المحاضرة رقم: 04

نماذج من الأنساق المنطقية

قبل عرضنا لنماذج من الأنساق المنطقية، لابد من أن نعرض أهم القوانين المنطقية.

1. القوانين البسيطة المتعلقة بقضية واحدة:

- قانون الهوية (مبدأ الذاتية): ق ≡ ق
- قانون عدم التناقض: ~ (ق ∧ ~ ق)
- قانون الثالث المرفوع: ق ∨ ~ ق
- قانون النفي المزدوج: ~ ~ ق

2. قانونا دي مورغان:

- ق ∧ ل ≡ ~ (~ ق ∨ ~ ل)
- ق ∨ ل ≡ ~ (~ ق ∧ ~ ل)

"تنص خاصية دي مورغان على أن رابط النفي إذا دخل على عبارة وصلية فيحولها إلى عبارة فصلية منفية الطرفين. وإذا دخل على عبارة فصلية فيحولها إلى عبارة وصلية منفية الطرفين"، وذلك معناه أن:

- ~ (ق ∧ ل) ≡ (~ ق ∨ ~ ل)
- ~ (ق ∨ ل) ≡ (~ ق ∧ ~ ل)

3. التوتولوجيا (تحصيل الحاصل): هي القضية المركبة الصادقة في جميع الحالات الممكنة. "مثال ذلك: إما تكون الشمس طالعة وإما لا تكون طالعة. وصورته: ق ∨ ~ ق (إما ق وإما لا ق)". ونرمز لها بـ: T.

4. التناقض: هو قانون تكون فيه القضية كاذبة في جميع الحالات، ونرمز له بـ: ⊥.

يعود الفضل في تحديد مفهومي التوتولوجيا (تحصيل حاصل: T) وكذا القضية المتناقضة (⊥) إلى الفيلسوف والمنطقي النمساوي "لودفيغ فتغنشتاين" Ludwig Wittgenstein.

5. القضايا العرضية: وهي التي تكون فيها بعض القيم صادقة والبعض الآخر كاذب.

6. التبديلية، التجمعية، التوزيعية

تتميز بعض الروابط المنطقية بمجموعة من الخصائص:

1.6 الخاصية التبديلية: وهي التي تتميز بها الروابط التناظرية: كالوصل والفصل، وكذلك الأمر بالنسبة إلى مزدوجة التكافؤ والعناد، بالإضافة إلى رابط النفي المزدوج وكذا رابط نفي أحد البديلين. وهذه هي صيغتها بالنسبة إلى الروابط الآنف ذكرها:

- الوصل: ق ∧ ل ≡ ل ∧ ق، حيث يمكن كتابة القضية الوصلية (ق ∧ ل) أو (ل ∧ ق) "دون أن يتغير مفهومهما، والمقصود بمفهوميهما، دالتي صدقهما، أي أن ترتيب القضايا غير مهم، وهذا ما نعنيه بالخاصية التبديلية Commutativité".
- الفصل: ق ∨ ل ≡ ل ∨ ق.
- التكافؤ: ق ⇔ ل ≡ ل ⇔ ق.
- العناد: ق w ل ≡ ل w ق.
- النفي المزدوج (الرفض): ق ↓ ل ≡ ل ↓ ق.
- نفي أحد البديلين (التنافي): ق | ل ≡ ل | ق.

بيد أن هذه الخاصية لا تنطبق على الاستلزام، حيث إن دالة صدق القضية (ق ← ل) تختلف عن دالة صدق القضية (ل ← ق).

2.6 الخاصية التجميعية: وهي التي تسمح بحذف الأقواس، وتصلح لكل من رابط الوصل والفصل والتكافؤ، "وأما فيما يتعلق بأسلوبها فهي لا تصلح إلا للعناد وليس للتنافي ولا للرفض". حيث يمكن أن تكتب هكذا بالنسبة إلى:

- الوصل: (ق ∧ ل) ∧ م ≡ ق ∧ (ل ∧ م)، إذ إن دالة صدق القضية: (ق ∧ ل) ∧ م هي نفسها دالة صدق القضية: ق ∧ (ل ∧ م)، ومن ثمة يمكن كتابتها بدون أقواس كالتالي: ق ∧ ل ∧ م.

• الفصل: (ق ∨ ل) ∨ م ≡ ق ∨ (ل ∨ م)، إذ إن دالة صدق القضية: (ق ∨ ل) ∨ م هي نفسها دالة صدق القضية: ق ∨ (ل ∨ م)، ومن ثمة يمكن كتابتها بدون أقواس كالتالي: ق ∨ ل ∨ م.

• التكافؤ: (ق ⇔ ل) ⇔ م ≡ ق ⇔ (ل ⇔ م)، إذ إن القضية: (ق ⇔ ل) ⇔ م هي نفسها القضية: ق ⇔ (ل ⇔ م)، ومن يمكن كتابتها بدون أقواس كالتالي: ق ⇔ ل ⇔ م.

• العناد: (ق w ل) w م ≡ ق w (ل w م)، إذ إن دالة صدق القضية: (ق w ل) w م هي نفسها دالة صدق القضية: ق w (ل w م)، ومن ثمة يمكن كتابتها كالتالي: ق w ل w م.

3.6 الخاصية التوزيعية: وهي التي تخص الوصل (العطف) والفصل دون غيرهما من الروابط المنطقية، حيث إن:

ق ∧ (ل ∨ م) ≡ (ق ∧ ل) ∨ (ق ∧ م).

ق ∨ (ل ∧ م) ≡ (ق ∨ م) ∧ (ق ∨ م).

7. قانون التعدي:

• ((ق ← ل) ∧ (ل ← م)) ← (ق ← م). قياس اقتراني شرطي.

مثال: إذا كان الكائن انسانا فهو حيوان

وإذا كان الكائن حيوانا فهو فان

إذا كان الكائن انسانا فهو فان

• ((ق ∧ ل) ∧ (ل ∧ م)) ← (ق ∧ م).

• ((ق ⇔ ل) ∧ (ل ⇔ م)) ← (ق ⇔ م)

8. البرهان بالخلف:

• (ق ← ل) ∧ (ق ← ~ ل) ≡ ~ ق.

يمكن التعبير عن القوانين السابقة جبريا، حيث إن الوصل ∧ يسمى الضرب المنطقي والفصل ∨ يسمى الجمع المنطقي.