جامعة المسيلة

كلية العلوم وعلوم الهندسة

قسم الفيزياء

السلسلة الثالثة في الفيزياء الإحصائية

التمرين الأول:

لنعتبر غاز مشكل منN فيرميون (جسيمات غير متمايزة سبينها نصف صحيح) غير متفاعلة فيما بينها،محتواة داخل حجم V ،ي درجة حرارة T ، لتكن ε_i المستويات الطاقوية للجسيمات ،g_i الوزن الإحصائي للمستوي i و N_i عدد احتلال هذا المستوي عند الاتزان.

1- العلاقة التي تعطي N_i يمكن وضعها بالشكل:

$$N_i = \frac{g_i}{\exp(\beta\varepsilon_i - \nu) + 1} \qquad (1)$$

اربط، بدون برهان ، الوسيط β بدرجة الحرارة T .

2- اوجد العبارة الإحصائية لدالة هلمهولتز للنظام، يمكن استبدال المجموع على المستويات بتكامل والوزن الإحصائي g_i بعبارته الكوانتية(حالة الكترونات ذات سبين 1/2). ضع النتيجة بالشكل:

$$F = Nk_BT[\nu - f(\nu)/\alpha] \qquad (2)$$

حيث k_B ثابت بولتزمان، و$\alpha = N/Z$، $Z = V.\left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$ دالة التوزيع الانسحابية لغاز ماكسويل-بولتزمان

و$f(\nu)$ تكامل يتعلق بـ ν.

3– اكتب معادلة ثالثة تسمح لنا بحساب ν .

4- اوجد عبارة معادلة الحالة بدلالة $f(\nu)$.

5- اوجد ايضا ،عبارات الانتروبي S ،الطاقة الداخلية U والسعة الحرارية C_v بدلالة $f(\nu)$

التمرين الثاني:

لنعتبر وعاء درجة حرارته T يحوي أمواج كهرومغناطيسية، والتي تكافئ مجموعة فوتونات تخضع إلى إحصاء بوز-اشتاين.

كل موجة ذات تردد υ تكافئ فوتون طاقته $\varepsilon = h\upsilon$. طاقة الفوتون ترتبط باندفاعه حسب العلاقة $\varepsilon = cp$ ،حيث c سرعة الضوء .

1- نذكر بان كثافة الحالات في فضاء الاندفاعات،هي:

$$g(p) = 2\frac{V.4\pi p^2}{h^3}dp$$

(المعامل 2 ناتج عن كون ان للفونون حالتي استقطاب من اجل كل اندفاع معطى)احسب كثافة الحالات بدلالة الطاقة

2- ذكر بعدد الفوتونات في الحالة الاكثر احتمالا، مع العلم عدد الفوتونات داخل الوعاء غير ثابت.

3- نرمز بـ $\rho(\upsilon,T)$ للطاقة لوحدة حجم الفوتونات ذات التواتر المحصور بين υ و $\upsilon+d\upsilon$.تدعى $\rho(\upsilon,T)$ بالكثافة الطيفية للطاقة.احسب $\rho(\nu,T)$.

4- استنتج عبارة كثافة الطاقة $u(\nu,T)$ داخل الوعاء.

5- في درجة حرارة ثابتة ادرس تغيرات $\rho(\nu,T)$ بدلالة υ

أ- من اجل التوترات العالية

ب- من اجل التوترات المنخفضة

ج- برهن ان $\rho(\upsilon,T)$ تمر بنهاية عظمى، مثلها بيانيا

التمرين الثالث:

لنعتبر N فيرميون غير متفاعلة فيما بينها داخل وعاء حجمه V .

1-احسب كثافة الحالات $g(\varepsilon)d\varepsilon$

2- اكتب العبارات التي تعطي عدد الجسيمات الكلي N والطاقة الداخلية U *ثم استنتج* ε_F^0 طاقة فيرمي في الصفر المطلق

3- احسب الكمون الكيميائي μ اخذين بالاعتبار ان $\int_0^\infty \frac{F(\varepsilon)d\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}+1} = \int_0^\mu F(\varepsilon)d\varepsilon + \frac{\pi^2}{6\beta^2}F'(\mu)$ وانه في درجات الحرارة المنخفضة μ و ε_F^0 يختلفان بمقدار ضئيل

4- بنفس الطريقة السابقة احسب U ثم استنتج C_v

التمرين الرابع :

احيانا يكون من الافضل استخدام الدالة $f(\nu)$ المعرفة بالتمرين الاول، بدلا من الطاقة الحرة F، لحساب الدوال الترموديناميكية .

1- اوجد عبارة معادلة الحالة بدلالة $f(\nu)$.

2- اوجد ايضا ،عبارات الانتروبي S ،الطاقة الداخلية U والسعة الحرارية C_v بدلالة $f(\nu)$

التمرين الخامس :

داخل جسم صلب، كل موجة صوتية ذات شعاع موجي $\vec{k}$ وتواتر ν ،توافق طاقة $\varepsilon = h\nu$.تغيرات ν و ε بدلالة $\vec{k}$ تمثل ما يسمى قانون التبدد للجسم الصلب.بصفة عامة،اتجاه الانتشار(اتجاه $\vec{k}$) ليس عموديا، وليس موازيا لاتجاه حركة الذرات، لكنه يتعلق بنية الجسم الصلب. لهذا من اجل أطوال موجة $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ كبيرة بالمقارنة بالابعاد الذرية للبلورة، تتصرف الاخيرة كوسط مستمر،لذالك يمكن ان نطبق عليها النظرية الماكروسكوبية لانتشار الامواج الصوتية . نعلم في هاته الحالة انه بالنسبة لجسم صلب يوجد لكل شعاع موجي $\vec{k}$ موجة طولية سرعتها c_l وموجتين عرضيتين سرعتهما c_t ، *بحيث* $k = \omega/c_l$ و $k = \omega/c_t$ للامواج الطولية والعرضية على الترتيب. وهي نتائج مشابهة لتلك المتعلقه الفوتونات.

1- باستعمال كثافة الحالات في فضاء الاندفاعات ، اوجد عبارة كثافة الحالات $g(\varepsilon)\,d\varepsilon$ للفونونات . يمكن ادخال "سرعة متوسطة" c حسب التعريف التالي:

$$\frac{3}{c^3} = \frac{1}{c_t^3} + \frac{2}{c_l^3}$$

2- العدد الكلي للحالات الكوانتية المختلفة يساوي الى $3N$ ، طاقة الفونون ε في نموذج ديباي ذات نهاية حدية عليا ε_D . ندخل درجة حرارة مميزة لديباي $\Theta_D = \varepsilon_D / k_B$ حيث k_B ثابت بولتزمان. عبر عن Θ_D بدلالة c . مثل $g(\varepsilon)$ بيانيا .

3- اكتب عبارات الطاقة الداخلية U والسعة الحرارية C_v.

4- ادرس C_v في درجات الحرارة المنخفضة ودرجات الحرارة المرتفعة ،وقارن مع تلك التي يعطيها نموذج انشتاين . مثل بيانيا السعة الحرارية المولية c_v بدلالة T/Θ_D .