Suite du chapitre 1 : Rappel sur les systèmes

1. Définitions

1.1 Système

Un système est un ensemble d'objets interconnectés dans le but de réaliser une tache spécifique. Le système communique avec l'extérieur par des grandeurs (signaux) d'entrées sorties.

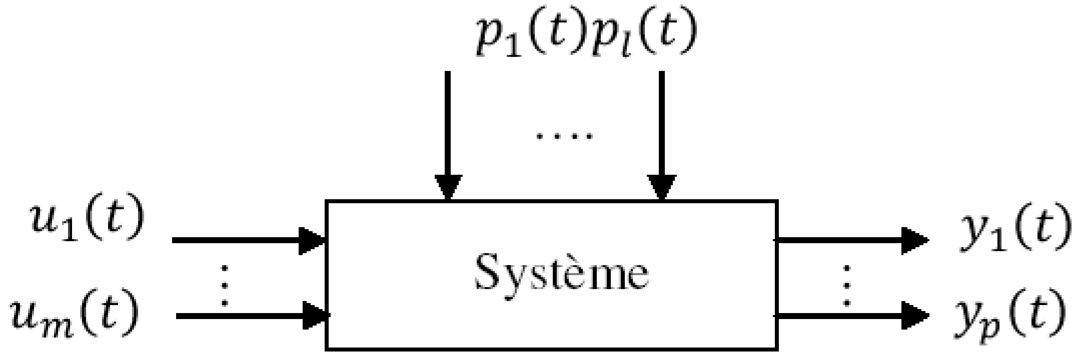

Figure 1 : schéma bloc d'un système

Parmi les signaux mis en jeu dans un système, l'on peut distinguer :
a) signaux d'entrée (grandeur exogène): un signal d'entrée est une grandeur qui agit sur le système, il en existe deux types :
- ***Entrées maitrisables (ou simplement entrées*** $u_1,\ldots,u_m$***).***
- ***Entrées non maitrisables (perturbations*** $p_1,\ldots,p_l$) signaux physiques imprévisibles pouvant s'opposer à l'action du système.

b) Signaux de sortie (réponses $y_1,\ldots,y_p$) grandeurs contrôlées par l'effet des entrées.

1.2. Système linéaire

Un système est dit *linéaire* si les relations reliant ses entrées et ses sorties peuvent se mettre sous forme d'un ensemble d'équations différentielles à coefficients constants. Les systèmes linéaires se caractérisent par les deux propriétés suivantes :

1.2.1 Proportionnalité : Si **y** est la réponse du système à l'entrée **u**, alors $\boldsymbol{\alpha}$**y** est la réponse du système à l'entrée $\boldsymbol{\alpha}$**u**

1.2.2. Superposition

Si $\mathbf{y_1}$ est la réponse du système à l'entrée $\mathbf{u_1}$ et si $\mathbf{y_2}$ est la réponse du système à l'entrée $\mathbf{u_2}$, alors $\mathbf{y_1+ y_2}$ est la réponse du système à l'entrée $\mathbf{u_1+ u_2}$.

1.3. Système monovariable /Système multivariable

Un système est dit monovariable ou SISO (Single Input Sigle Output) s'il possède une seule entrée et une seule sortie. Un système est dit multivariable ou MIMO (Multiple Input Multiple Output) s'il possède plusieurs entrées et /ou plusieurs sorties.

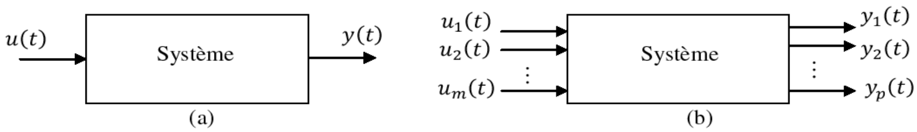

Figure 2 : a) système monovariable   b) système multivariable

1.4. Etat d'un système: l'état à l'instant $\mathbf{t_0}$ d'un système d'ordre n représente l'ensemble de **n** informations que l'on doit posséder sur le système à cet instant pour pouvoir déterminer son évolution ultérieur ($t > t_0$), à partir de la seule connaissance de l'entrée ultérieure (pour $t > t_0$).

1.4.1.Variables d'état : l'ensemble de ces informations constitue les variables d'état du système à l'instant t_0: $x_1(t_0), x_2(t_0), \ldots, x_n(t_0)$.

1.4.2.Vecteur d'état : les variables d'état sont toujours rassemblées dans un vecteur x nommé vecteur d'état.

1.4.3. Espace d'état : Il s'agit tout simplement de l'espace vectoriel dans lequel le vecteur d'état x est susceptible d'évoluer, à chaque instant le vecteur x étant associé à un point de cet espace. Cet espace est donc $\mathbf{R^n}$

Dans la plupart des cas, l'évolution en fonction du temps du système peut être décrite par les deux équations (équation d'état et équation de sortie) suivantes :

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t)$$
$$y(t) = h(x, u, t)$$

Dans le cas où le système considéré est linéaire, la représentation d'état se met sous la forme :

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$
$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t)$$

Si le système est supposé, en outre invariant (stationnaire), il vient :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

avec:

$x(t) \in R^n$: Vecteur d'état,

$y(t) \in R^p$: Vecteur de sortie

$u(t) \in R^m$: Vecteur d'entrée

$A \in R^{nxn}$: Matrice d'état

$B \in R^{nxm}$: Matrice d'entrée

$C \in R^{pxn}$: Matrice de sortie

$D \in R^{pxm}$: Matrice de transmission directe.