## المحاضرة رقم: 03

## الأنساق المنطقية الرياضية

ينبغي التنويه منذ البداية إلى أن مفهوم النسق لا يقتصر على ميدان المنطق وحده وفقط بل هو يشمل "جملة الآراء والنظريات الفلسفية أو العلمية المترابطة اللازم بعضها عن بعض بقطع النظر عن مطابقتها للواقع، ففي كل نسق علمي وفلسفي معارف مرتب بعضها على بعض، ومذهب في تفسير الظواهر ذو منحى واحد لاعتماده على مبدأ واحد"، فعلى سبيل المثال تعد هندسة إقليدس أقدم نموذج للمعرفة المنظمة بل أكثر من ذلك فهي إلى يومنا هذا تعد أفضل نموذج للبناء النسقي في الرياضيات الكلاسيكية (الهندسة المستوية)، "وبصفة عامة نستطيع القول بأن مفهوم النسق يتضمن معنى النظام والتنظيم والتوافق (...) ويعتبر النسق المنطقي Logical system النموذج المثالي للعملية الفكرية المنظمة Ideal model".

- **ماهية* النسق المنطقي:** بما أن النسق المنطقي "مفهوم تقني تخصصي وشامل لكل الأنساق المنطقية من الناحية الصورية"، ولأنه لا يسعنا تقديم مقاربة تاريخية له هنا، فإننا سنحاول تحديد ماهيته من خلال عرض ماصدقه ومفهومه (أنواع الأنساق المنطقية وخصائصها المشتركة).

- **أنواع الأنساق المنطقية:**

"1) الأنساق السنتاكسيكية Syntaxical systems
2) أنساق الموضوعات Systems of objects
3) الأنساق الجازمة Assertional Systems
4) أنساق العلاقات Relational Systems"

إن أهم ما يميز النسق السنتاكسيكي هو أنه نسق لغوي، إذ إن جميع عناصره تحيل إلى عبارات لغوية، بخلاف نسق الموضوعات الذي تشير رموزه إلى أشياء من طبيعة غير محددة.

---

* بما أن الفصل بين المفهوم والماصدق "لا يصلح بالنسبة إلى الموضوعات التي تجمع بين الطابع التخصصي التقني من جهة والنظرة الفلسفية الكلية من جهة ثانية"، وبما أن النسق المنطقي من بين تلك الموضوعات، فإنه الأحرى بنا بدلا من عرض تعريفاته المفهومية أن نبحث عن ماهيته.

أما بالنسبة إلى الأنساق الجازمة ونسق العلاقات فهي لا تختلف عن الأنساق السنتاكسيكية إلا بوجود علامة الجزم بالنسبة إلى الأنساق الجازمة ووجود رمز العلاقة بالنسبة إلى نسق العلاقات.

- **الخصائص المشتركة بين الأنساق المنطقية**

تشترك الأنساق المنطقية في العناصر التالية:

**أ- الرموز والأفكار الأولية والتعريفات:**

**1. الرموز:** الروابط المنطقية (الثوابت المنطقية) وكذا المتغيرات القضوية.

**2. الأفكار الأولية:** هي الحدود الأولية (Primitive terms) التي يختارها المنطقي من بين الروابط المنطقية (الثوابت المنطقية)، وفي الغالب ما تكون من بين هذه الروابط الثنائية الثلاثة:

• الفصل A والنفي N وهو ما نجده مثلا في نسق "وايتهد – راسل" (Whitehead–Russel) وكذلك عند "هلبرت" Hilbert.

• العطف (الوصل) والنفي N وهو ما نجده عند "برنتانو" Brentano وكذا "كواين" Quine.

• الاستلزام C والنفي N وهو ما نجده في نسق "لوكاشيفيتش" Lukasiewicz وقبل ذلك في النسق المنطقي الاستنباطي عند "فريجة" Frege.

**3. التعريفات:** إن المقصود بالتعريف هو "أن الصيغة الجديدة التي أدخلناها، تحمل المعنى نفسه بصيغة سبق وأن عرفنا معناها"، بحيث إن كل من المعرِّف والمعرَّف يكفي استعمال أحدهما، أي أن التعريف يكون بما يساويه ويكون "قابلا للانعكاس. مثل: الإنسان هو الحيوان الناطق والحيوان الناطق هو الإنسان".

**1.3 تعريف رابط منطقي بواسطة الروابط الأخرى:**

سنشير إلى المصطلح تعريف (Définition) بالرمز: تع.

- **تعريف دالة الوصل:**

ق ∧ ل ≡ ~ ( ~ ق ∨ ~ ل ) تع1

ق ∧ ل ≡ ~ ( ق ← ~ ل ) تع2

- **تعريف دالة الفصل:**

ق ∨ ل ≡ ~ ( ~ ق ∧ ~ ل ) تع1

ق ∨ ل ≡ ~ ق ← ل تع2

- **تعريف دالة الاستلزام:**

ق ← ل ≡ ~ ( ق ∧ ~ ل ) تع1

ق ← ل ≡ ~ ق ∨ ل تع2

ق ← ل ≡ ~ ل ← ~ ق تع3

- **تعريف دالة التكافؤ:**

ق ⇔ ل ≡ ~ ( ق ∧ ~ ل ) ∧ ~ ( ~ ق ∧ ل ) تع1

ق ⇔ ل ≡ ( ق ∧ ل ) ∨ ( ~ ق ∧ ~ ل ) تع2

ق ⇔ ل ≡ ~ ق w ل تع3

ق ⇔ ل ≡ (ق ← ل) ∧ (ل ← ق) تع4

**ب- مجموعة البديهيات وقواعد الاشتقاق والمبرهنات:**

**1. مجموعة البديهيات:** هي قضايا أولية تشتق منها بالإضافة إلى التعريفات مبرهنات النسق، فعلى سبيل المثال: وضع "بيانو" في نسقه المنطقي الاستنباطي خمس بديهيات، كما وضع "فريجة" سبع بديهيات، رأى بعض المناطقة أنه يمكن أن يحل محلها ثلاث بديهيات فقط، أما بالنسبة لـ "راسل" و"وايتهد" فقد صاغا خمس بديهيات.

**ت- قواعد الاشتقاق:** وهي المبادئ التي يعتمدها المنطقي لاشتقاق المبرهنات، فعلى سبيل المثال نجد أن "فريجة" اعتمد على أربعة مبادئ أو قواعد من بينها: مبدأ التعويض، مبدأ الاستدلال.

**ث- المبرهنات:** وهي ما يهدف إليه النسق المنطقي، حيث "تعد المبرهنات غاية كل نسق، فهي النتائج المباشرة للتسليم بالأفكار والقضايا والقواعد السابقة عليها، وبها يكتمل عمل المنطقي أو عالم الرياضيات وتصدق خطته في بناء النسق".