# Solution T.D. N°1

## Rappel

Le plan étant muni d'un repère orthonormé, le produit scalaire des vecteurs $\vec{u}(x;y;z)$ et $\vec{v}(x';y';z')$ est le nombre réel défini :

$$\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy' + zz'$$

$$\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos(\vec{u};\vec{v})$$

- Si $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0$
- Norme de la somme de deux vecteurs : $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + 2\vec{u}.\vec{v}$

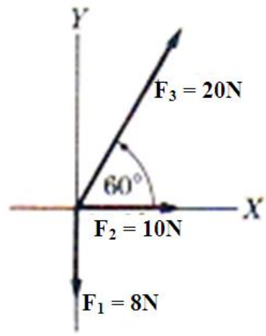
On appelle produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{u}(x;y;z)$ et $\vec{v}(x',y';z')$ le vecteur noté $\vec{u}\wedge\vec{v}$ défini par :

$$\vec{u}\wedge\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +\begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} x & x' \\ z & z' \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} yz'-zy' \\ zx'-xz' \\ xy'-yx' \end{pmatrix}$$

$$\|\vec{u}\wedge\vec{v}\| = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\sin(\vec{u};\vec{v})$$

- Si $\vec{u} // \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}\wedge\vec{v} = \vec{0}$
- Aire d'un parallélogramme **:** $aire(ABCD) = \|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD}\|$

**Exercice N°1 :**




(a) $\overrightarrow{F_T} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}$

La projection sur les axes du repère :

*ox* : $F_{Tx} = F_2 + F_3 cos60 \Rightarrow F_{Tx} = 20N$

*oy* : $F_{Ty} = -F_1 + F_3 sin60 \Rightarrow F_{Ty} = 9.32N$

$F_T = \sqrt{F_{Tx}^2 + F_{Ty}^2} \Rightarrow F_T = 22N$

La résultante a un sens positif puisque ses deux composantes ($F_{Tx}$ et $F_{Ty}$) sont positives.

La direction d'un vecteur est donnée par ces cosinus directeur : $\cos\theta$ et $\cos\beta$ :

$\cos\theta = \frac{F_{Tx}}{F_T}$ et $\cos\beta = \frac{F_{Ty}}{F_T} \Rightarrow \theta = 24.6°\ et\ \beta = 65.4°$

**Exercice N°2 :**

(a) Détermination des composantes de la force :

$F_x = F cos30 cos60 \Rightarrow F_x = 866N$

$F_y = F cos30 sin60 \Rightarrow F_y = 1500N$

$F_z = F sin30 \Rightarrow F_z = 1000N$

(b) Détermination des composantes de la force : $\vec{F} = F\overrightarrow{\mu_{AM}}$ et $\overrightarrow{\mu_{AM}} = \frac{\overrightarrow{AM}}{AM}$

$A$ (400, 400, 0) et $M$ (0, 0, 200) donc $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}-400\\-400\\200\end{pmatrix}$ et $AM=\sqrt{(400)^2+(400)^2+(200)^2}=600\ mm$

donc $\overrightarrow{\mu_{AM}}\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}\\-\frac{2}{3}\\\frac{1}{3}\end{pmatrix}$ et $\vec{F}\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}\times 500\\-\frac{2}{3}\times 500\\\frac{1}{3}\times 500\end{pmatrix}$

**<u>Exercice N°3 :</u>**

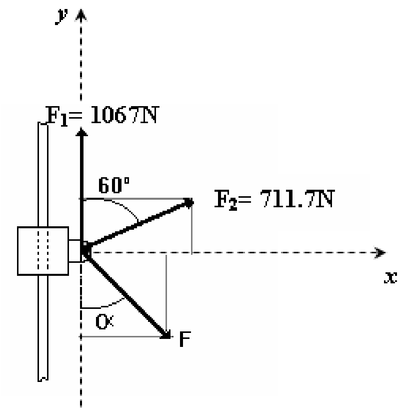
$\overrightarrow{R}=\overrightarrow{F}+\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}$

La projection sur les axes du repère :

$ox: R = F\sin\alpha + F_2\cos 30$ ……. (1)

$oy: 0 = -F\cos\alpha + F_2\sin 30 + F_1$ ……. (2)

De l'équation (2) : $\cos\alpha = \dfrac{F_2\sin 30 + F_1}{F}$ ……. (3)




*A.N :*

1er cas : F= 2135N : $\cos\alpha = 0.66$ donc on peut avoir une résultante horizontale.

2eme cas : F= 1245N : $\cos\alpha = 1.14$ dans ce cas impossible d'avoir une résultante horizontale.