

## Chapitre V

# Commande par Backstepping

### V.1. INTRODUCTION

La plupart des systèmes physiques (procédés) qui nous entourent sont non linéaires. Bien souvent, ces non linéarités sont faibles ou ne sont pas visibles sur la plage d'opérations de ces procédés. Le souci constant d'améliorer les performances des systèmes commandés conduit à des modélisations de plus en plus précises qui permettent de répondre sur une plus large plage d'opérations. C'est à ce moment que les non linéarités se font sentir et rendent les outils d'analyse et/ou de synthèse des lois de commande, utilisés dans le domaine linéaire, caduques et absolument incapables de rendre compte de certains phénomènes. C'est pourquoi, depuis quelques années, beaucoup de recherche ont été effectuées dans le domaine de la commande des systèmes non linéaires. Le backstepping [9, 17] fait partie de ces nouvelles méthodes de commande. Cette approche consiste à trouver une fonction de Lyapunov qui permet de déduire une loi de commande pour le système tout en assurant la stabilité globale de la commande.

Ce chapitre présente, dans un premier temps, une brève introduction sur les notions théoriques de stabilité des systèmes non linéaires et du vocabulaire qu'il comporte ces notions de bases sont nécessaires à la compréhension des subtilités de la théorie du backstepping et, dans un deuxième temps, il introduit la synthèse d'une commande par backstepping dédiée au machine asynchrone (MAS) basée sur le principe de l'orientation du flux rotoriques.

### V.2. DESIGN PAR BACKSTEPPING

Le design d'un contrôleur pour un système non linéaire de la forme :

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (V.1)$$

Où le vecteur d'état  $x$  est de dimension élevée, peut souvent s'avérer une tâche difficile, voire impossible. La technique du backstepping offre une méthode systématique pour répondre à ce type de problème. Elle combine la notion de fonction de contrôle de Lyapunov (fcl) avec une procédure récursive de design. Cela permet de surmonter l'obstacle de la dimension et d'exploiter la souplesse de conception dans le cas scalaire pour résoudre les problèmes de commande pour des systèmes d'ordre plus élevé. Ne faisant pas nécessairement appel à la

linéarisation, le backstepping permet, quand il y en a, de conserver les non-linéarités utiles qui, souvent, aident à conserver des valeurs finies du vecteur d'état. Cette technique suppose que l'on est en mesure de trouver au moins pour un système scalaire, une loi de commande  $u$  et une fonction de contrôle de Lyapunov  $V(x)$  qui stabilise son origine. [18]-[20].

La méthode consiste à fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués d'ordre décroissant. Le calcul de la fonction de Lyapunov s'effectue, ensuite, récursivement en partant de l'intérieur de la boucle. A chaque étape, l'ordre du système est augmenté et la partie non stabilisée lors de l'étape précédente est traitée. À la dernière étape, la loi de commande est trouvée. Celle-ci permet de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé tout en travaillant en poursuite et en régulation.

Contrairement à la plupart des autres méthodes, le backstepping n'a aucune contrainte au niveau du type de non linéarité. Cependant, le système doit se présenter sous la forme dite paramétrique pure. Les équations d'un tel système sont données par

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \{_1(x_1)^T [ +\mathbb{E}_1(x_1)x_2 \\
 \dot{x}_2 &= \{_2(x_1, x_2)^T [ +\mathbb{E}_2(x_1, x_2)x_3 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= \{_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})^T [ +\mathbb{E}_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})x_n \\
 \dot{x}_n &= \{_n(x_1, x_2, \dots, x_n)^T [ +\mathbb{E}_n(x_1, x_2, \dots, x_n)u \\
 y &= x_1
 \end{aligned} \tag{V.2}$$

Où  $[$  est un vecteur de paramètres constants,  $\{_i$  et  $\mathbb{E}_i$  sont des fonctions non linéaires connues.  $\{_i(0) = 0$  et  $\mathbb{E}_n(x) \neq 0 \forall x \in \mathfrak{R}^n$

Dans le cas où le système à commander fait partie de la classe plus restrictive des systèmes dits à forme paramétrique stricte ( $\mathbb{E}_i = 1$ ), les propriétés de poursuite et de régulation obtenues sont globales [15]. Pour les systèmes à forme paramétrique pure, l'étendue de la validité de ces propriétés dépend du domaine de définition des transformations géométriques (difféomorphismes) qui permettent de ramener le système sous la forme stricte. Dans le cas où ce domaine est  $\mathfrak{R}^n$ , les propriétés sont également globales.

### Remarque (Simplification)

Pour toutes les méthodes qui seront présentées, la procédure de design restera la même, pour les systèmes d'ordre  $n \geq 3$ . Afin de simplifier les expressions, les systèmes utilisés seront d'ordre 3. Les résultats généraux (ordre  $n$ ) seront toutefois donnés. Il faut noter que le nombre des étapes, nécessaires à la construction de la commande, de la fcl et éventuellement de la loi d'adaptation, est égal à l'ordre du système [7, 15,21].

### V.2.1 Algorithme de base

Afin d'illustrer le principe de la méthode du backstepping, on considère le cas des systèmes non linéaires de la forme [22]:

$$\dot{x}_1 = \{_1(x_1)^T [ +\mathbb{E}_1(x_1)x_2 \quad (\text{V.3})$$

$$\dot{x}_2 = \{_2(x_1, x_2)^T [ +\mathbb{E}_2(x_1, x_2)x_3 \quad (\text{V.4})$$

$$\dot{x}_3 = \{_3(x_1, x_2, x_3)^T [ +\mathbb{E}_3(x_1, x_2, x_3)u \quad (\text{V.5})$$

Le vecteur des paramètres  $[$  est supposé connu. On désire faire suivre à la sortie  $y = x_1$  le signal de référence  $y_r$  où  $\dot{y}_r$ ,  $\ddot{y}_r$  et  $\ddot{y}_r$  sont supposées connues et uniformément bornées. Le système étant du troisième ordre, le design s'effectue en trois étapes.

#### Étape 1

On considère d'abord l'équation (V.3), où la variable d'état  $x_2$  est traitée comme une commande (*fictive* !) et l'on définit la première valeur désirée  $x_1^d = r_0 = y_r$ .

La première variable d'erreur se définit par :

$$e_1 = x_1 - x_1^d = x_1 - r_0 \quad (\text{V.6})$$

Avec ces variables, le système (V.3) s'écrit :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{r}_0 = \{_1(x_1)^T [ +\mathbb{E}_1(x_1)x_2 - \dot{r}_0 \quad (\text{V.7})$$

Pour un tel système, il a été montré dans chapitre précédent (IV.16) que la fonction quadratique

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{V.8})$$

Constitue un bon choix de fcl. Sa dérivée, le long de la solution de (V.8), est donnée par :

$$\dot{V}_1(e_1) = e_1 \cdot \dot{e}_1 = e_1 \cdot (\{_1(x_1)^T [ +\mathbb{E}_1(x_1)x_2 - \dot{r}_0) \quad (\text{V.9})$$

Un choix judicieux de  $x_2 u$  rend  $\dot{V}_1(e_1)$  négative et assure la stabilité asymptotique de l'origine du sous-système. Prenons comme valeur de  $x_2$  la fonction  $r_1$  telle que:

$$\{_1(x_1)^T [ +\mathbb{E}_1(x_1)r_1 - \dot{r}_0 = -k_1 e_1 \quad , \quad k_1 > 0 \quad (\text{V.10})$$

Ce qui donne :

$$\dot{x}_2^d = r_1 = \frac{1}{\mathbb{E}_1(x_1)} (\{1(x_1)^T [ + r_0 - k_1 e_1) \quad (\text{V.11})$$

La dérivée s'écrit alors:

$$\dot{V}_1(e_1) = -k_1 e_1^2 \leq 0 \quad (\text{V.12})$$

d'où la stabilité asymptotique de l'origine de (V.6).

## Étape 2

On considère les sous-systèmes (V.6)-(V.7) et l'on définit la nouvelle variable d'erreur

$$e_2 = x_2 - x_2^d = x_2 - r_1 \quad (\text{V.13})$$

qui représente l'écart entre la variable d'état  $x_2$  et sa valeur désirée  $r_1$ . À cause du fait que  $x_2$  ne peut être forcée à prendre instantanément une valeur désirée, en l'occurrence  $r_1$ , l'erreur  $e_2$  n'est pas, instantanément, nulle. Le design dans cette étape consiste, alors, à forcer  $e_2$  à s'annuler avec une certaine dynamique, choisie au préalable.

Les équations du système à commander, dans l'espace  $(e_1, e_2)$ , s'écrivent :

$$\dot{e}_1 = \{1^T [ + \mathbb{E}_1 \cdot (e_2 + r_1) - r_0 \quad (\text{V.14})$$

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{r}_1 = \{2^T [ + \mathbb{E}_2 x_3 - r_1 \quad (\text{V.15})$$

pour lequel on choisit comme fonction de Lyapunov

$$V_2(e_1, e_2) = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{V.16})$$

Cette dernière a pour dérivée, le long de la solution de (V.14)-(V.15)

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_1, e_2) &= e_1 (\{1^T [ + \mathbb{E}_1 \cdot (e_2 - r_1) - r_0) + e_2 (\{2^T [ + \mathbb{E}_2 x_3 - r_1) \\ &= e_1 (\{1^T [ + \mathbb{E}_1 r_1 - r_0) + e_2 (\{2^T [ + \mathbb{E}_2 x_3 - r_1 + \mathbb{E}_1 e_1) \quad (\text{V.17}) \\ &= -k_1 e_1^2 + e_2 (\{2^T [ + \mathbb{E}_2 x_3 - r_1 + \mathbb{E}_1 e_1) \end{aligned}$$

Le choix de la valeur désirée de  $x_3$  devient évident. Ce dernier est donné par :

$$x_3^d = r_2 = \frac{1}{\mathbb{E}_2} (-k_2 e_2 - \{2^T [ + r_1 - \mathbb{E}_1 e_1) \quad (\text{V.18})$$

où  $k_2 > 0$ ,  $r_1$  calculée analytiquement.

$$r_1 = \frac{\partial r_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial r_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial r_1}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r \quad (\text{V.19})$$

Un tel choix permet de réduire la dérivée :

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \leq 0 \quad (\text{V.20})$$

ce qui assure la stabilité asymptotique de l'origine de (V.14) et (V.15).

### Étape 3

Le système (V.3)-(V.5) est maintenant considéré dans sa globalité. La variable d'erreur

$$e_3 = x_3 - x_3^d = x_3 - r_2 \quad (\text{V.21})$$

est définie, ce qui permet d'écrire les équations du système, dans l'espace des erreurs  $(e_1, e_2, e_3)$

$$\dot{e}_1 = \{1\}^T [ +\mathbb{E}_1 \cdot (e_2 + r_1) - \dot{r}_0 \quad (\text{V.22})$$

$$\dot{e}_2 = \{2\}^T [ +\mathbb{E}_2 \cdot (e_3 + r_2) - \dot{r}_1 \quad (\text{V.23})$$

$$\dot{e}_3 = \{3\}^T [ +\mathbb{E}_3 u - \dot{r}_2 \quad (\text{V.24})$$

Avec comme fonction de Lyapunov :

$$V_3(e_1, e_2, e_3) = V_2 + \frac{1}{2} e_3^2 \quad (\text{V.25})$$

la dérivée, le long de la solution de (3.22)-(3.24), devient :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_3 (\{3\}^T [ +\mathbb{E}_3 u - \dot{r}_2 + \mathbb{E}_2 e_2) \quad (\text{V.26})$$

À présent, on est en présence de la vraie commande (qui, contrairement à  $x_2$  et  $x_3$ , peut être instantanément forcée à prendre n'importe quelle valeur désirable-physiquement réalisable-). Un bon choix de celle-ci est donné par :

$$u = \frac{1}{\mathbb{E}_3} (-k_3 e_3 - \{3\}^T [ +\dot{r}_2 - \mathbb{E}_2 e_2) \quad (\text{V.27})$$

Où  $k_3 > 0$ ,  $\dot{r}_2$  calculée analytiquement. Avec ce choix, on a :

$$\dot{V}_3 \leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 \leq 0 \quad (\text{V.28})$$

D'où la stabilité asymptotique de l'origine de (V.22)-(V.24). Ceci se traduit par la stabilité, en boucle fermée, du système originel (V.14)-(V.15) et le réglage à zéro de l'erreur de poursuite  $y - y_r$ . Les deux principaux objectifs du design sont alors atteints.

### Remarque

Les paramètres de design  $k_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), sont directement liés à la position de pôles de la boucle fermée. Leur choix permet de faire un placement des pôles, fixant ainsi la dynamique en régulation de cette boucle.

### V.2.2. Exemple

Soit à stabiliser l'origine le système :

$$\dot{x}_1 = x_1^2 - x_1^3 + x_2 \quad (\text{V.29})$$

$$\dot{x}_2 = x_3 \quad (\text{V.30})$$

$$\dot{x}_3 = u \quad (\text{V.31})$$

#### Étape 1

Le sous-système (3.29) est considéré en premier lieu. Étant donné que  $r_0 = 0$ , on prend comme fonction de commande de Lyapunov

$$V_1(x_1) = \frac{1}{2} x_1^2 \quad (\text{V.32})$$

Sa dérivée, le long de la solution de (V.32), est donnée par :

$$\dot{V}_1(x_1) = x_1 \cdot \dot{x}_1 = x_1(x_1^2 - x_1^3 + x_2) \quad (\text{V.33})$$

Avec le choix (qui préserve les non-linéarités utiles, ie  $-x_1^3$ .)

$$x_2^d = r_1 = -x_1^2 - x_1 \quad (\text{V.34})$$

la dérivée s'écrit :

$$\dot{V}_1(x_1) = x_1(x_1^2 - x_1^3 - x_1^2 - x_1) = -x_1^4 - x_1^2 \leq -x_1^2 \quad (\text{V.35})$$

Ce qui implique que l'origine de (V.29) est globalement asymptotiquement stable.

#### Étape 2

Cette fois, on considère (V.29)-(V.30) et l'on définit la nouvelle variable :

$$e_2 = x_2 - r_1 = x_2 + x_1^2 + x_1 \quad (\text{V.36})$$

Le sous-système (3.29)-(3.30) s'écrit alors :

$$\dot{x}_1 = -x_1 - x_1^3 + r_1 + e_2 \quad (\text{V.37})$$

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{r}_1 = x_3 - \dot{r}_1 \quad (\text{V.38})$$

Si l'on prend pour fcl

$$V_2(x_1, e_2) = \frac{1}{2} x_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{V.39})$$

sa dérivée le long de la solution de (V.37)-(V.38) est donnée par :

$$V_2(x_1, e_2) = x_1 \dot{x}_1 + e_2 \dot{e}_2 = -x_1^4 - x_1^2 + e_2(x_3 - \dot{r}_1 + x_1) \quad (\text{V.40})$$

Il suffit, à présent, de choisir la valeur désirée  $r_2$  de  $x_3$  pour rendre négative cette dérivée. Un tel choix est donné par :

$$x_3^d = r_2 = \dot{r}_1 - x_1 - k_2 e_2 \quad (\text{V.41})$$

Où :  $\dot{r}_1 = -(2x_1 + 1)\dot{x}_1 = -(2x_1 + 1)(x_1^2 - x_1^3 + x_2)$

### Étape 3

Tout le système (V.29)-(V.31) est maintenant considéré. On définit la nouvelle variable d'erreur

$$e_3 = x_3 - x_3^d = x_3 - r_2 \quad (\text{V.42})$$

Ce qui permet d'écrire le système (V.29)-(V.31) sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 - x_1^3 + r_1 + e_2 \\ \dot{e}_2 &= x_3 - \dot{r}_1 + r_2 \\ \dot{e}_3 &= u - \dot{r}_2 \end{aligned} \quad (\text{V.43})$$

Le choix de la fcl :

$$V_2(x_1, e_2, e_3) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2}e_3^2 \quad (\text{V.44})$$

et le calcul de sa dérivée le long de la trajectoire de (V.43), de la même manière qu'à l'étape 2, permet d'obtenir la commande qui assure la stabilité asymptotique de l'origine du système. Après calcul et simplification (avec  $k_1 = k_2 = k_3 = 1$ ), cette commande est donnée par :

$$u = \dot{r}_2 - e_2 - e_3 = \frac{\partial r_2}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial r_2}{\partial x_2} \dot{x}_2 - e_2 - e_3 \quad (\text{V.45})$$

$$\Rightarrow u = \frac{\partial r_2}{\partial x_1} (x_1^2 - x_1^3 + x_2) + \frac{\partial r_2}{\partial x_2} x_3 - (x_2 - r_1) - (x_3 - r_2) \quad (\text{V.46})$$

## V.3 COMMANDE PAR BACKSTEPPING BASEE SUR LE PRINCIPE DE LA COMMANDE VECTORIEL

L'approche du backstepping, que nous allons appliquer pour la commande de la machine asynchrone, est basée sur le principe de l'orientation du flux rotorique [23]. Dans ce qui va suivre, nous allons tout d'abord présenté dans un premier temps un bref historique du backstepping. Dans un deuxième temps donner le principe de la commande vectorielle, Finalement, l'application du backstepping à la commande de la machine.

### V.3.1 Introduction au backstepping

Le backstepping a été développé par Kanellakopoulos [25] et inspiré par les travaux de Feurer & Morse [26] d'une part et Kokotovic & Sussmann [20] d'autre part. Elle offre une méthode systématique pour effectuer le design d'un contrôleur pour Les systèmes non linéaires. L'idée consiste à calculer une loi de commande afin de garantir que la dérivée d'une certaine fonction (de Lyapunov) soit définie positive et que se dérivée soit toujours négative. La méthode consiste à fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués d'ordre décroissant. Le calcul de la fonction de Lyapunov s'effectue, ensuite, récursivement en partant de l'intérieur de la boucle. A chaque étape, l'ordre du système est augmenté et la partie non stabilisée lors de l'étape précédente est traitée. À la dernière étape, la loi de commande est trouvée. Celle-ci permet de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé tout en travaillant en poursuite et en régulation.

### V.3.2 Modèle le la MAS

Le modèle de la machine asynchrone dans le repère  $(d-q)$  est donné par [24]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1 x_1 + \dot{n}_s x_2 + a_2 x_3 + b u_1 \\ \dot{x}_2 = -\dot{n}_s x_1 + a_1 x_2 + a_4 x_3 x_4 + b u_2 \\ \dot{x}_3 = a_8 x_3 + a_{10} x_1 \\ \dot{x}_4 = a_{14} x_2 x_3 + a_{15} x_4 + d C_r \end{cases} \quad (\text{V.47})$$

Avec :

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [i_{sd} \ i_{sq} \ \Phi_d \ \check{S}_r]^T ; \ \Phi_d = \Phi_{rd} ; \ \dot{n}_s = \frac{d n_s}{dt} = \check{S}_r + a_7 \cdot \frac{x_2}{x_3}$$

### V.3.3 Application du backstepping à la commande de la MAS

La technique de commande par backstepping est une méthode de synthèse en non linéaire quand il est difficile d'appliquer la méthode directe de lyapunov. L'application du backstepping à la commande de la machine est divisée en deux étapes [11, 23, 24].

#### Etape 1

Cette première étape consiste à identifier les erreurs  $v_1$  et  $v_2$  qui représentent respectivement l'erreur entre la vitesse électrique réelle  $\check{S}_r$  et la vitesse électrique de référence  $\check{S}_r^d$  ainsi que le module du flux rotorique  $\Phi_d$  et celui de référence  $\Phi_d^d$ .

$$\begin{aligned} v_1 &= x_4^d - x_4 \\ v_2 &= x_3^d - x_3 \end{aligned} \quad (\text{V.48})$$

La dérivée de l'erreur est donnée par:

$$\begin{aligned}\dot{v}_1 &= \dot{x}_4^d - \dot{x}_4 = \dot{x}_4^d - a_{14} \cdot x_2 x_3 - a_{15} x_4 - dC_r \\ \dot{v}_2 &= \dot{x}_3^d - \dot{x}_3 = \dot{x}_3^d - a_8 x_3 - a_{10} x_1\end{aligned}\quad (\text{V.49})$$

La première fonction de Lyapunov est définie par:

$$V_1 = \frac{1}{2}(v_1^2 + v_2^2) \quad (\text{V.50})$$

On choisie les fonctions stabilisantes comme suit:

$$\begin{aligned}(x_2)_{ref} &= \frac{1}{a_{14} x_3} (k_1 v_1 + \dot{x}_4^d) - a_{15} x_4 - dC_r \\ (x_1)_{ref} &= \frac{1}{a_{10}} (k_2 v_2 + \dot{x}_3^d - a_8 x_3)\end{aligned}\quad (\text{V.51})$$

$$\text{Ou : } x_3 = \sqrt{\Phi_{r_r}^2 + \Phi_{r_s}^2} > 0$$

Alors la dynamique des erreurs est donnée par:

$$\dot{v}_1 = -k_1 v_1 ; \dot{v}_2 = -k_2 v_2 \quad (\text{V.52})$$

La dérivée de la fonction de lyapunov par rapport au temps est:

$$\dot{V}_1 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 \leq 0 \quad (\text{V.52})$$

Avec :  $k_1 > 0$ ,  $k_2 > 0$

## Etape 2

Dans cette étape, on définit deux nouvelles erreurs des composantes du courant statorique données par :

$$v_3 = (x_2)_{ref} - x_2 = \frac{1}{a_{14} x_3} \cdot (k_1 v_1 + \dot{x}_4^d) - a_{15} x_4 - dC_r - x_2 \quad (\text{V.53})$$

$$v_4 = (x_1)_{ref} - x_1 = \frac{1}{a_{10}} (k_2 v_2 + \dot{x}_3^d - a_8 x_3) - x_1 \quad (\text{V.54})$$

Alors l'équation (V.49) sera de la forme:

$$\begin{aligned}\dot{v}_1 &= -k_1 v_1 + a_{14} \cdot v_3 \\ \dot{v}_2 &= -k_2 v_2 + a_{10} \cdot v_4\end{aligned}\quad (\text{V.55})$$

La dérivée de (V.53) et (V.54) nous donne:

$$\dot{v}_3 = (\dot{x}_2)_{ref} - \dot{x}_2 = (\dot{x}_2)_{ref} - f_2(x) - bu_2 \quad (\text{V.56})$$

$$\dot{v}_4 = (\dot{x}_1)_{ref} - \dot{x}_1 = (\dot{x}_1)_{ref} - f_1(x) - bu_1 \quad (\text{V.57})$$

Où :  $f_1(x) = a_1x_1 + \dot{x}_2 + a_2x_3$  et  $f_2(x) = -\dot{x}_1 + a_1x_2 + a_5x_3x_4$

Pour définir les lois de commande, on adopte une nouvelle fonction de Lyapunov décrite par l'expression suivante:

$$V_2 = \frac{1}{2}(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2) \quad (\text{V.58})$$

Ainsi la dérivée de la fonction de Lyapunov finale est :

$$\dot{V}_2 = v_1\dot{v}_1 + v_2\dot{v}_2 + v_3\dot{v}_3 + v_4\dot{v}_4 \quad (\text{V.59})$$

Sa dérivée est donnée par:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1v_1^2 - k_2v_2^2 - k_3v_3^2 - k_4v_4^2 + v_3(k_3v_3 + (\dot{x}_2)_{ref} - f_2(x) - bu_2) \\ & + v_4(k_4v_4 + (\dot{x}_1)_{ref} - f_1(x) - bu_1) \end{aligned} \quad (\text{V.60})$$

Où :  $k_3 > 0$ ,  $k_4 > 0$

On choisie la commande comme suit :

$$\begin{aligned} u_1 = V_{sd} &= \frac{1}{b}((\dot{x}_1)_{ref} + k_4v_4 - f_1(x)) \\ u_2 = V_{sq} &= \frac{1}{b}((\dot{x}_2)_{ref} + k_3v_3 - f_2(x)) \end{aligned} \quad (\text{V.61})$$

La dérivée de l'erreur  $v_3$  et  $v_4$  sera comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{v}_3 &= -k_3v_3 - a_{14}x_3v_1 \\ \dot{v}_4 &= -a_{10}v_2 - k_4v_4 \end{aligned} \quad (\text{V.61})$$

Donc à partir de l'équation (V.55) et (V.61) on peut écrire :

$$\dot{g} = A.g \quad (\text{V.62})$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 & a_{14} & 0 \\ 0 & -k_2 & 0 & a_{10} \\ -a_{14}x_3 & 0 & -k_3 & 0 \\ 0 & -a_{10} & 0 & -k_4 \end{bmatrix} \text{ et } g = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix}$$

## V.4 STRUCTURE GENERALE DE LA COMMANDE

La figure (III.4) représente le principe de la commande par backstepping de la machine asynchrone. La première étape de la commande par backstepping consiste à générer les courants de référence  $(i_{sd})_{ref}$  et  $(i_{sq})_{ref}$ , représentant la

commande fictive. L'erreur entre ces références et les grandeurs réelles des courants résulte de nouvelles erreurs  $v_3$  et  $v_4$ . Enfin on adapte la loi de commande  $V_{sd}$  et  $V_{sq}$  à partir de l'équation (V.61) pour assurer la stabilité de la machine.

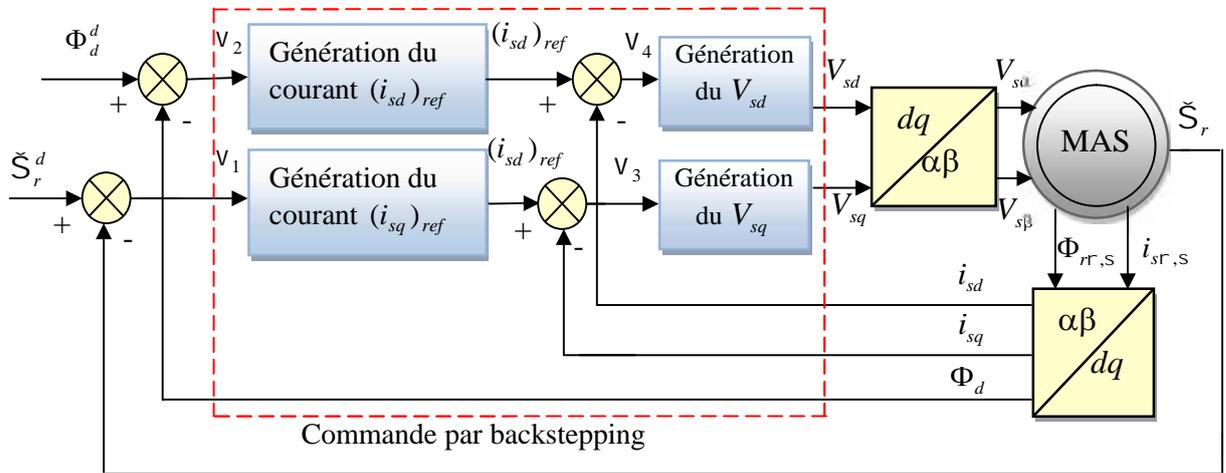


Figure V.1 Principe de la commande par backstepping de la machine asynchrone.

**Remarque**

Il suffit de manipuler les quatre gains de réglages  $k_i$  ( $i=1,2,\dots$ ) pour aboutir aux meilleurs résultats. Néanmoins cette commande présente une insuffisance quant au rejet de l'effet des défauts malgré l'augmentation de la robustesse (cette dernière a permis de diminuer l'erreur sur la vitesse et le flux mais n'annule pas l'effet de défauts sur les courants dans le cas de la MAS).

**V.5 CONCLUSION**

Ce chapitre donne quelques notions théoriques de stabilité des systèmes non linéaires ces notions de bases sont nécessaires à la compréhension des subtilités de la commande par backstepping basé sur la théorie de Lyapunov et, dans un deuxième temps, il introduit la synthèse d'une commande par backstepping pour un système académique (avec un exemple de base) pour la bonne compréhension de cette commande. En fin, l'application de cette stratégie de commande aux machines asynchrones (MAS) basée sur le principe de l'orientation du flux rotoriques fait l'objet de la dernière partie.