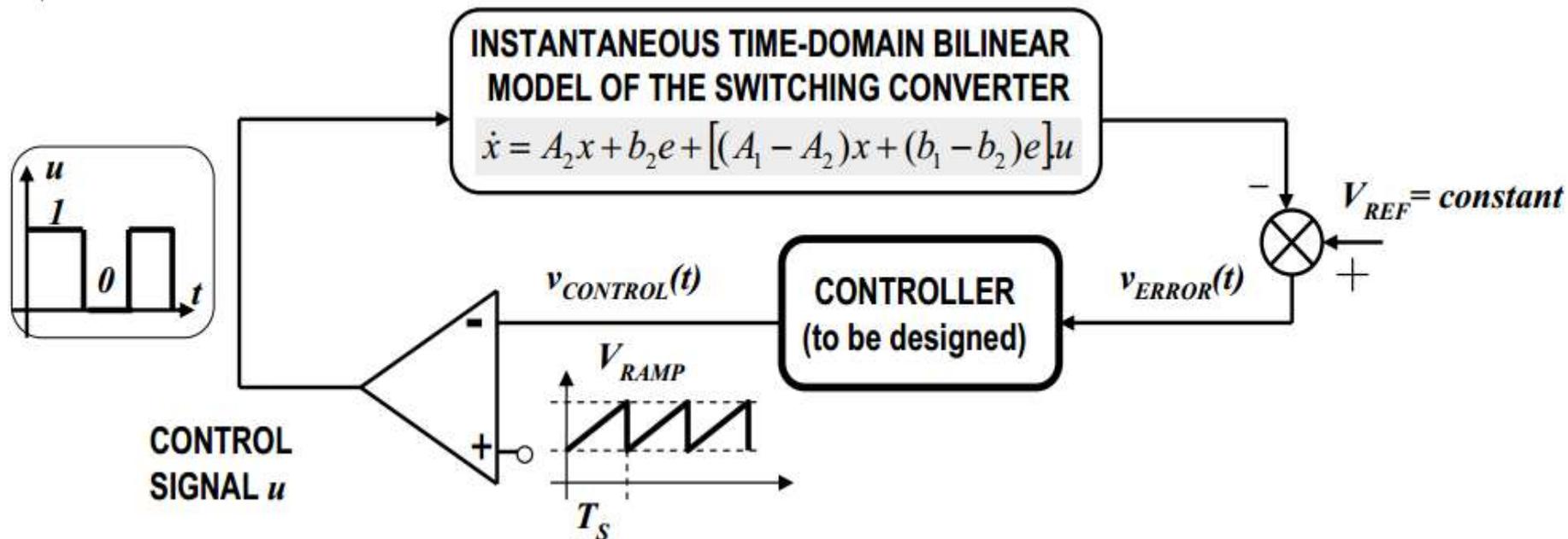
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C} \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e \right]$$

**L'équation d'état est linéaire
(A1-A2=0)**

**L'équation d'état est nonlinéaire
(A1-A2≠0)**

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

❑ Strategies de Contrôle



❖ Outils du contrôle linéaire
(Systèmes Linéaires Continus)

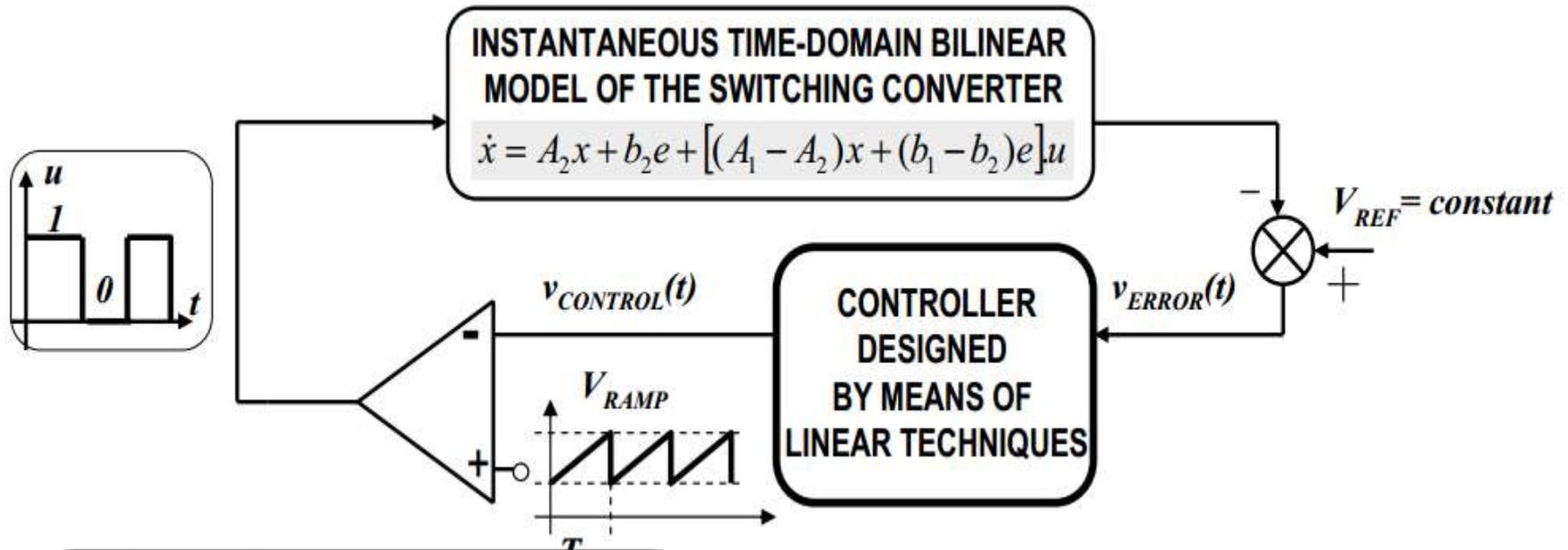
- Le contrôleur est conçu à partir d'une approximation du modèle instantané bilinéaire
- Outils puissants et très connus

❖ Outils du contrôle des systèmes à structure variable
(Mode de glissant)

- Le contrôleur est conçu à partir du modèle instantané bilinéaire
- Techniques non maîtrisées et fonctionnement à fréquence variable

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Contrôle Linéaire



Difficultés rencontrées dans l'application du contrôle linéaire

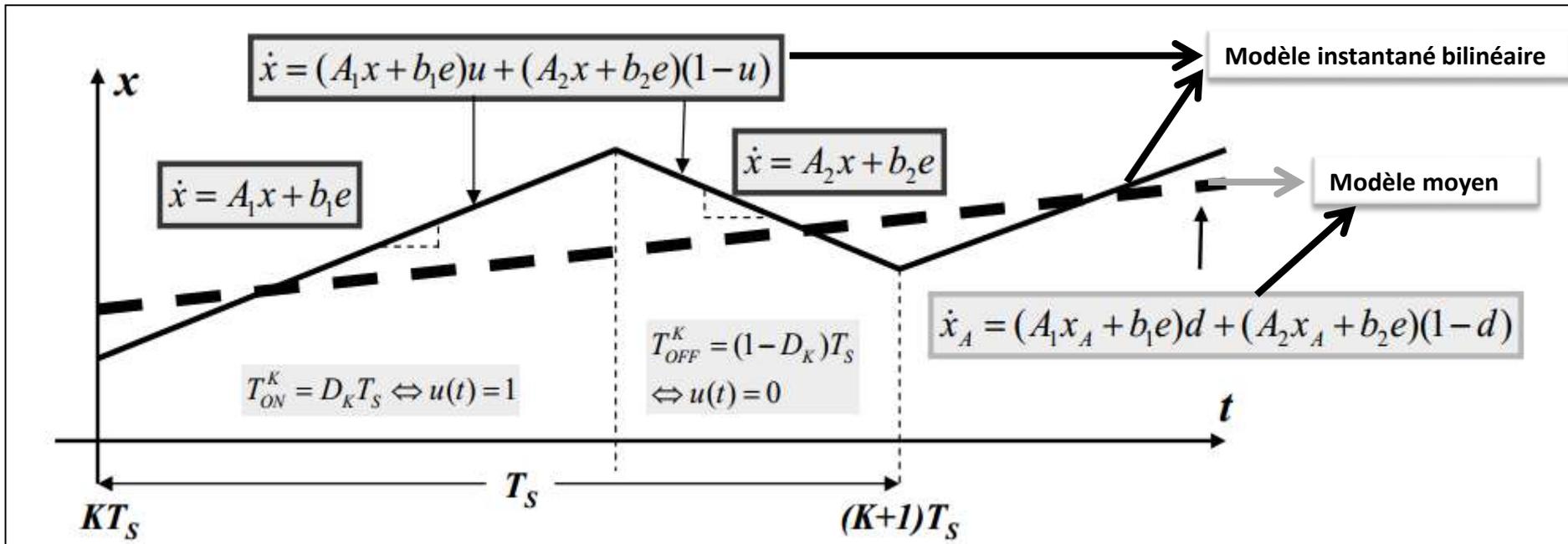
- La dynamique du convertisseur est non linéaire
- Le convertisseur ne peut pas être linéarisé due à la discontinuité des dérivés
- Le modulateur PWM est non linéaire

Solutions Proposées

- Construire un modèle approximatif du modèle instantané bilinéaire qui peut être linéarisé : Modèle Moyen (average Model)
- Modèle linéarisé du moduleur PWM non linéaire

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Contrôle Linéaire: Modèle Moyen (Average Model)



« x » et « u » (modèle instantané bilinéaire) $\xrightarrow{\text{Approximation}}$ « x_A » et « d » (modèle moyen)

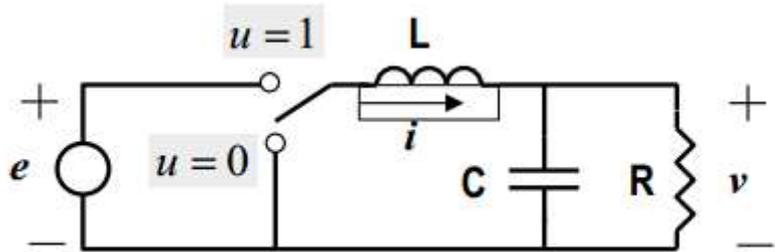
$$x_A = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t x(\tau) d\tau$$

$$d = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t u(\tau) d\tau$$

$$\dot{x}_A = \frac{dx_A}{dt} = \frac{x[(k+1)T_s] - x(kT_s)}{T_s} = (A_1 x + b_1 e)d + (A_2 x + b_2 e)(1 - d)$$

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

☐ Contrôle Linéaire: Modèle Moyen (Average Model) des convertisseurs Buck et Boost

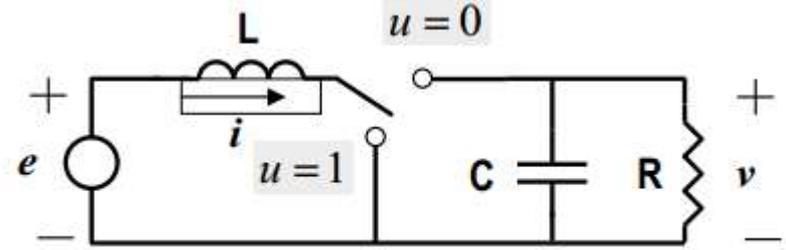


BUCK CONVERTER

$$\dot{x} = A_2 x + b_2 e + [(A_1 - A_2).x + (b_1 - b_2).e].d$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e.d$$

L'équation d'état est linéaire
(A1-A2=0)



BOOST CONVERTER

$$\dot{x} = A_2 x + b_2 e + [(A_1 - A_2).x + (b_1 - b_2).e].d$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e$$

L'équation d'état est Nonlinéaire
(A1-A2≠0)

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Contrôle Linéaire: Modèle Moyen (Average Model) des convertisseur Buck et Boost

$$x_A(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t x(\tau) d\tau = \frac{1}{T_s} \left[\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau - \int_{-\infty}^{t-T_s} x(\tau) d\tau \right]$$

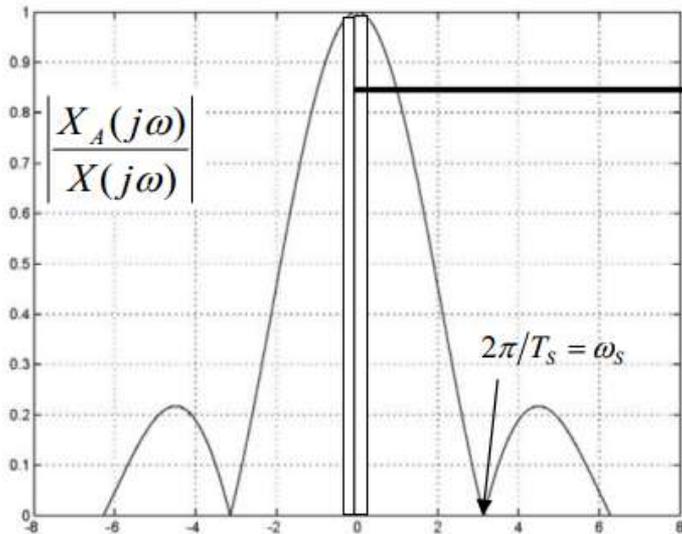
Transformé
de Laplace

$$X_A(s) = \frac{1}{T_s} \left[\frac{X(s)}{s} - \frac{X(s)}{s} e^{-sT_s} \right] = X(s) \left[\frac{1 - e^{-sT_s}}{sT_s} \right]$$

$$\frac{X_A(s)}{X(s)} = \left[\frac{1 - e^{-sT_s}}{sT_s} \right]$$

Régime
sinusoïdale
(s=jw)

$$\frac{X_A(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{\sin(\omega \frac{T_s}{2})}{\omega \frac{T_s}{2}} e^{-j\omega \frac{T_s}{2}} \Rightarrow \left| \frac{X_A(j\omega)}{X(j\omega)} \right| = \left| \frac{\sin(\omega \frac{T_s}{2})}{\omega \frac{T_s}{2}} \right|$$



❖ Cette région est caractérisée par: $|X_A(j\omega)| = |X(j\omega)|$

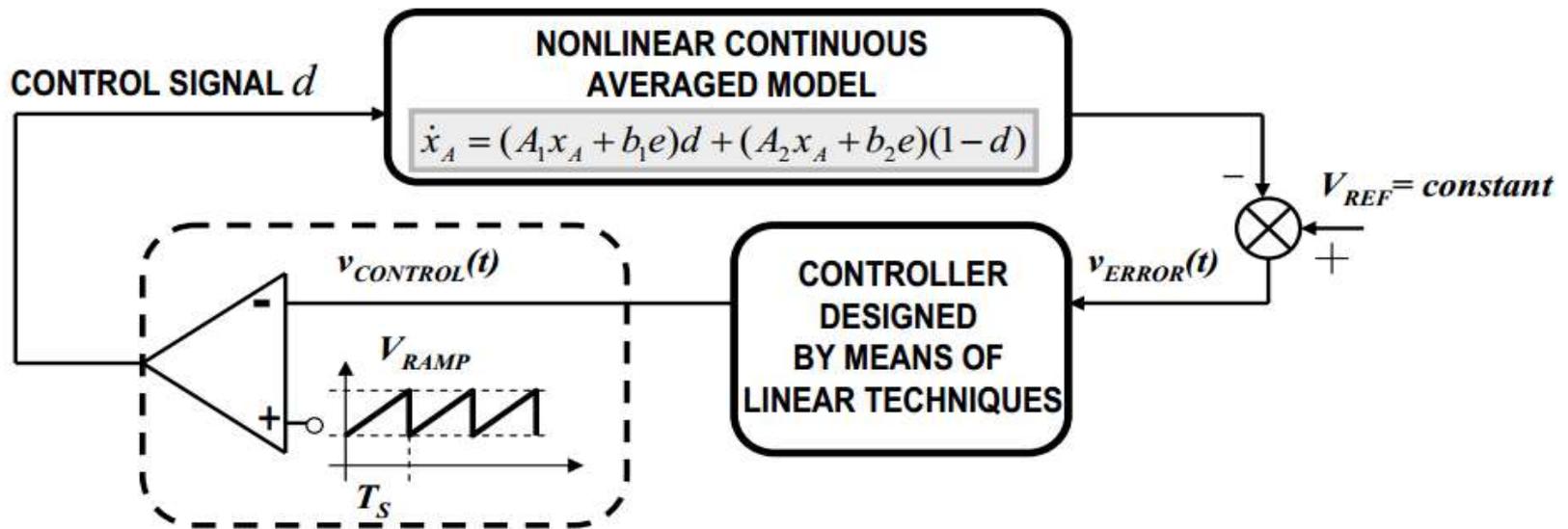
❖ Conclusion

- Le modèle moyen est une très bonne approximation du modèle bilinéaire seulement pour les fréquence très inférieur a la fréquence de commutation f_s
- En règle générale: le modèle moyen est valable pour

$$\omega < \frac{\omega_s}{10}$$

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

❑ Contrôle Linéaire: Linéarisation du Modèle Moyen



❖ La conception du contrôleur par les techniques du contrôle linéaire exige:

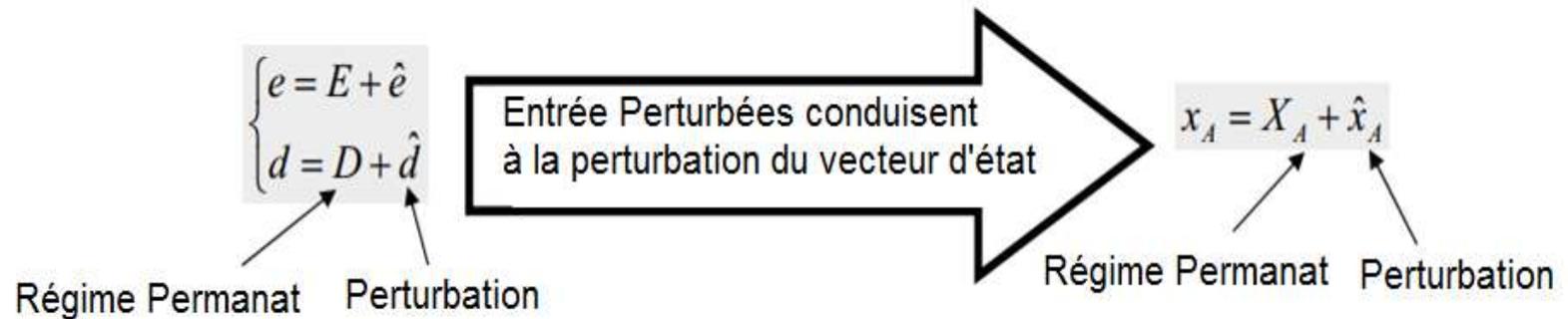
- La linéarisation du modèle moyen non linéaire
- Un modèle linéaire du modulateur PWM

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Contrôle Linéaire: Linéarisation du Modèle Moyen

❖ L'objectif de la linéarisation est d'obtenir une relation linéaire entre:

- La variable d'état « X_A » (sorties du convertisseur)
- Le signal de commande « d » et la tension d'entrée « e » (entrées du convertisseur)



Signal de commande

$$d = D + \hat{d}$$

Tension d'entrée

$$e = E + \hat{e}$$

Modèle Moyen Nonlinéaire

$$\dot{x}_A = (A_1 x_A + b_1 e) d + (A_2 x_A + b_2 e) (1 - d)$$

Variables d'états

$$x_A = X_A + \hat{x}_A$$

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Contrôle Linéaire: Linéarisation du Modèle Moyen

$$\dot{x} = A_2 x + b_2 e + [(A_1 - A_2).x + (b_1 - b_2).e].d$$

Modèle Moyen Nonlinéaire

« xA » et « e » : facteurs communs

$$\dot{x}_A = [dA_1 + (1-d)A_2]x_A + [db_1 + (1-d)b_2]e$$

Remplacer:

$$\begin{aligned}x_A &= X_A + \dot{x}_A \\ e &= E + \dot{e} \\ d &= D + \dot{d}\end{aligned}$$

$$\dot{X}_A + \dot{x}_A = \left[(D + \dot{d})A_1 + (1 - \dot{d} - D)A_2 \right].(\dot{x}_A + X_A) + \left[(D + \dot{d})b_1 + (1 - \dot{d} - D)b_2 \right].(E + \dot{e})$$

Grouper les termes en \dot{d}

$$X_A + \dot{x}_A = \left[(DA_1 + (1-D)A_2) + (\dot{d}A_1 - \dot{d}A_2) \right].(X_A + X_A) + \left[(Db_1 + (1-D)b_2) + (\dot{d}b_1 - \dot{d}b_2) \right].(E + \dot{e})$$

Expression du modèle moyen en termes des perturbations et régimes permanent

- Analyse en régime permanent
- Analyse en faible signaux (perturbations)

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Contrôle Linéaire: Régime permanent du vecteur d'état

❖ Le régime permanent est caractérisé par:

$$\dot{X}_A = 0; e = \dot{d} = 0 \Rightarrow \dot{x}_A = x_A$$

❖ Donc à partir du modèle non linéaire

$$\dot{X}_A + \dot{x}_A = \left[(DA_1 + (1-D)A_2) + (\dot{d} A_1 - \dot{d} A_2) \right] \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ x + X_A \end{bmatrix} + \left[(Db_1 + (1-D)b_2) + (\dot{d} b_1 - \dot{d} b_2) \right] \cdot (E + \dot{e})$$

Les condition en régime permanent

$$\dot{X}_A = 0; e = \dot{d} = 0 \Rightarrow \dot{x}_A = x_A$$

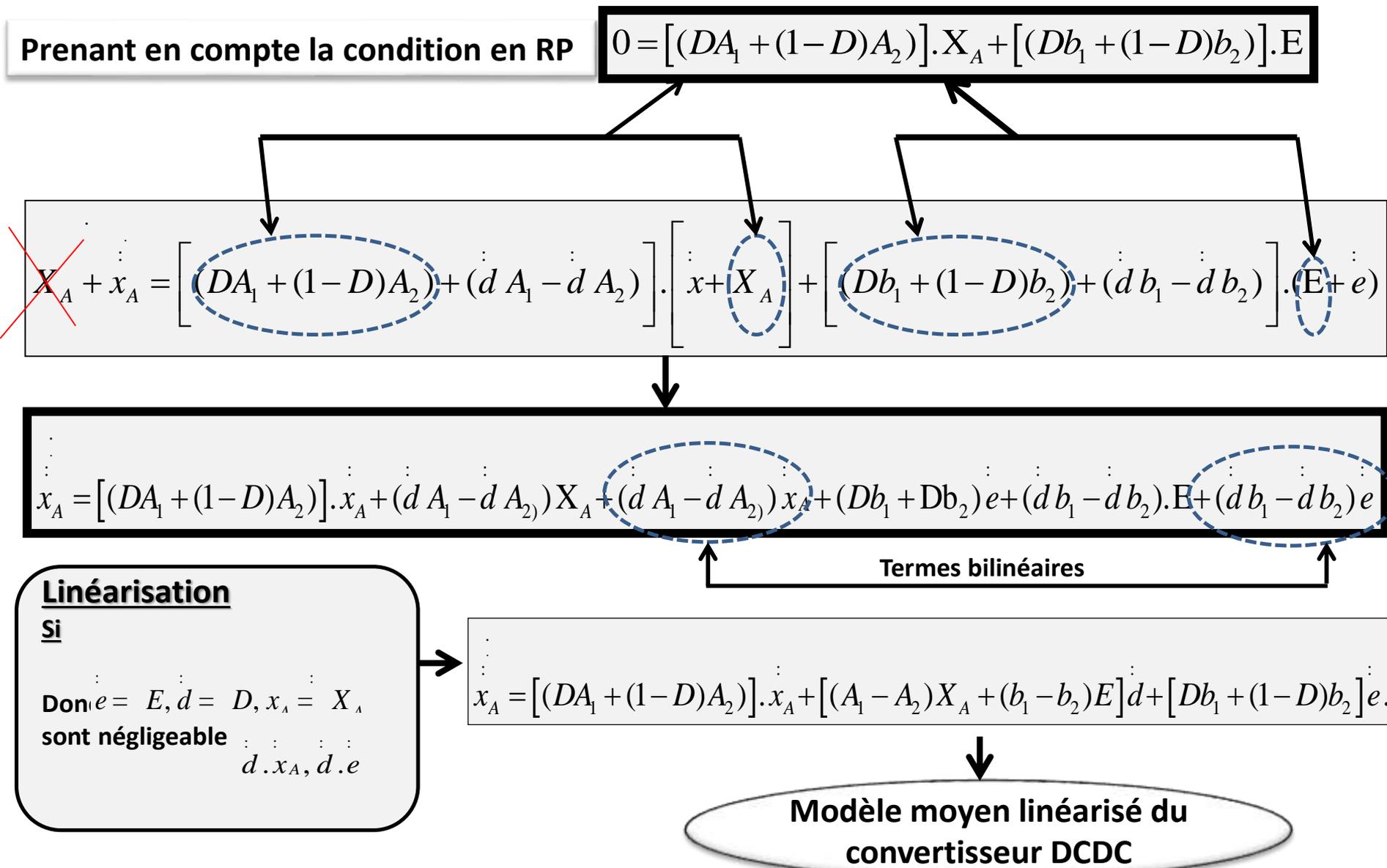
$$0 = \left[(DA_1 + (1-D)A_2) \right] \cdot X_A + \left[(Db_1 + (1-D)b_2) \right] \cdot E$$

$$X_A = \left[(DA_1 + (1-D)A_2) \right]^{-1} \cdot \left[(Db_1 + (1-D)b_2) \right] \cdot E$$

La variable d'état X_A en Régime permanent en termes de la tension d'entrée « E » en RP et la variable de contrôle D en RP

3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

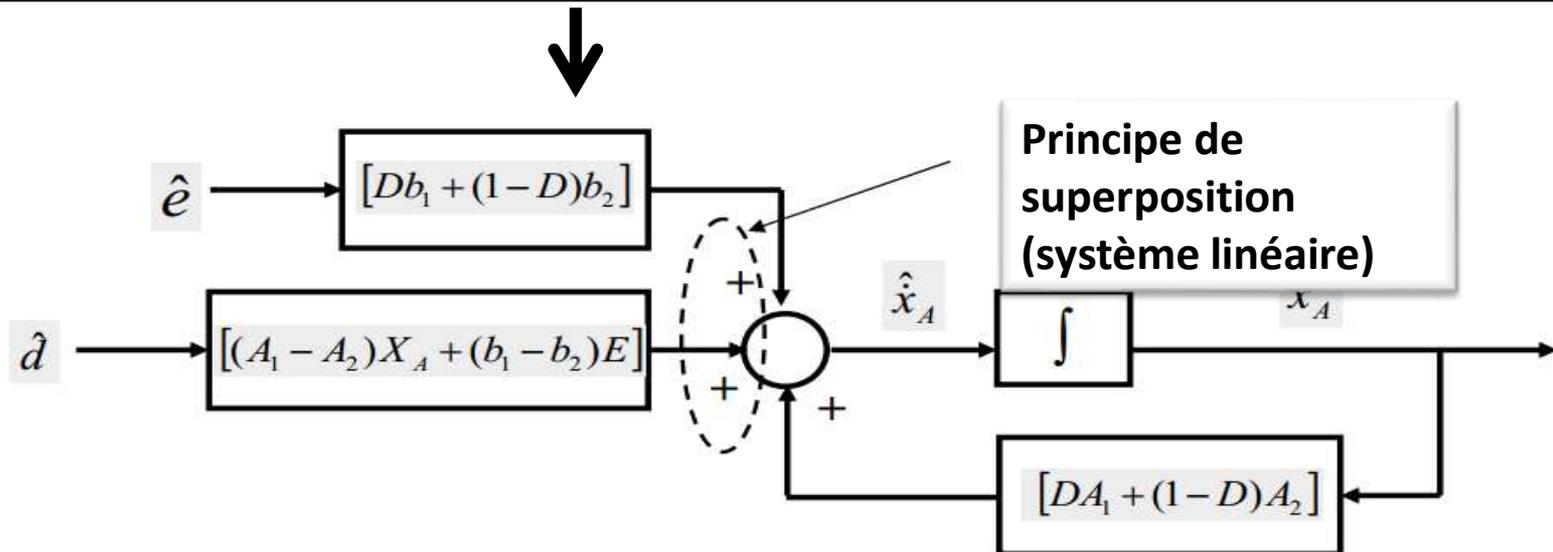
□ Contrôle Linéaire: Linéarisation du Modèle Moyen



3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Contrôle Linéaire: Bloc diagramme du modèle linéaire

$$\dot{x}_A = [(DA_1 + (1-D)A_2)] \cdot \dot{x}_A + [(A_1 - A_2)X_A + (b_1 - b_2)E] \hat{d} + [Db_1 + (1-D)b_2] \hat{e}.$$



❖ Remarques

- On note la forte dépendance de ce modèle linéarisé avec le point de fonctionnement en régime permanent (E, D, X_A)
- Cette dépendance vient du fait que la linéarisation a été faite autour de ce point de fonctionnement (E, D, X_A)
- En règle générale, la limite de validité du modèle linéarisé est autour d'une amplitude de perturbation inférieure à 10 % de la valeur correspondante en régime permanent

3. Les convertisseur DC-DC à Commutation

□ Contrôle Linéaire: Fonctions de Transferts

$$\dot{x}_A = [(DA_1 + (1-D)A_2)] \cdot \dot{x}_A + (d A [(A_1 - A_2)X_A + (b_1 + b_2)E] \dot{d} + [Db_1(1-D)b_2] \dot{e}.$$



Transformé de Laplace

$$\dot{X}(s) = [(DA_1 + (1-D)A_2)] \cdot \dot{X}_A + [(A_1 - A_2)X_A + (b_1 + b_2)E] D(s) \dot{d} + [Db_1(1-D)b_2] \dot{E}(s).$$



((notation $\tilde{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$)

$$(1s - [DA_1 + (1-D)A_2]) \dot{X}(s) = [(A_1 - A_2)X_A + (b_1 + b_2)E] D(s) \dot{d} + [Db_1 + (1-D)b_2] \dot{E}(s).$$

❖ Cette équation permet d'obtenir les fonctions de transferts suivantes (Théorème de superposition)

FT: Variable
d'état/commande

$$\left. \frac{X_A(s)}{D(s)} \right|_{\substack{(E,D) \\ \dot{E}(s)=0}} = (1s - [DA_1 + (1-D)A_2])^{-1} [(A_1 - A_2)X_A + (b_1 + b_2)E]$$

FT: Variable d'état/tension
d'entrée

$$\left. \frac{X_A(s)}{E(s)} \right|_{\substack{(E,D) \\ \dot{D}(s)=0}} = (1s - [DA_1 + (1-D)A_2])^{-1} [Db_1 + (1-D)b_2]$$

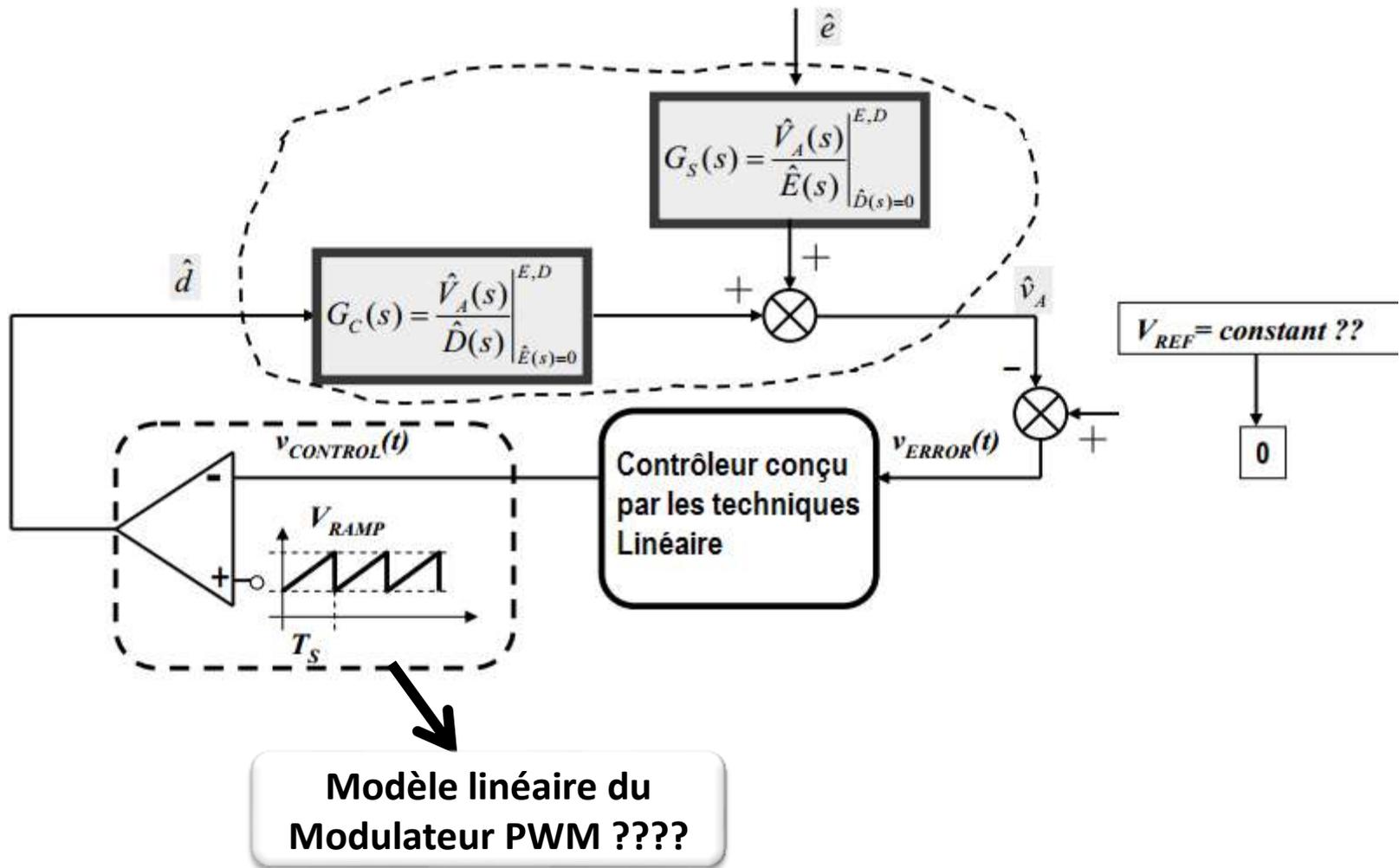
3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Contrôle Linéaire: Exemples (Fonctions de transferts Buck et Boost)

Fonction de transfert	Buck	Boost
$G_s(s) = \left. \frac{V_A(s)}{E(s)} \right _{\substack{(E,D) \\ \dot{D}(s)=0}}$	$\frac{D}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$	$\frac{(1-D)}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + (1-D)^2}$
$G_C(s) = \left. \frac{V_A(s)}{D(s)} \right _{\substack{(E,D) \\ \dot{E}(s)=0}}$	$\frac{E}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$	$\frac{E[1 - (\frac{L}{(1-D)^2 R})s]}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + (1-D)^2}$

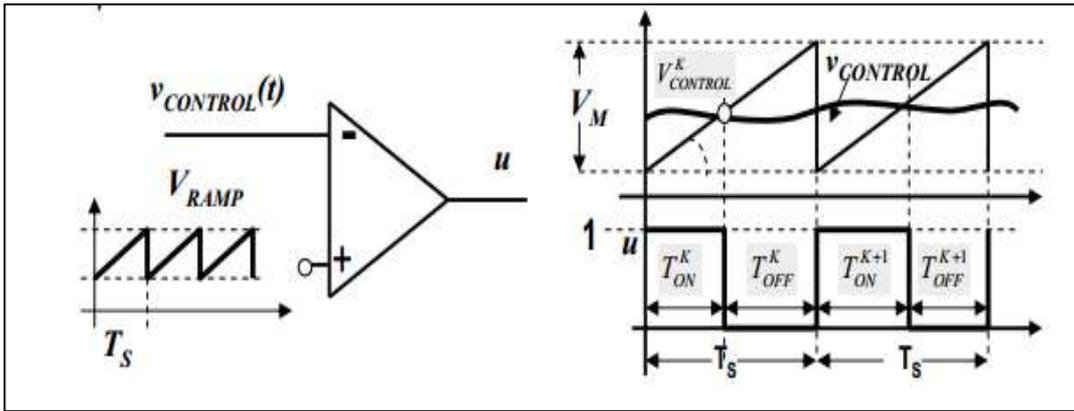
3. Les Convertisseurs DC-DC à Commutation

□ Contrôle Linéaire: Block diagramme de la Boucle fermée

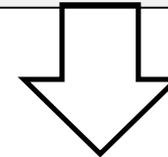


3. Les convertisseur DC-DC à Commutation

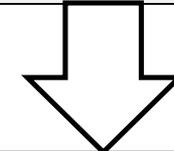
□ Contrôle Linéaire: Linéarisation du modulateur PWM



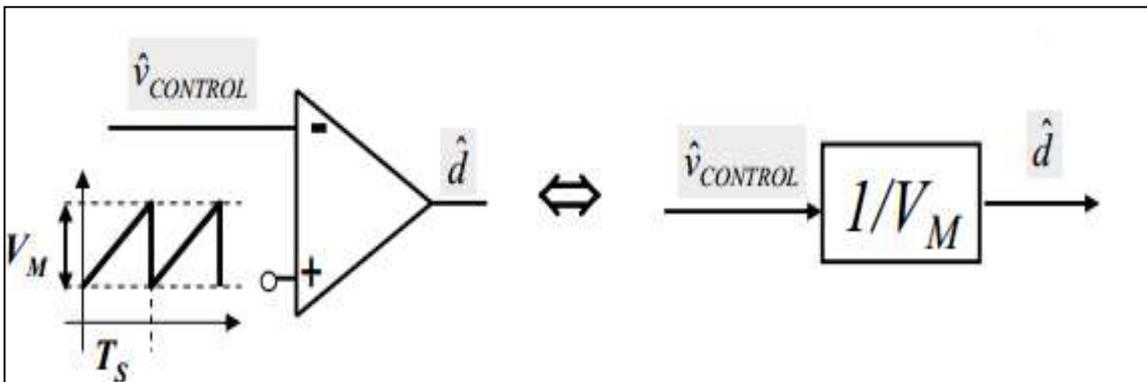
$$T_{ON}^k = D_k T_s = \left(\frac{T_s}{V_M}\right) V_{control}$$



$$D_k = \frac{V_{control}}{V_M}$$

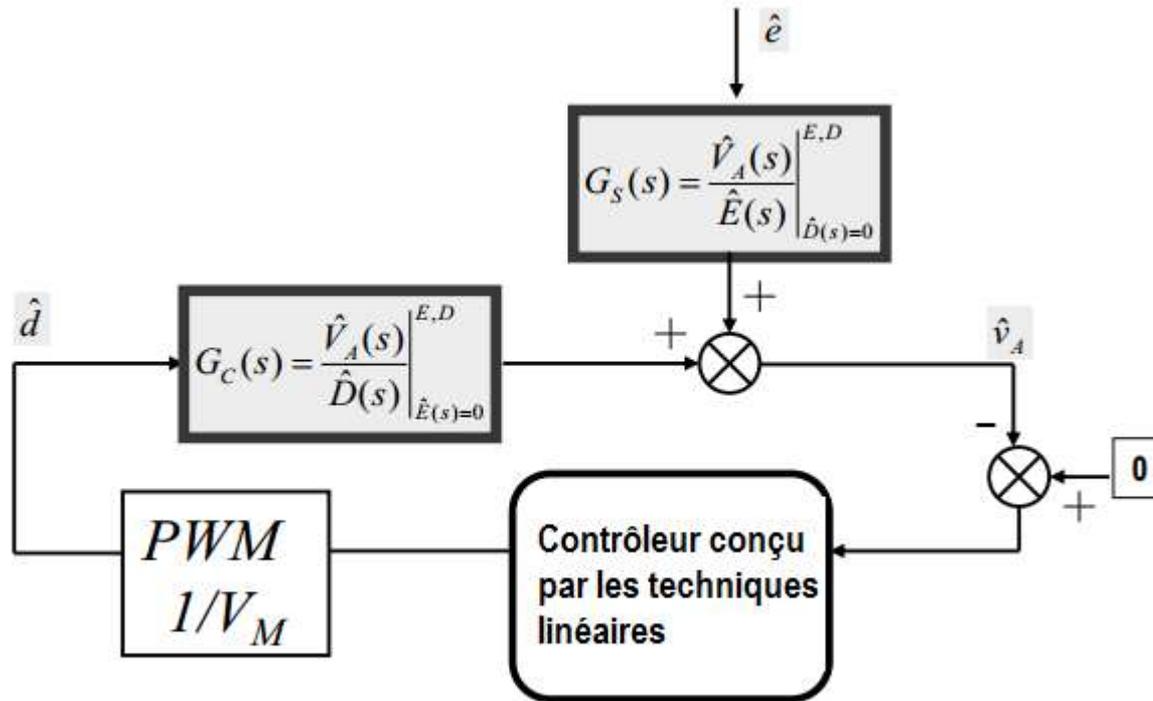


$$\vdots$$
$$d = \frac{v_{control}}{V_M}$$



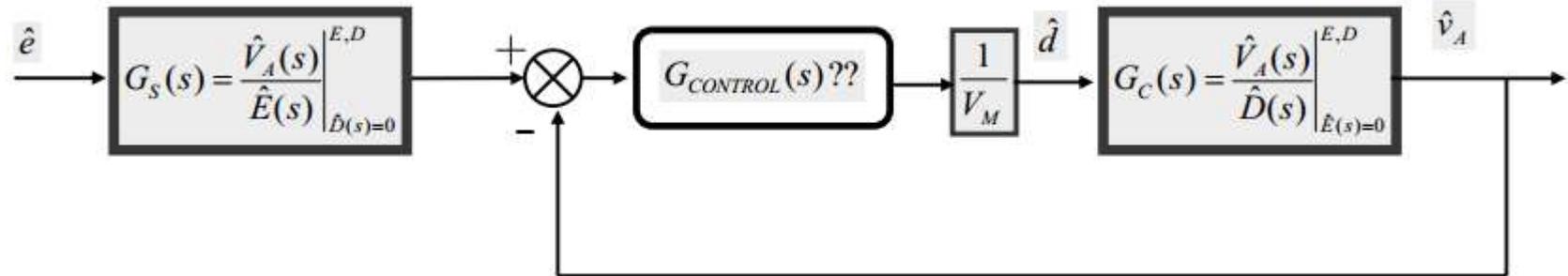
3. Les convertisseur DC-DC à Commutation

❑ Contrôle Linéaire: Block diagramme de la Boucle fermée



3. Les convertisseur DC-DC à Commutation

❑ Contrôle Linéaire: Block diagramme de la Boucle fermée



❖ Remarques

- La conception du contrôleur peut être effectuée par les méthodes conventionnelles linéaires (soit dans le domaine temporel ou fréquentiel)
- La fonction de transfert en boucle ouverte (Gain Loop) est fortement dépendante des coordonnées du point d'équilibre : Donc des réponses en BF différentes selon le point de fonctionnement

3. Les convertisseur DC-DC à Commutation

❑ Conclusions

