

Lois de l'électrocinétique

1 – Courant électrique

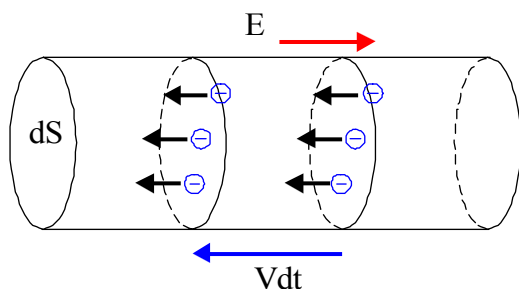
1.1 – Notion de courant

Un conducteur est un matériau contenant des charges libres capables de se déplacer. Dans les électrolytes les charges mobiles sont des ions. Dans les autres conducteurs, les charges sont des électrons. Un **courant électrique** existe quand une **charge** q est transférée d'un point à un autre du conducteur. L'**intensité du courant**, à l'instant t , est représentée par le débit des charges.

$$I \text{ (ampère)} = \frac{dQ \text{ (coulomb)}}{dt \text{ (seconde)}}$$

Pour des raisons historiques, le sens conventionnel d'un courant positif est celui du déplacement de charges positives. Il est donc opposé à la direction de déplacements des électrons.

1.2 – Vecteur densité de courant



Le courant peut s'exprimer en fonction de la vitesse des charges mobiles. On considère un conducteur de section dS . Soit n le nombre de charges mobiles par unité de volume et \vec{v} leur vitesse. Pendant la durée dt , la charge dQ qui traverse la section dS est égale à :

$$dQ = n \cdot e \cdot \vec{v} \cdot dt \cdot d\vec{S} = \rho \cdot \vec{v} \cdot dt \cdot d\vec{S}$$

On définit le **vecteur densité de courant** par : $\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}$

L'intensité du courant à travers un conducteur de section totale A s'écrit donc :

$$I = \frac{dQ}{dt} = \int_{(A)} \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

1.3 – Loi d'Ohm

Dans un conducteur, on constate que la densité de courant est liée au champ électrique par la relation :

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$$

La constante σ , fonction de la nature du matériau, est la **conductivité**. On utilise plutôt pour caractériser le matériau sa **résistivité** $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E}{I/S}$.

Pour un conducteur de longueur L , de section constante S , on définit la **résistance** R par :

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

Si V_A et V_B désignent les potentiels de deux points A et B distant de L dans le conducteur, la norme du champ électrique est égale à $E = (V_A - V_B)/L$.

$$E = \frac{j}{\sigma} = \rho \cdot j = \rho \cdot \frac{I}{S} = \frac{V_A - V_B}{L}$$

On peut écrire cette relation sous la forme plus habituelle suivante (loi d'Ohm) :

$$V_A - V_B = R \cdot I$$

Les **tensions** s'expriment en *volts* (V), les **intensités** en *ampères* (A) et les **résistances** en *ohms* (Ω).

La loi d'Ohm traduit la dépendance de l'**effet** (le courant ou déplacement des charges) à la **cause** (le champ électrique \vec{E} auquel correspond une différence de potentiel ou tension) en fonction du matériau caractérisé par sa résistance.



Cette dépendance est rarement linéaire. Pour de nombreux composants électroniques, les caractéristiques (courbes du courant en fonction de la tension) ne sont pas des droites. Pour les métaux et les semi-conducteurs, la résistance est fonction de la température.



La résistivité s'exprime en **ohm.mètre** ($\Omega \cdot m$).

La gamme de résistivité des matériaux est très grande :

Métaux	Semi-conducteurs (300K)	Isolants
Argent : $1,47 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$	Silicium : $2400 \Omega \cdot m$	Verre : 10^{10} à $10^{14} \Omega \cdot m$
Cuivre : $1,72 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$	Germanium : $0,5 \Omega \cdot m$	Mica : 10^{11} à $10^{15} \Omega \cdot m$
Aluminium : $2,63 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$		Eau : $0,1$ à $10^5 \Omega \cdot m$

1.4 – Vitesse des électrons dans un conducteur

On considère un fil de cuivre de section 10 mm^2 parcouru par un courant de 30 A. Comme chaque atome de cuivre possède deux électrons mobiles, il y a environ $n = 8.5 \cdot 10^{28}$ électrons libres par m^3 . La densité de courant $j = n \cdot e \cdot v$ vaut $30 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2$. La valeur de la vitesse de déplacement des électrons est donc voisine de $210 \mu\text{m/s}$.

Cette vitesse étant très faible, l'amplitude des déplacements des électrons pour un courant alternatif est elle aussi très petite.

2 – Lois fondamentales de l'électrocinétique

2.1 – Régimes permanents et quasi-permanents

Le régime *permanent* est celui qui existe après la fin des phénomènes transitoires qui se produisent lors de la mise sous tension d'un circuit.

Si une grandeur électrique G est fonction du temps, il existe *a priori* des phénomènes de propagation dans le circuit et G est en fait une fonction du temps et de l'espace : $G = f(t, x)$. Mais si les dimensions du circuit sont négligeables devant la longueur d'onde associée au phénomène, on peut négliger la propagation. Par exemple, pour une fréquence de 1 MHz, la longueur d'onde associée ($\lambda = c/f$) est voisine de 300 m. Ce n'est que pour des fréquences supérieures à 1 GHz que la dimension des circuits devient comparable à celle de la longueur d'onde.

Dans l'approximation, dite des états *quasi-permanents*, on admet que G est seulement fonction du temps. Il n'y a pas accumulation des charges dans certains points du circuit : à un instant donné, l'intensité est la même en tous les points d'un conducteur donné.

2.2 – Lois de Kirchhoff¹

Dans l'approximation des états quasi-permanents, on peut formuler les deux lois suivantes :

- ♦ Aux bifurcations (nœuds) d'un circuit, il y a conservation de la charge électrique et donc de la somme algébrique des intensités :

$$\sum I = 0$$

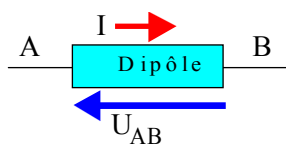
- ♦ Dans une chaîne de conducteurs il y a additivité des différences de potentiels :

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$$

Ces deux lois, appelées aussi **loi des nœuds** et **loi des mailles**, sont les lois fondamentales de l'électrocinétique et elles permettent (en principe) l'étude de tous les circuits électriques constitués de dipôles.

3 – Dipôles électriques

3.1 – Définition



C'est un conducteur qui possède une borne d'entrée et une borne de sortie du courant.

Il est caractérisé par deux grandeurs algébriques : l'*intensité* qui le traverse **I** et la *tension* entre ses bornes $U_{AB} = U_A - U_B$

3.2 – Conventions de signe

La principale difficulté rencontrée par les néophytes est l'écriture correcte des signes.

Par convention on pose que dans un circuit orienté, **le courant est positif si des charges positives se déplacent dans le sens positif**.

Pour les différences de potentiel, il existe deux possibilités de choix. Nous utiliserons la convention dite **convention récepteur** qui est la plus intuitive car avec cette convention, un courant positif provoque une chute de tension dans le dipôle placé entre A et B.

On représente les tensions par une flèche orientée des potentiels faibles vers les potentiels élevés. Ainsi sur la figure, on a $U_A > U_B$.

Avec cette convention, l'expression de la loi d'Ohm est $U_A - U_B = R.I$; (avec l'autre convention, la loi d'Ohm s'écrit $U_A - U_B = -R.I$).

En cas doute dans la mise en œuvre, retenez que :



Dans un récepteur, les charges s'écoulent des potentiels élevés vers les potentiels faibles : les flèches représentatives de la tension et du courant sont de sens contraires.

Dans un générateur, la situation est inversée et les flèches représentatives du courant et de la tension sont alors de même sens.

3.3 – Caractéristique d'un dipôle

Dans un dipôle, courant et tension sont liés par les relations réciproques :

$$U = f(I) \quad \text{et} \quad I = g(U)$$

Les graphes correspondants dans les plans (U, I) et (I, U) sont les **caractéristiques** du dipôle.

¹ Gustav Kirchhoff (physicien allemand) 1824-1887

Dans la représentation $U = f(I)$, on met en avant la loi des **mailles** et les générateurs de **tension**. Dans la représentation $I = g(U)$, on met en avant la loi des **nœuds** et les générateurs de **courant**.

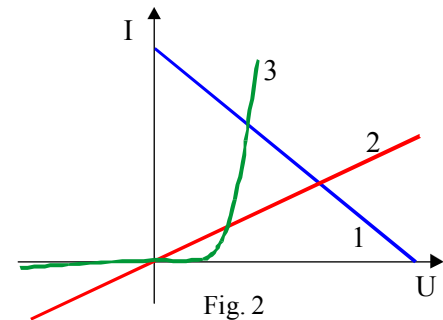
3.4 – Classification des dipôles

□ Dipôles actifs et passifs

Un dipôle passif consomme de l'énergie. Sa caractéristique passe par l'origine. ($I = 0$ si $U = 0$). Un dipôle actif fournit de l'énergie au circuit dans lequel il est connecté. Le dipôle 1 est actif, 2 et 3 sont passifs.

□ Dipôles symétriques

La caractéristique est symétrique par rapport à l'origine. Un dipôle symétrique est toujours passif. Son fonctionnement n'est pas modifié si on inverse le sens du courant : il n'est pas polarisé. Sur la figure 2, le dipôle n° 2 est symétrique.



□ Dipôles linéaires

La caractéristique est une droite d'équation :

$$U = a.I + b \quad \text{ou} \quad I = p.U + q$$

En électronique, on utilise de nombreux dipôles non linéaires. Les circuits qui contiennent ces dipôles ne peuvent, en général, pas être étudiés avec des méthodes analytiques rigoureuses. La connaissance des caractéristiques permet alors l'analyse de ces circuits avec des méthodes graphiques.

3.5 – Dipôles linéaires idéaux

□ Résistance² (Fig. 3-a).

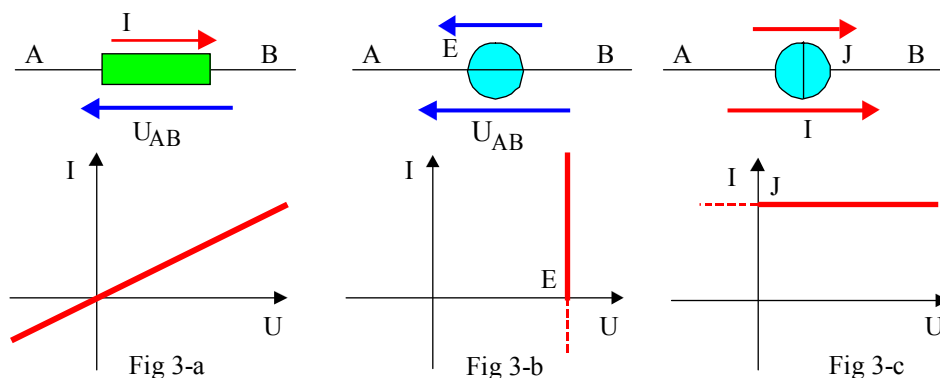
La loi d'Ohm qui traduit la dépendance entre courant et tension, s'écrit :

$$U = R.I \quad \Leftrightarrow \quad I = G.U$$

R est la **résistance** dont la valeur s'exprime en *ohms* (Ω).

G est la **conductance** dont la valeur s'exprime en *siemens* (S).

Si la valeur de la résistance est fonction du courant, elle est non linéaire. C'est le cas pour les résistances métalliques, les varistances, les photorésistances...



□ Source de tension idéale (Fig. 3-b).

La tension U entre ses bornes, égale à E (force électromotrice du générateur), est indépendante du courant qu'elle délivre. Pour les sources réelles, la tension de sortie diminue


² En français le même mot (résistance) désigne l'objet et sa valeur. Certains auteurs nomment l'objet un « résistor » ou « résisteur ».

si le courant débité augmente. Les accumulateurs au plomb, les alimentations stabilisées de laboratoire sont de bonnes approximations des sources de tension idéales.

Une pile électrochimique usagée présente une forte résistance interne : sa tension diminue dès qu'elle débite dans une charge.

❑ **Source de courant idéale** (Fig. 3-c).

Le courant de sortie I, égal à J le courant électromoteur du générateur, est indépendant de la tension entre les bornes de la source. La résistance interne est infinie. Il n'existe pas dans la vie courante de modèle de source de courant. Il est possible de simuler une source de courant en plaçant en série une source de tension et une résistance beaucoup plus grande que la charge. Des circuits électroniques simples permettent de réaliser des sources de courant qui débitent un courant pratiquement indépendant de la charge.

 Un générateur idéal doit se comporter comme un récepteur idéal quand on inverse le sens du courant qui le traverse. Les générateurs réels ne sont en général pas réversibles. On risque de faire exploser une pile en essayant de la « recharger » !

❑ **Modélisation d'un dipôle linéaire quelconque**

La modélisation d'un dipôle consiste à le remplacer par un circuit équivalent (répondant aux mêmes équations) constitué de dipôles idéaux.

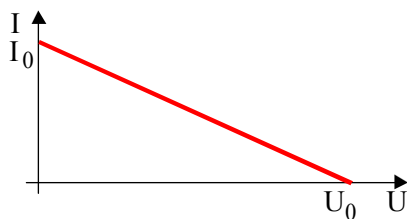


Fig. 4

L'équation de la caractéristique d'un dipôle linéaire est de la forme :

$$U = a.I + b \quad \text{ou} \quad I = a'.U + b'$$

Cette caractéristique coupe les axes aux points :

$$(U_0, 0) \text{ et } (0, I_0).$$

Si le dipôle est passif alors U_0 et I_0 sont nuls.

Pour un générateur, U_0 est la tension à vide (courant débité nul) et I_0 est le courant de court-circuit.

❑ **Modélisation d'un générateur linéaire**

On peut utiliser les deux modèles équivalents suivants :

Modèle source de tension

On pose $E = U_0$ et $R = U_0/I_0$ et donc :

$$U = E - R.I$$

On peut remplacer le dipôle par une source de tension idéale de f.e.m. E en série avec une résistance R.

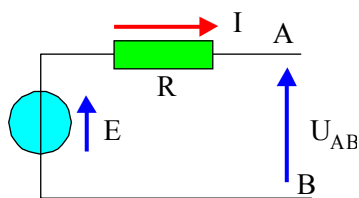


Fig. 5-a

Modèle source de courant

On pose $J = I_0$ et $G = I_0/U_0$ et donc :

$$I = J - G.U$$

On peut remplacer le dipôle par une source de courant idéale d'intensité J en parallèle avec une résistance R.

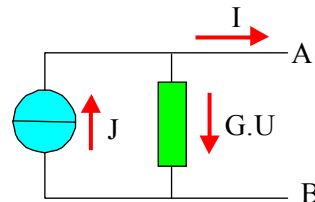


Fig. 5-b

Ces deux représentations sont duales :

$$G = 1/R \quad J = E/R \quad \Leftrightarrow \quad R = 1/G \quad E = R.J$$

Si les dipôles ainsi modélisés sont des générateurs purs, la résistance R se nomme la **résistance interne** du générateur. Elle est nulle pour un générateur de tension idéal et infinie pour un générateur de courant idéal. E est la force électromotrice (f.e.m.) à vide c'est-à-dire sans charge entre A et B.

J est le courant de court-circuit, c'est-à-dire le courant qui circule dans un conducteur de résistance nulle placé entre A et B.

En électronique de nombreux dispositifs se comportent comme des générateurs de courant, on privilégie alors la représentation $I = g(U)$.

□ Résistances statiques et dynamiques

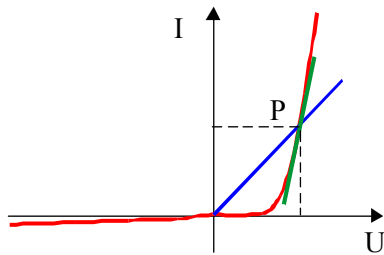


Fig. 6

Pour un dipôle non linéaire, on peut définir en chaque point de sa caractéristique :

une **résistance statique** $R_{St}^p = \left(\frac{U}{I}\right)_p$ (en bleu) et

une **résistance dynamique** $R_{Dy}^p = \left(\frac{dU}{dI}\right)_p$ (en vert)

Dans les régions linéaires de la caractéristique, la résistance dynamique du dipôle est constante.

3.6 – Point de fonctionnement d'un circuit

On associe un dipôle récepteur D à un générateur et on veut déterminer quel est le courant qui circule dans ce dipôle.

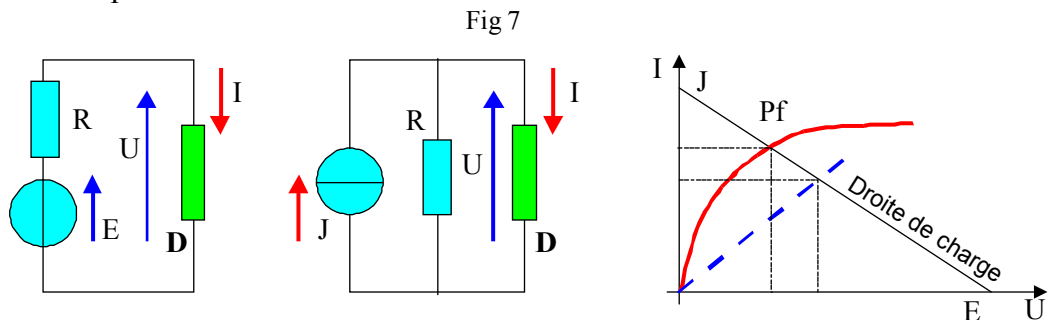


Fig 7

La caractéristique du générateur $U = E - RI$ (ou $I = J - G.U$) est une droite (en noir) que l'on nomme **droite de charge**. L'intersection de la caractéristique (en rouge) du dipôle D [$U = f(I)$ ou $I = g(U)$] avec la droite de charge définit le **point de fonctionnement**.

Ses coordonnées sont U (tension aux bornes de D) et I (courant qui le traverse).

Cette construction graphique est bien sûr inutile si le dipôle D est linéaire car alors :

$$U = E - R.I = D.I$$

4 – Association de dipôles

On se propose de déterminer le dipôle équivalent à l'association de plusieurs dipôles élémentaires. On doit envisager les deux types d'association suivants :

4.1 – Association série

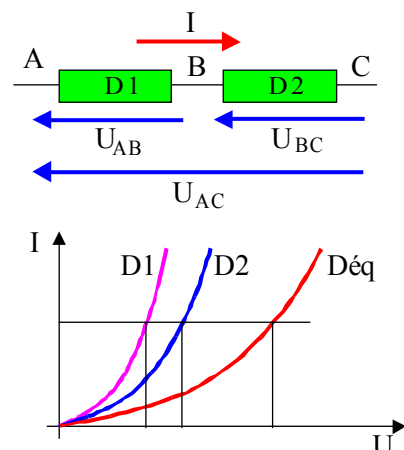
Le courant qui traverse les dipôles associés est le même ; il y a **additivité des tensions** aux bornes des dipôles. Pour des résistances linéaires, on a :

$$U = \sum U_k = \sum R_k . I$$

La résistance du dipôle équivalent est donc égale à la somme des résistances en série :

$$R = \sum R_k$$

Avec des dipôles non linéaires, on peut construire point par point la caractéristique du dipôle équivalent en utilisant



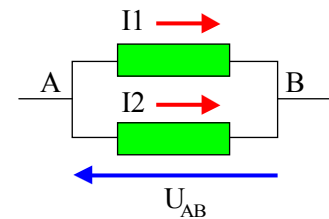
l'additivité des tensions aux bornes des deux dipôles. $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$

4.2 – Association parallèle

La tension U aux bornes des k dipôles associés est la même et il y a **additivité des courants** qui traversent ces dipôles.

Pour des résistances linéaires, on peut écrire :

$$I = \sum I_k = \sum G_k \cdot U \quad \boxed{G = \sum G_k}$$



La résistance équivalente à deux résistances en parallèle est donc telle que :

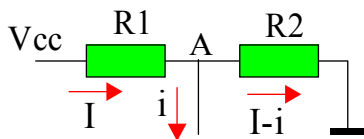
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

La résistance équivalente à des résistances en parallèle est donc plus petite que la plus petite des résistances associées.

L'utilisation de résistances en parallèle est à l'origine de nombreuses erreurs de calcul.

Pour des dipôles non linéaires, on peut construire point par point la caractéristique du dipôle équivalent en utilisant l'additivité des courants dans les deux dipôles.

4.3 – Diviseur de tension idéal



Si le courant i qui est dérivé en A est négligeable devant le courant I qui circule dans la résistance R_1 , on peut écrire que :

$$V_A = R_2(I - i) \approx R_2 \cdot I$$

De la relation

$$V_{CC} = R_1 \cdot I + R_2(I - i) \approx (R_1 + R_2) \cdot I$$

On tire :

$$\boxed{V_A = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC}}$$

Ce circuit très simple est d'usage fréquent en électronique. Un potentiomètre non chargé constitue un diviseur de tension idéal.