Solution T.D. N°3

Rappel

Centre de masse d'un système fait de particules :

Les coordonnées de masse dans un repère orthonormé:

$$x_G = \frac{1}{m}\sum_i m_i x_i \ ; \ y_G = \frac{1}{m}\sum_i m_i y_i \ , \ z_G = \frac{1}{m}\sum_i m_i z_i$$

Centre de masse d'un système continu :

$$x_G = \frac{\int xdm}{m} \ , \ y_G = \frac{\int ydm}{m} \ , \ z_G = \frac{\int zdm}{m}$$

Où m est la masse totale, $m = \sum_i m_i$. Elle s'exprime en fonction de la géométrie du corps :

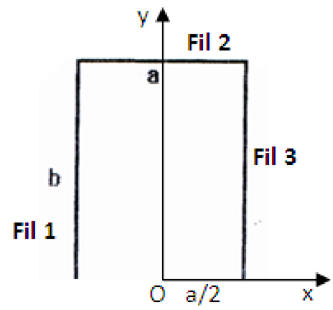
$m = \mu L$, μ densité linéaire de masse et L Longueur du corps

$m = \sigma S$, σ densité surfacique de masse et S Surface du corps

$m = \rho V$, ρ densité volumique de masse et V Volume du corps

Exercice N°1 :

Coordonnées du centre de masse des plaques homogènes suivantes :

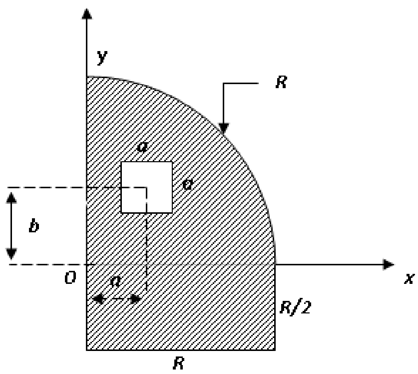


(1) Par symétrie $x_G = 0$.

(m)	Fil1	Fil 2	Fil 3
x_i	0	0	0
y_i	b/2	b	b/2
m_i	λ b	λ a	λ b

$$y_G = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2 + y_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

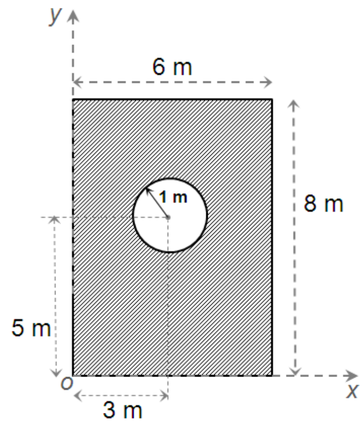
(2)



(m)	Rectangle	cercle
x_i	3	3
y_i	4	5
m_i	σ 48	σ3.14

$$x_G = \frac{x_1 m_1 - x_2 m_2}{m_1 - m_2}$$ $$y_G = \frac{y_1 m_1 - y_2 m_2}{m_1 - m_2}$$ $$(x_G, y_G) = (3, 3.9)$$

(3)

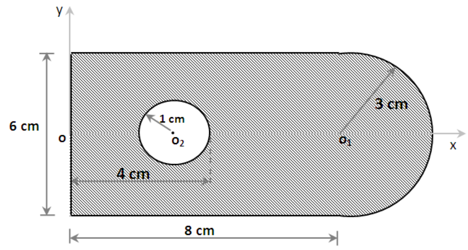


(m)	carré	rectangle	¼ cercle
x_i	a	R/2	4R/3π
y_i	b	-R/4	4R/3π
m_i	$\sigma\ a^2$	$\sigma R^2/2$	$\sigma\ \pi R^2/4$

$$x_G = \frac{-x_1m_1+x_2m_2+x_3m_3}{-m_1+m_2+m_3}$$

$$y_G = \frac{-y_1m_1+y_2m_2+y_3m_3}{-m_1+m_2+m_3}$$

(4) Par symétrie $y_G = 0$



(m)	rectangle	½ cercle	cercle
x_i	4	9.27	3
y_i	0	0	0
m_i	σ 48	σ14.13	σ 3.14

$$x_G = \frac{x_1m_1+x_2m_2-x_3m_3}{m_1+m_2-m_3}$$

$(x_G, y_G) = (5.13, 0)$