المحاضرة رقم: 02

الحساب الكلاسيكي للقضايا غير المحللة

(منطق القضايا)

يعد حساب القضايا (Calcul des propositions)، المنطلق الأول لدراسة المنطق الرياضي فهو "أول وأبسط أنواع الحساب المنطقي، من بين كل أنواع الحسابات الأخرى، مثل: حساب المحمولات (Calcul des prédicats)، وحساب العلاقات (Calcul des relations). ويسمى أيضا حساب القضايا غير المحللة"، وينبغي التنويه هنا أن هذه الأخيرة على نوعين:

- **تعريف القضايا غير المحللة وأنواعها:**

•**القضية البسيطة:** نقول عن قضية إنها بسيطة أو ذرية إذا كان لا يوجد فيها رابط منطقي وهي على نوعين: القضية الحملية الشخصية وهي التي تعبر عن صفة تحمل على موضوع فردي شخصي مثل: زيد جالس والقضية العلاقية وهي التي تعبر عن علاقة بين موضوعين فرديين أو أكثر) مثل: الكتاب فوق الطاولة.

ملاحظة: أي قضية بسيطة يمكن أن نرمز إليها بـ: ق. ل. م. ن (متغيرات قضوية).

•**القضية المركبة:** وهي التي تتألف من قضيتين بسيطتين أو أكثر بينها رابط منطقي*.

"نفرض مثلا القضيتين البسيطتين: (المطر ينزل – الجو بارد). إنه يمكننا ان نركب منهما قضية واحدة، وهذا بكيفيات مختلفة حسب الرابطة المختارة".

- **دوال القضايا (دوال الصدق):** إن فكرة الدالة مأخوذة من الرياضيات، ومن الجبر أو ما عرف فيما بعد بالهندسة التحليلية على وجه الخصوص، ومن هذا المنطلق فإن دالة القضية هي قضية ما يتم التعبير فيها عن المتغيرات والثوابت بواسطة الرموز".
- **إحصاء الروابط المنطقية:** من بين هذه الروابط المنطقية (الثوابت المنطقية) نجد:

*** "إن حساب القضايا يدرس كيف يكون صدق (أو كذب) قضية مركبة تابعا لصدق (أو كذب) القضيتين البسيطتين اللتين تتركب منهما. فهو يهمل إهمالا كليا معنى القضية أو مضمونها، لكي لا يهتم إلا بقيمة صدقها. وهو في صورته التقليدية لا يقبل بالنسبة إلى القضية إلى قيمتين ممكنتين من الصدق هما: الصدق (ص) والكذب (ك). ولهذا يقال عنه أنه ثنائي القيمة".**

•**الوصل (العطف) conjonction**: نعبر عنه في اللغة الطبيعية بواسطة أدوات العطف غير أنه لابد من التنويه إلى أن "أداة العطف عند المنطقي لها معنى أضيق من معناها عند النحوي". مثل: "و فـ،..."، ونرمز له بـ: ∧ أو برموز أخرى، مثل: (.، &، K).

مثال: المطر ينزل و الجو بارد، إذا عوضنا القضية: المطر ينزل بالرمز (الحرف) "ق" والقضية: الجو بارد بالرمز (الحرف) "ل" فإننا نحصل على علاقة العطف: ق ∧ ل.

•**الفصل disjonction**: نعبر عنه في اللغة الطبيعية بأدوات التخيير، مثل: "أو"، ونرمز له بـ: ∨. مثال: المطر ينزل أو الجو بارد، إذا عوضنا القضية: المطر ينزل بالرمز (الحرف) "ق" والقضية: الجو بارد بالرمز (الحرف) "ل" فإننا نحصل على العلاقة الفصلية: ق ∨ ل.

– القضية الفصلية مانعة للخلو وليست مانعة للجمع.

•**العناد (الفصل البعيد) alternative**: نعبر عنه في اللغة الطبيعية بأحرف مثل: "إما ... وإما ...، أو (المانعة للجمع والخلو) "، ونرمز له بـ: w. مثال: العدد الطبيعي إما فردي وإما زوجي، نرمز للقضية: العدد الطبيعي فردي بـ "ق" والقضية: العدد الطبيعي زوجي بـ "ل" فنحصل على الصيغة الرمزية للعناد: ق w ل.

•**الاستلزام implication**: نعبر عنه في اللغة الطبيعية بأداة الشرط "إذا... فـ"، ونرمز له بـ: ←، ⊃. مثال: إذا طلعت الشمس وجد الضياء، نرمز للقضية: طلعت الشمس بـ: "ق" والقضية: وجد الضياء بـ: "ل" فنحصل على علاقة الاستلزام: ق ← ل.

•**التكافؤ (التشارط) Biconditionnel**: نعبر عنه في اللغة الطبيعية بأحرف مثل: "إذا وفقط إذا... فـ"، ونرمز له بـ: ⇔، أو برموز أخرى مثل: الرمز ↔ الذي يكون بين قضيتين (الاستلزام المزدوج) والرمز ≡ الذي يكون بين العديد من القضايا.

مثال: إذا وفقط إذا كان سقراط فيلسوف فهو حكيم، نرمز للقضية: سقراط فيلسوف بـ: "ق" والقضية: سقراط حكيم بـ: "ل" فنحصل على صيغة التكافؤ: ق ⇔ ل.

•**النفي (عامل أولي)* négation**: نعبر عنه في اللغة الطبيعية بأحرف مثل: "لا (النافية للجنس، ما، ليس، غير، لم، لن، ..."، ونرمز له بـ: ~، أو برموز أخرى مثل: (¬، ¬، N). مثال: ليس الانسان عالم بالغيب. نرمز للقضية: الانسان عالم الغيب بـ: "ق"، فنحصل على الصورة: ~ ق.

•**النفي المزدوج (الرفض) Binégation ou Rejet**: نعبر عنه في اللغة الطبيعية بأحرف مثل: "ليس ... وليس"، ونرمز له بـ: ↓. مثال: ليس المطر ينزل وليس الجو بارد. إذا عوضنا القضية: المطر ينزل بالرمز (الحرف) "ق" والقضية: الجو بارد بالرمز (الحرف) "ل" فإننا نحصل على صيغة النفي المزدوج: ق ↓ ل.

•**نفي أحد البديلين (التنافي) Incompatibilité**: نعبر عنه في اللغة الطبيعية بأحرف مثل: "ليس ... و..."، ونرمز له بـ: | . مثال: ليس، المطر ينزل والجو بارد. إذا عوضنا القضية: المطر ينزل بالرمز (الحرف) "ق" والقضية: الجو بارد بالرمز (الحرف) "ل" فإننا نحصل على الصورة: ق | ل.

1. قيم صدق القضية:

1.1 قيم صدق القضية البسيطة: ننظر إلى القضية البسيطة في المنطق الثنائي القيمة Logique bivalente من حيث أنها صادقة (ص) أو كاذبة (ك) بقطع النظر عن مادتها.

- نرمز للصدق (ص) بـ: 1.
- نرمز للكذب (ك) بـ: 0.

• **جدول صدق القضية (ق) ونفيها (~ ق):**

ق	~ ق
1	0
0	1

* "يعمم بعض المؤلفين مفهوم الرابطة connecteur لكي يشمل جميع عوامل الصدق بحيث يدرجون النفي".

2.1 قيم صدق القضية المركبة:

– **دالة الصدق:** هي الصورة الرمزية لإحدى القضايا المركبة، والجدير بالذكر هنا هو أن "كلمة دالة مأخوذة عن الرياضيات **(...)** ويعود الفضل إلى ((فريجة)) في تطبيق فكرة الدالة على المنطق لأول مرة". هذا و"تعدد دوال الصدق بتعدد الثوابت، فإن كانت لدينا قضية مركبة احتوت ثابت الوصل اختلفت قيمة صدقها عن قضية مركبة احتوت ثابت الفصل".

– **جدول الحقيقة للحالات المختلفة للقضايا:**

ينبغي التنويه هنا إلى أنه "كلما زاد عدد القضايا، زاد معه عدد قيم الصدق، وذلك وفقا للمتتالية الهندسية التالية:

عدد القضايا: 1، 2، 3، 4، ....

عدد القيـــم: 2، 4، 8، 16، ...".

وبالنسبة للقاعدة الرياضية التي تعرف بها الحالات الممكنة (عدد القيم) فهي: $2^{ن}$. حيث العدد 2 يمثل قيم صدق القضية (الصدق والكذب) في المنطق الثنائي القيمة، و "ن" يمثل عدد المتغيرات القضوية.

ولتوضيح ذلك نعرض جدول الحقيقة للحالات المختلفة لبعض القضايا:

ق	ل
1	1
1	0
0	1
0	0

ق	ل	م
1	1	1
1	1	0
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

ق	ل	م	ن
1	1	1	1
1	1	1	0
1	1	0	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	1	0
1	0	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	1	0
0	0	0	1
0	0	0	0

- **جدول صدق القضية الوصلية (العطفية):**

ق	ل	ق ∧ ل
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

- يكون الوصل (العطف) صادقا إذا كانت القضيتين صادقتين معا فقط، مثال: سقراط فيلسوف وسقراط يوناني.

- **جدول صدق القضية الفصلية:**

ق	ل	ق ∨ ل
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

- يكون الفصل كاذبا إذا كانت القضيتين كاذبتين معا.

- **جدول صدق القضية العنادية:**

ق	ل	ق w ل
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

- القضية العنادية هي التي لا يمكن أن يجتمع طرفاها في الصدق أو الكذب.

- **جدول صدق القضية الاستلزامية (الشرطية اللزومية):**

ق	ل	ق ← ل
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

- تكون علاقة الاستلزام صادقة إذا كان المقدم والتالي صادقين معا أو كاذبين معا، أو اللازم كاذب والملزوم صادق.
- تكون علاقة الاستلزام كاذبة إذا صدق اللازم وكذب الملزوم.

- **جدول صدق قضية التكافؤ (التشارط):**

ق	ل	ق ⇔ ل
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

- التكافؤ عكس العناد.

- **جدول صدق دالة رابط النفي المزدوج (الرفض):**

ق	ل	ق ↓ ل
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

- **جدول صدق دالة رابط نفي أحد البديلين (التنافي):**

ق	ل	ق | ل
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1