

Solution T.D. N°2

Rappel

Pour que le solide sous l'action de N forces extérieures soit en équilibre statique il faut et il suffit que :

- La résultante de toutes les forces extérieures appliquées au solide, soit nulle : $\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \vec{0}$

- Le moment résultant de toutes ces forces en un point O, soit nul: $\sum_{i=1}^N M_{/O}(\vec{F}_i) = \vec{0}$

Méthode de résolution :

1. Isoler le système étudié : Isoler c'est tracer une frontière. L'intérieur de la frontière est le système isolé. Il doit être en équilibre. On ne retient, de l'extérieur de la frontière, que les actions mécaniques s'appliquant au système isolé.

2. Faire le bilan des actions mécaniques appliquées au système : On fait la liste de toutes les actions mécaniques qui s'appliquent au système étudié. En même temps on écrit sous forme de vecteur ces actions mécaniques.

3. Résoudre le problème : deux méthodes possibles :

* Graphique : uniquement des tracés, aucun calcul autre que mise à l'échelle

* Analytique : uniquement des calculs

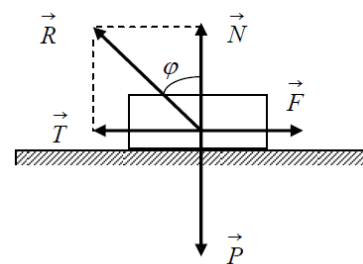
Dans le cas d'une surface avec frottements, la condition d'équilibre s'écrira :

$$\vec{N} + \vec{T} + \sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$$

La force de frottement \vec{T} est dirigée dans le sens contraire du mouvement et l'angle φ est appelé angle de frottement statique.

$$\text{tg} \varphi = \frac{T}{N} = \mu$$

Ou μ est le coefficient de frottement statique



Exercice N°1 :

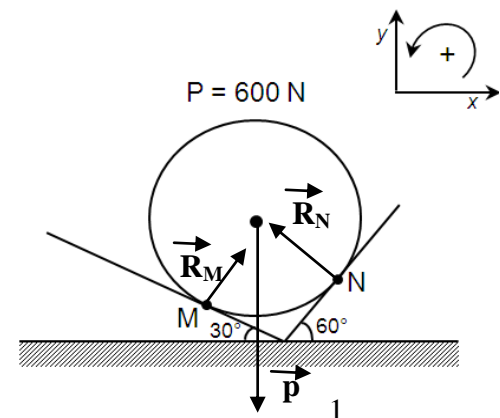
Sur l'axe ox : $-R_N \sin 60 + R_M \sin 30 = 0$

Sur l'axe oy : $-P + R_N \cos 60 + R_M \cos 30 = 0$

Déterminer la force exercée par le cylindre sur chaque plan :

$$R_N = 300 \text{ N}$$

$$R_M = 519.6 \text{ N}$$



Exercice N°3 :

Calcul de l'angle θ à l'équilibre :

La barre est en équilibre statique, nous pouvons écrire :

$$\sum \vec{F}_i = \vec{0}$$

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R}_A + \vec{R}_B = \vec{0}$$

La projection sur les axes du repère :

Sur l'axe ox : $F - R_B \sin \alpha = 0 \dots\dots (1)$

Sur l'axe oy : $-P + R_A + R_B \cos \alpha = 0 \dots\dots (2)$

De l'équation (1) : $R_B = \frac{F}{\sin \alpha}$

De l'équation (2) : $R_A = P - \frac{F \cos \alpha}{\sin \alpha}$

A.N : $R_A = 63.3N$ et $R_B = 51.38N$

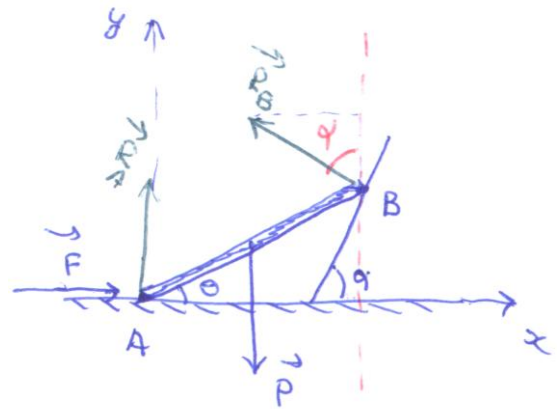
Le moment résultant par rapport B est nul.

$$\sum M_{/B}(\vec{F}_i) = 0$$

$$M_{/B}(\vec{P}) + M_{/B}(\vec{F}) + M_{/B}(\vec{R}_A) + M_{/B}(\vec{R}_B) = 0$$

$$P \frac{L}{2} \cos \theta + FL \sin \theta - R_A L \cos \theta = 0$$

$$tg \theta = \frac{-\left(\frac{P}{2} - R_A\right)}{F} \Rightarrow \theta = \arctg\left(\frac{-\left(\frac{P}{2} - R_A\right)}{F}\right), \text{ A.N : } \theta = 22.7^\circ$$



Exercice N°4 :

Détermination de la hauteur maximum :

Le système donné est en équilibre statique. La somme des forces est nulle :

$$\sum \vec{F}_i = \vec{0}$$

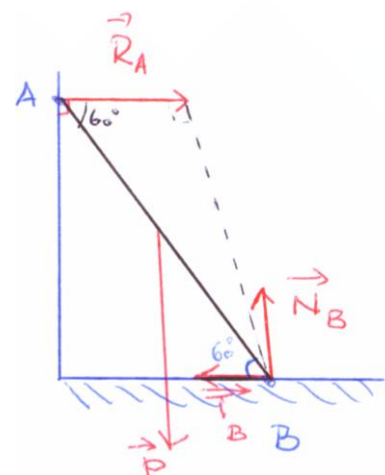
$$\vec{P} + \vec{R}_A + \vec{T} + \vec{N}_B = \vec{0}$$

La projection sur les axes du repère (xoy) :

Sur l'axe ox : $T - R_A = 0 \dots\dots (1)$

Sur l'axe oy : $N_B - P = 0 \dots\dots (2)$

Avec la force de frottement $T = \mu N_B$ et le coefficient de frottement $\mu = tg \varphi$



De (1) et (2) on obtient : $R_A = \mu N_B = \mu P$

Le moment résultant par rapport au point B est nul :

$$\sum M_{/B}(\vec{F}_i) = 0$$

$$M_{/B}(\vec{P}) + M_{/B}(\vec{R}_A) = \vec{0}$$

$$Ph \cos 60 - R_A L \sin 60 = 0$$

$$Ph \cos 60 - \mu PL \sin 60 = 0, \text{ donc } h = \mu L \tan 60, \quad \text{A.N : } h = 3.2m$$