IV.1 Conduction unidirectionnelle en régime variable sans changement d'état

IV.1.1 Milieu à température uniforme

On va étudier le transfert de chaleur vers un milieu supposé **à température uniforme**. Soit par exemple le refroidissement d'une bille métallique qui consiste à immerger une bille initialement à la température **To** dans un bain à température **Tf** maintenue constante. Si l'on suppose que la température à l'intérieur de la bille est uniforme, ce qui sera d'autant plus vrai que sa dimension est petite et sa conductivité thermique élevée, on peut écrire le bilan thermique de cette bille entre deux instants **t** et **t + dt ,** on utilise l'équation générale de la conduction écrit en chapitre II, alors :

$$\rho.c_p \frac{\partial T}{\partial t} = P + div(\lambda \overrightarrow{gradT})$$

P=0 pas de source d'énergie

on néglige le transfert par conduction dans la bille, parce que ces dimensions sont très petite ,

il reste que le transfert par convection entre la bille et le fluide (loi de Newton) . Alors:

$$\rho.c_p V \frac{dT}{dt} = -hs(T - T_f) \qquad \text{(IV.1)}$$

tel que:

h est le coefficient d'échange thermique par convection du fluide

S est la surface d'échange (surface de la bille) et **V** est son volume

posons $\theta = (T\text{-}Tf)$ et $\frac{dT}{dt} = \frac{d\theta}{dt}$ puisque T_f est constante

on remplace dans (IV.1) : $\rho c_p V \frac{d\theta}{dt} = -hs\theta$

et encore : $\frac{d\theta}{\theta} = -\frac{hs}{\rho c_p V} t$ (IV.2)

On intègre l'équation (IV.2) on obtient:

$\theta = (T\text{-}Tf)$ et $\theta_0 = (T_0\text{-}Tf)$

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = -\frac{hs}{\rho c_p V} \int_0^t dt \Rightarrow \ln(\frac{\theta}{\theta_0}) = -\frac{hs}{\rho c_p V} .t$$

$$\frac{\theta}{\theta_0} = e^{-\frac{hs}{\rho C_p . V} t} \quad \text{ou} \quad \frac{T\text{-}T_f}{T_o\text{-}T_f} = e^{-\frac{hs}{\rho C_p . V} t} \qquad \text{(IV.3)}$$

$\theta = (T\text{-}Tf)$ et $\theta_0 = (T_0\text{-}Tf)$

On remarque que le terme $\frac{\rho C_p.V}{hs}$ est homogène à un temps, on l'appellera τ la constante de temps du système, on remplace dans (IV.3) , on a:

$$\frac{T - T_f}{T_o - T_f} = e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \text{(IV.4)}$$

Remarque:

Il est toujours intéressant en physique de présenter les résultats sous forme adimensionnelle, deux nombres adimensionnels sont particulièrement important en régime variable :

1) Le nombre de Biot : Bi= $\frac{\text{Résisance thermique interne}}{\text{Résisance thermique externe}} = \frac{L}{\lambda s} \Big/ \frac{1}{hs} = \frac{h.L}{\lambda}$

L= (V/S), est la dimension caractéristique du milieu ; **L = r** pour une sphère.

L'hypothèse d'uniformité de la température est justifiée lorsque Bi < 0.1

2.) Le nombre de Fourier :

est définie par : $Fo = \frac{\alpha}{L^2} t$ avec $\alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p}$

Le nombre de Fourier caractérise la pénétration de la chaleur en régime variable. La définition de ces deux nombres permet d'écrire l'expression de la température de la bille équation (II.2) sous la forme :

$$\frac{T - T_f}{T_o - T_f} = e^{-Bi.Fo} \qquad \text{(IV.4)}$$

La connaissance du produit des nombres de Biot et de Fourier permet de déterminer l'évolution de la température de la sphère. On considère généralement qu'un système tel que **Bi < 0,1** peut être considéré comme étant à température uniforme.

Application:

Une bille d'Aluminium sphérique de 1 cm de rayon est initialement à une température de 20 C°, on immerge cette bille dans un bain d'eau de température de 80 C°.

1) déterminer la température en fonction de temps

2) au bout combien de temps que la différence de température $\left|(T - T_f)\right|$ atteint 0.5 C° ?

3) Ecrire l'équation de température en fonctions des nombres de Bio et Fourier.

Cp_{Al}=900 J/Kg.K , ρ= 2700 Kg/m^3

CHAP 4 : TRANSFERT DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT

5.1 Généralités. Définitions

Tous les corps, quelque soit leur état : solide, liquide ou gazeux dont la température est supérieure au **0° K (-273.15 C°),** émettent un rayonnement de nature électromagnétique. Cette émission d'énergie s'effectue au perte de l'énergie interne du corps émetteur.

Objet chaud rayonnant

Le rayonnement se propage de manière rectiligne à la vitesse de la lumière, il est constitué de radiations de différentes **longueurs d'onde** comme l'a démontré l'expérience de William Herschel :

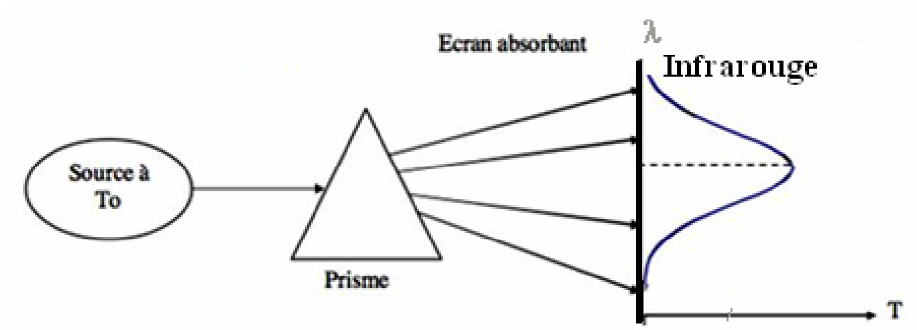


Figure 4.1 : Principe de l'expérience de William Herschel

Le **rayonnement thermique** émis par les corps se situe entre **0,1 et 100 µm**.

*Rayonnement **IR**. :* $0,78\ \mu m < \lambda < 314 \mu m$
*Rayonnement **visible**. :* $0,38\ \mu m < \lambda < 0,78\ \mu m$
*Rayonnement **UV**. :* $0,1\ \mu m < \lambda < 0.39 \mu m$

Rayonnement thermique

0.1 µm   0.38 µm   0.78 µm   100 µm

RX | **UV** | **visible** | **IR**

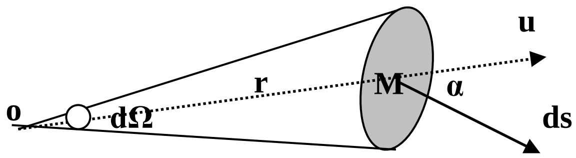
5.1.1 L'angle solide

L'angle solide sous lequel depuis un point O on voit une surface S est par définition l'aire de la surface intersection de la sphère de rayon unité et du cône de sommet O s'appuyant sur le contour de la surface S.

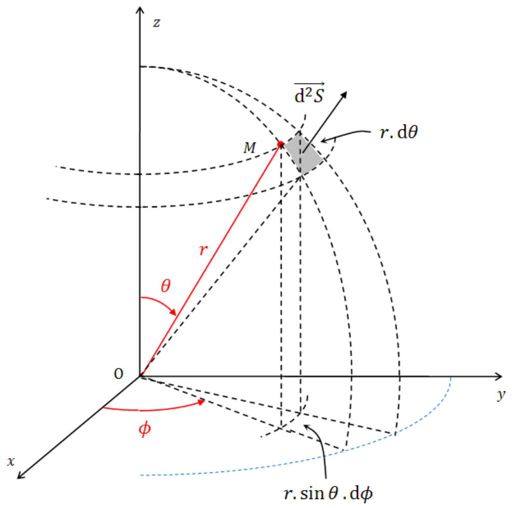
L'angle solide élémentaire d**Ω** sous lequel est vu d'un point O le contour d'une petite surface dS .

L'unité est **Stéradian** (Sr)

$$d\Omega = \frac{d\vec{s}.\vec{u}}{r^2} = \frac{ds.\cos(\alpha)}{r^2} \qquad \text{(V.1)}$$



Pour une sphère de rayon **r**, l'angle solide élémentaire **dΩ** est défini pour un élément de surface élémentaire ds (**ds=r² .dθ.sin (θ).dφ**) par:



dΩ= dθ.sin (θ).dφ .cos(α) ; α=0

l'angle solide pour laquelle on voit toute la sphère au centre O est:

Ω=∫ dφ ∫ sin (θ).dθ= 4π Sr

5.2 Définitions relatives aux **sources**

5.2.1 *Flux thermique*

Le flux énergétique de rayonnement c'est la puissance émise par une source ou reçue par une surface sous forme de rayonnement :

$$\Phi = \frac{dQ}{dt} \qquad \text{(W)}$$

5.2.2 *Emittance énergétique totale (M_T):*

C'est la **densité de flux de chaleur émise** par rayonnement par dS sur **<u>tout le spectre des longueurs d'ondes</u>**. Elle n'est plus fonction que de la température **T** et de la nature de la **source** :

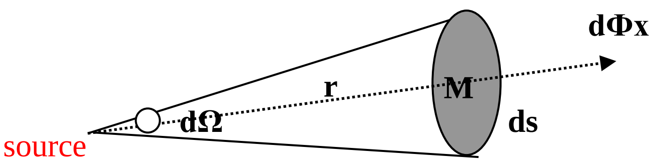
$$M_T = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} M_{\lambda T} d\lambda = \frac{d\Phi_{(émis)}}{dS} \qquad (W/m^2) \qquad (V.2)$$

ou $M_{\lambda T}$ est l'emittance monocromatique à la température T

5.2.2 *Intensité énergétique dans une direction (I_x)*

On appelle intensité énergétique **Ix** le **flux** par unité **d'angle solide émis** par une surface dS dans un angle solide **dΩ** entourant la direction Ox :

$$I_X = \frac{d\Phi_x}{d\Omega} \qquad \text{(W /Sr)} \qquad \text{(V.3)}$$



5.3 Définitions relatives à *un récepteur*

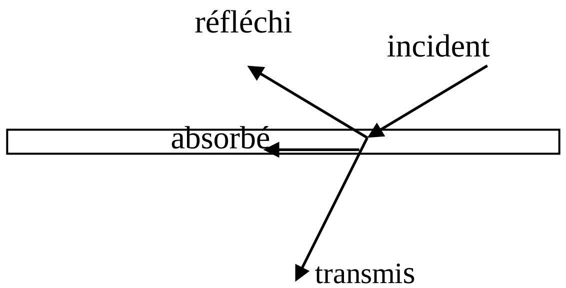
5.3.1 Eclairement (Irradiance)

L'éclairement **est le flux reçu** par unité de surface réceptrice, en provenance de l'ensemble des directions.

$$E_T = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} E_{\lambda T} d\lambda = \frac{d\Phi_{reçu}}{dS} \qquad \text{(W /m}^2\text{)} \qquad \text{(V.4)}$$

5.3.2 Réception du rayonnement par un solide

Quand un rayon **incident** d'énergie $\mathbf{\Phi_i}$ frappe un corps à la température T, une partie $\mathbf{\Phi_r}$ de l'énergie incidente est réfléchi par la surface S, une autre partie $\mathbf{\Phi_a}$ est absorbée par le corps qui s'échauffe et le reste $\mathbf{\Phi_t}$ est transmis et continue son chemin :



Posons :

$\rho = \dfrac{\Phi_r}{\Phi i}$ **: est le coefficient de réflexion thermique**

$\alpha = \dfrac{\Phi_a}{\Phi i}$ **est le coefficient d'absorption thermique**

$\tau = \dfrac{\Phi_t}{\Phi i}$ **est le coefficient de transmission thermique**

Les coefficients précédents sont en fonction de la nature du corps, de son épaisseur, de sa température T, de la longueur d'onde λ du rayonnement incident et de l'angle d'incidence.

On a évidemment : $\mathbf{\Phi_i = \Phi_r + \Phi_a + \Phi_t}$ d'où : $\boldsymbol{\rho + \alpha + \tau = 1}$ (V.6)

5.4 Corps noir, corps gris

5.4.1 Corps noir

C’est un corps qui absorbe tout le **rayonnement incident** quelque soient les longueurs d’onde et les directions de propagation

Donc : $\boldsymbol{\alpha_\lambda = 1}$

Sans en réfléchir ni transmettre aucune fraction :

$\boldsymbol{\rho_\lambda = 0}$ **,** $\boldsymbol{\tau_\lambda = 0}$

A une température donnée, un corps noir rayonne le maximum d'énergie pour chaque longueur d'onde. Une surface enduite de noir de fumée est approximativement un corps noir.

5.4.2 Corps gris

C’est objet idéal qui absorberait l’énergie électromagnétique qu’il recevrait comme le corps noir mais avec un taux de réflexion constant plus de zéro, dont le spectre électromagnétique ne dépend que de sa température.

5.5 Lois du rayonnement

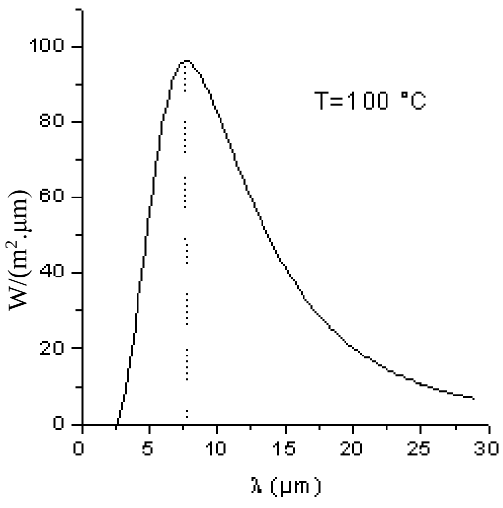
4.5.1 Rayonnement du corps noir

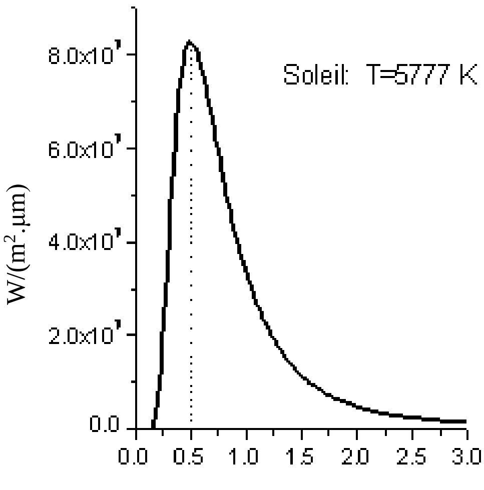
<u>Emittance monochromatique</u> (M_λ)

Elle est donnée par la **loi de Planck** :

$$M_\lambda^O = \frac{C_1 . \lambda^{-5}}{e^{\frac{C2}{\lambda T}} - 1} \qquad (\mathbf{W.m^{-3}}) \qquad (V.7)$$

Avec :
C1= 3,742.10^{-16} W.m^2
C2 = 1,4385.10^{-2} m.K





REMARQUE :

D'après les deux courbes précédentes , on remarque qu'à chaque température T correspond une courbe ayant un **maximum** pour une valeur $\boldsymbol{\lambda_{max}}$ de la longueur d'onde.

$$\boldsymbol{\lambda_{max} = 2{,}897.10^{-3}/T} \quad \text{et} \quad M^{o}_{\lambda max} = 0.410\left(\frac{T}{10}\right)^{5} \qquad (V.8)$$

Pour le Soleil (**T ≈ 5777** K), 90% de l'énergie est émise entre 0,31 et 2,5 µm, le maximum étant situé dans le spectre visible. Par contre, un corps noir à 373 K (100°C) a son émission maximale vers λ= 8 µm dans l'IR.

Emittance totale M^{o}_{T}

L'intégration de la formule de Planck (4.5) pour toutes les longueurs d'onde donne l'émittance totale M^{o}_{T} du corps noir qui n'est plus fonction que de la température T , on obtient la loi de Stefan-Boltzmann :

$$M^{O}_{T} = \sigma T^{4} \qquad (V.9)$$

avec . $\boldsymbol{\sigma = 5{,}675.10^{-8}}$ (W.m^{-2}.**K**$^{-4}$) (constantes de Boltzmann)

5.5.2 *Rayonnement des corps non noirs (gris)*

Facteur d'émission ou émissivité

C'est le rapport entre l'énergie rayonnée par un matériau et l'énergie rayonnée par un corps noir à la même température. Ainsi un corps noir idéal a une émissivité de 1 (**ε** = 1) alors que n'importe quel matériau réel à une émissivité inférieure à 1 (**ε < 1**).

$$\varepsilon = \frac{M_{T}}{M^{O}_{T}} \qquad (V.10)$$

Or : $\boldsymbol{M_T = \varepsilon\, M^{o}_{T}}$, nous en déduisons l'émittance du corps gris à la température T :

$$\boldsymbol{M_T = \varepsilon\, \sigma T^4} \qquad (V.11)$$

Exemple : Emittance du soleil

température de la surface du soleil est: Ts =5800 k

$$\boldsymbol{M_o = \sigma T^4} = 6{,}4\ 10^{7}\ \text{W.m}^{-2} = 64\ \text{MW. m}^{-2}$$

<u>Flux Φ rayonné par le soleil</u>

$\Phi = Mo \cdot S_{soleil}$

Rayon du soleil : Rs = 696 000 km=6,96 . 10^8 m

$\Phi = Mo \cdot S_{soleil}$

Surface du soleil : $S = 4\pi Rs^2 = 4\pi(6{,}96 \cdot 10^8)^2 = 6{,}08 \cdot 10^{18}\ m^2$

$\Phi = 3{,}9.10^{20}$ MW