Devoir Maison

A remettre le jour d' examen de Module

Méthodes numériques appliquées et optimisation

Partie 1

1. Résoudre le système d'équation par la Méthode de Jacobi et la méthode de Gauss Seidel.

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 + 0x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 9 \end{cases}$$

et cela pour une tolérance

$$\delta(i) = \left|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}\right| < \varepsilon = 10^{-5}$$

Comparaison des méthodes

a) Résoudre à l'aide des deux méthodes ''Jacobi'' et ''Gauss_Seidel''.

b) Les deux méthodes convergent-elles ? Si oui, combien d'itérations sont nécessaires pour obtenir la convergence lorsque $\varepsilon = 10^{-5}$? Laquelle de ces méthodes semble converger le plus rapidement ? Ce résultat était-il prévisible ?

Partie2

2.1 - On se propose d'appliquer cette méthode pour la recherche des racines de la fonction non linéaire suivante.

$$f(x) = e^x - 2\cos(x)$$

a) Tracer le graphe $y = f(x)$tel qu'il vous permet de localiser lasolution de l'équation.
b) D'après la courbe obtenue, quelle est la valeur initiale $x_0$pour avoir une convergence rapide. $f(x_0) \approx 0$.
c) Créer un fichier M-File contenant le programme nommé ''Newton1''.
d) Après combiens d'itérations y va-t-il converger ?
e) Donner la solution rapprochée .
f) Trouver la solution en utilisant la commande Matlab '' $fzero$ ''.

2.2 -Soit àrésoudre l'équation : $f(x) = e^x - 2ln(x)$=0 où $x \in]0, +\infty[$

a) Tracer le graphe $y = f(x)$sur un intervalle tel qu'il vous permet de localiser lasolution de l'équation.

b) Localiser la solution dans le plus petit intervalle $]a, b[$possible.

Ecrire un autre script, que vous appellerez '' *Newton2.m* ''qui implémente**la méthode de Newton-Raphson**. L' arrêt des itérations se fera à $\varepsilon = 10^{-5}$.

c) Trouver la solution en utilisant la commande Matlab '' $\boldsymbol{fzero}$ ''

Partie3 :

3.1 Soit l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = f(t,y) = \dfrac{y}{1+t^2} ; \forall t \in [0{,}0.4] \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

a) Résoudre cette équation avec un pas d'intégration $h = 0{,}2$en utilisant :

- La méthode d'Euler
- La méthode de Range Kutta d'ordre 4 (RK4)

Calculer la solution exacte de l'équation et comparer avec les approximations précédentes, quel est votre commentaire.

b) Tracer sur le même graphe la solution obtenue par Euler et Runge–Kutta, d'ordre 4

Complétez et commentez le tableau suivant :

Méthode	**Solution**	**Précision**	**Complexité**
Euler			
RK4			

c) Donner la courbe de comparaison des ereurs