Module : Traitement numérique de signal — Enseignant : A. Herizi

Classe : 1er année Master robotique — TD : N°5

Exercice 01 :

Soit $x(t)$ un processus stochastique continu donné par sa moyenne $m_x(t)$ et sa matrice de corrélation $R_x(t,\tau)$.

1. Calculer la moyenne et la variance des v.a. $z = x(5)$ et $w = x(8)$ ainsi que la covariance.

Exercice 2 :

Soit le processus stochastique $x(t) = r\,cos(\omega t + \varphi)$ où ω est une v.a. de densité de probabilité $p_\omega(\alpha)$ et φ est une v.a. uniformément distribuée sur $[-\pi, \pi]$, ω et φ sont indépendantes. r est une variable réelle.

1. Calculer la moyenne et la corrélation de $x(t)$.

Exercice 03 :

Soit le processus stochastique $x(t) = r\,cos(\omega t + \varphi)$ où r est une v.a., φ et ω sont des variables réelles.

1. $x(t)$ est-il stationnaire au sens large ?

Exercice 04 :

Soit le processus stochastique $x(t) = r\,cos(\omega t + \varphi)$ où φ est une v.a. uniformément distribuée sur $[-\pi, \pi]$. r et ω des variables réelles.

1. Montrer que $x(t)$ est stationnaire au sens large.
2. Montrer que le processus est à moyenne et à corrélation ergodiques.

Exercice 05 :

On définit une certaine classe de signaux $y(t)$ par :

$$y(t) = rx(t)\,cos(\omega_p t + \varphi)$$

où $x(t)$ est un signal aléatoire stationnaire modulant une porteuse sinusoïdale $r\,cos(\omega_p t + \varphi)$. La moyenne de $x(t)$ est nulle, sa corrélation est $R_x(\tau)$ et sa densité spectrale de puissance est $S_x(\omega)$. r et ω sont des constantes alors que φ est uniformément répartie sur $[0,2\pi]$.

En supposant que φ et $x(t)$ sont indépendants.

1. Calculer la valeur moyenne, la corrélation et le spectre de puissance de $y(t)$.

Exercice 06 :

On considère le processus aléatoire $y(t)$ défini par :

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)d\tau$$

où $x(t)$ est donnée par $x(t) = A\,cos(\omega t)$, ω étant constante et A vérifiant une loi normale $A \sim N(0, \sigma^2)$.

1. Déterminer la fonction densité de probabilité de $y(t)$ à l'instant t_k.

Exercice 07 :

On considère le processus stochastique $x(t) = a + bt$ où $a \sim N(0, \sigma_a^2)$ et $b \sim N(0, \sigma_b^2)$.

1. Calculer la densité de probabilité conjointe de $x(t)$ sur la partition $\{t_1, \cdot\cdot\cdot, t_n\}$.