TD 2 : Analyse des systèmes échantillonnés

Exercice1 :

Soit la fonction de transfert en z suivante :

$$G(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{a_1}{z - p_1} + \frac{a_2}{z - p_2} + \cdots + \frac{a_n}{z - p_n}$$

1. Donner le schéma de la representation d'état du système à temps discret et trouver les matrices d'état, de comande et de sortie.

Exercice 2 :

On considère un système régi par l'équation d'état :

$x(k+1) = [F]x(k) + (G)u(k)$ avec $[F] = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.(G) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $et\ (C) = (1 \quad 0)$.

Calculer la fonction de transfert de ce système. Que remarque-t-on ? Pourquoi ?

Exercice 3 :

On souhaite amener le système défini par :

$x(k+1) = [F]x(k) + (G)u(k)$ avec $[F] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}.et\ (G) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d'un état initial $x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ à l'état final $x(2T_e) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Déterminer l'expression du signal $u(k)$ qui permet d'assurer la commande du système.

Exercice 4 :

On considère un système régi par l'équation d'état :

$$x(k+1) = [A]x(k) + (B)e(k) \quad \text{et} \quad y(k) = Cx(k)$$

Etant donner $[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, (B) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $et\ (C) = (1 \quad 0)$

1. determiner la matrice de transfert en z de ce système.
2. Trouver les pôles de ce système.
3. Déterminer la commandabilité et l'observabilité du système en boucle ouverte.

Exercice 5 :

Un système continu est d´écrit par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Trouvez la représentation discrète de ce système.

Exercice 6:

Donner la réponse du système est dite s'il est stable

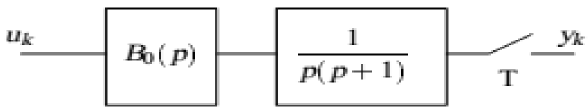
$$y(k) - \frac{3}{8} y(k-1) + \frac{1}{32} y(k-2) = u(k)$$

Avec u(k) : Echelon unitaire et sa transformée en z est donnée par :

$$U(z) = \frac{z}{z-1}$$

Exercice 7:

Considérons le système échantillonné représenté sur la figure suivante



La fonction de transfert continue étant : $G(p) = 1/p(p+1)$ $B_0(p) = 1 - e^{-TP}/p$

1. Calculer la fonction de transfert échantillonné de la fonction continue G(p) pour T=1s.
2. Etudier les conditions de stabilité de ce système en boucle fermée en utilisant le critère de Routh.

Exercice 8:

Soit un système représenté en continu par sa fonction de transfert en boucle ouverte:

$$G(p) = k \frac{p+0.5}{p(p+1)} \qquad B_0(p) = 1 - e^{-TP}/p$$

En prenant Te=0.7s comme période d'échantillonnage, et un échantillonneur bloqueur d'ordre zéro.

1. Calculer la fonction de transfert échantillonné G(z) de la fonction continue G(p).
2. Donner l'expression de son équation caractéristique *D(z)*
3. Etablir la condition que doit vérifier *K* en fonction de Te pour que le système discret soit stable en boucle fermée en appliquant le critère de Jury.
4. Calculer l'erreur statique de position en fonction de K.

Exercice 9 :

Soit un système échantillonné dont la fonction de transfert en boucle ouverte est:

$$G(z) = \frac{0.5}{z - 0.5}$$

La période d'échantillonnage étant T = 1 seconde, construire le diagramme de Nyquist de ce système.

Exercice 10 :

Soit le système discret décrit par la fonction de transfert :

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{z + 1}{z^2 + z + 1}$$

1. Déterminer le gain statique, les pôles et zéros.
2. Tracer le diagramme les pôles et les zéros. Conclure sur la stabilité.
3. Donner l'équation aux différences du système.
4. Calculer la réponse $y(k)$ à un échelon unité $u(k) = \Gamma(k)$ pour $k = 0;1;2;3;4$ et $k = 1$ lorsque le système est initialement au repos.