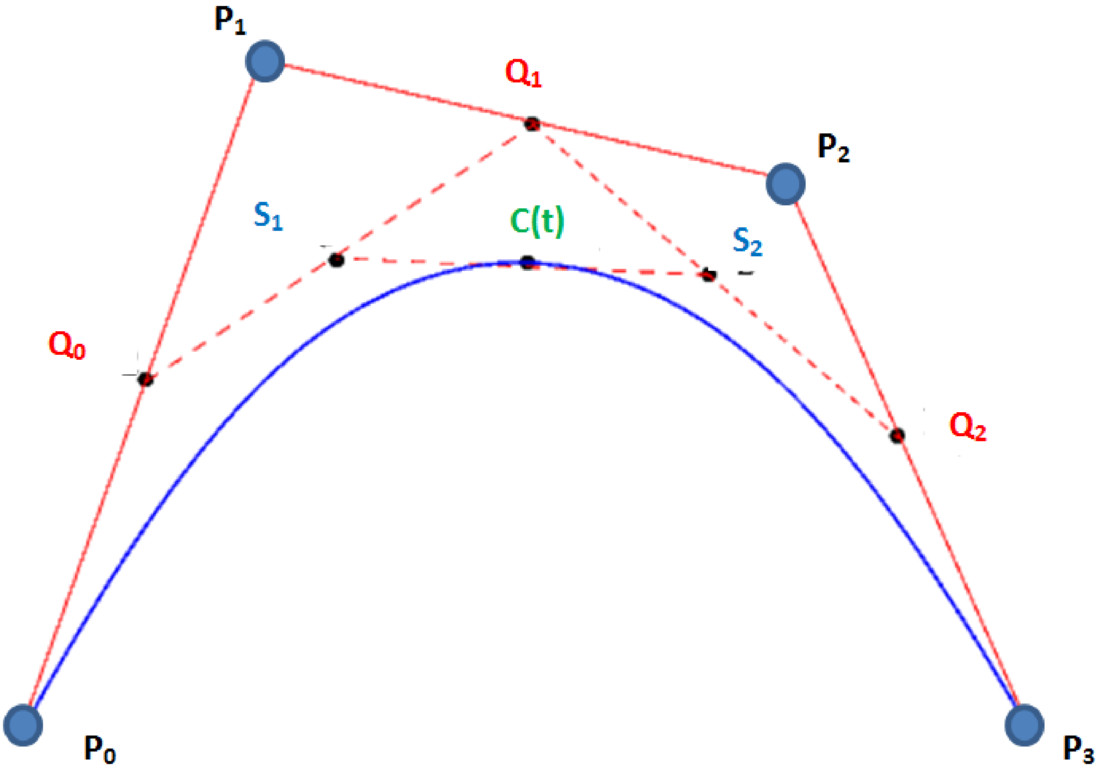
Courbe de Bézier cubique obtenu par dérivation

Courbe de Bézier cubique :

C(T) = $\sum_{i=0}^{n} B_i^n(t).\mathbf{P}_i$, avec $t \in [0,1]$ et où les B_i^n sont les polynômes de Bernstein.

$$C(t) = \mathbf{P_0}(1-t)^3 + 3\mathbf{P_1}t(1-t)^2 + 3\mathbf{P_2}t^2(1-t) + \mathbf{P_3}t^3,$$

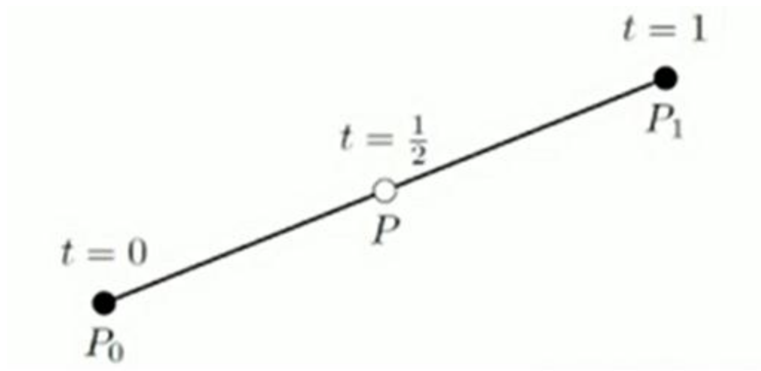


Points de controle = 4

N= 4-1= 3

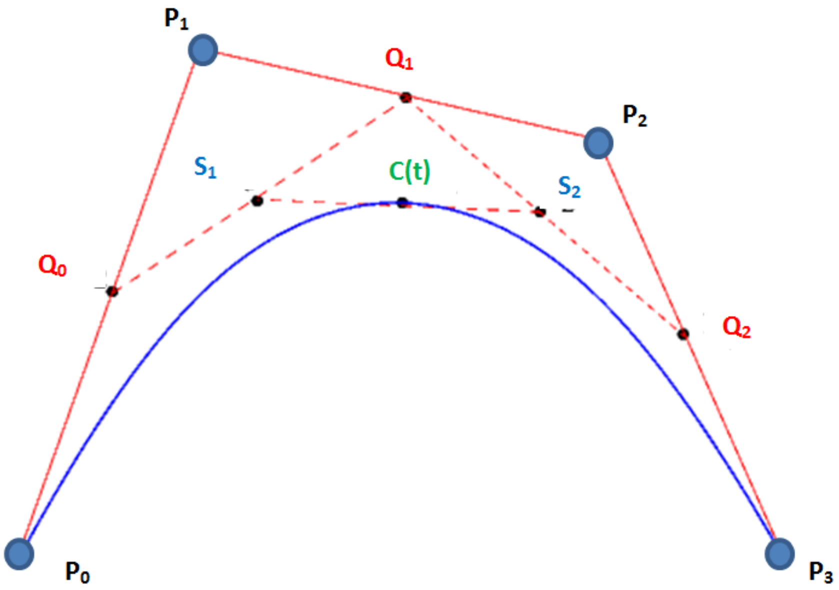
Les points de contrôle $\mathbf{P}_0$ et $\mathbf{P}_1$ définissent la courbe de Bézier donnée par l'équation

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)\mathbf{P}_0 + t\mathbf{P}_1,\ t \in [0,1].$$



$$\mathbf{P(t) = (1\text{-}t)\ P_0 + tP_1 \quad t \in [0,1]}$$

L'étape 1 : rechercher S1



$$Q_0 = (1-t)\,P_0 + tP_1$$

$$Q_1 = (1-t)\,P_1 + tP_2$$

$$S_1 = (1-t)\,Q_0 + tQ_1$$

$$S_1 = (1-t)[(1-t)\,P_0 + tP_1] + t[(1-t)\,P_1 + tP_2\,]$$

STEP 1: TO FIND S1.

$$Q_0 = (1-t)P_0 + tP_1$$

$$Q_1 = (1-t)P_1 + tP_2$$

$$S_1 = (1-t)Q_0 + tQ_1$$

$$= (1-t)[(1-t)P_0 + tP_1] + t[(1-t)P_1 + tP_2]$$

$$= [(1-t)^2 P_0 + tP_1(1-t)] + [tP_1(1-t) + t^2 P_2]$$

$$S_1 = (1-t)^2 P_0 + 2tP_1(1-t) + t^2 P_2$$

STEP 2: FIND S_2

$$Q_1 = (1-t)P_1 + tP_2$$
$$Q_2 = (1-t)P_2 + tP_3$$
$$S_2 = (1-t)Q_1 + tQ_2$$

$$S_2 = (1-t)\left[(1-t)P_1 + tP_2\right] + t\left[(1-t)P_2 + tP_3\right]$$
$$= \left[(1-t)^2 P_1 + tP_2(1-t)\right] + \left[tP_2(1-t) + t^2 P_3\right]$$
$$= (1-t)^2 P_1 + 2tP_2(1-t) + t^2 P_3$$

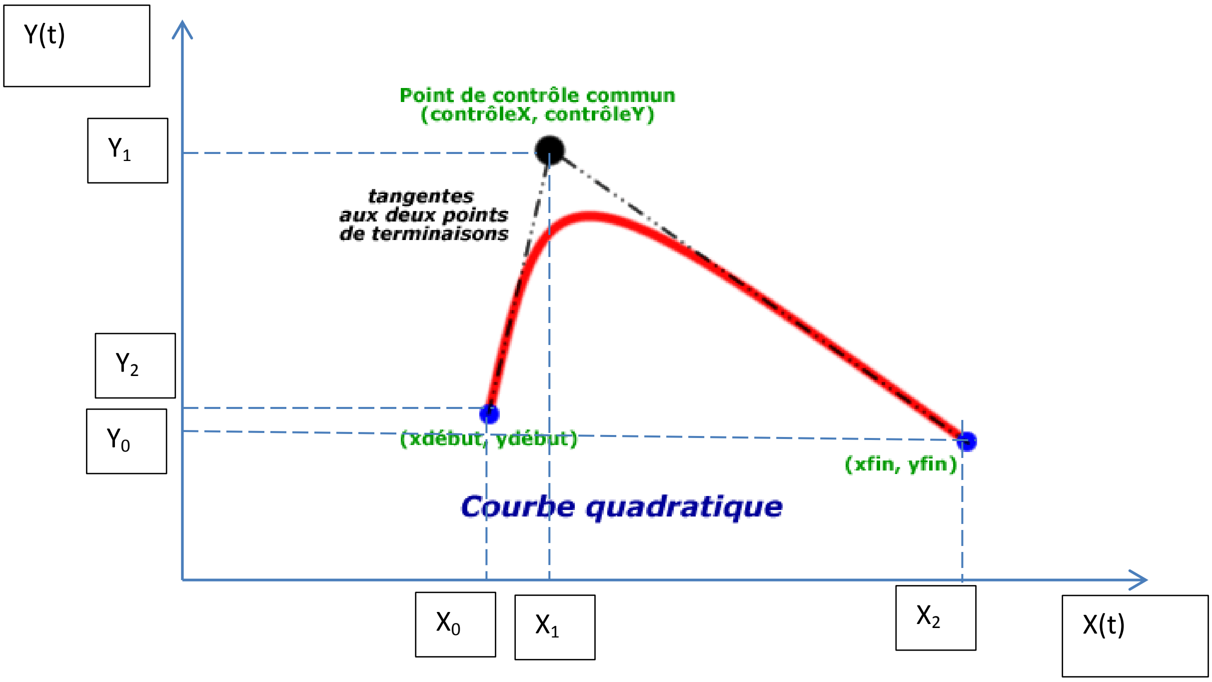
STEP 3: FIND $C(t)$.

$$C(t) = (1-t)S_1 + tS_2$$
$$= (1-t)\left[(1-t)^2 P_0 + 2tP_1(1-t) + t^2 P_2\right]$$
$$+ t\left[(1-t)^2 P_1 + 2tP_2(1-t) + t^2 P_3\right].$$
$$= \left[(1-t)^3 P_0 + 2tP_1(1-t)^2 + t^2 P_2(1-t)\right]$$
$$+ \left[tP_1(1-t)^2 + 2t^2 P_2(1-t) + t^3 P_3\right].$$
$$= (1-t)^3 P_0 + 3tP_1(1-t)^2 + 3t^2 P_2(1-t) + t^3 P_3$$

STEP 3: FIND $C(t)$.

$$C(t) = (1-t)S_1 + tS_2$$
$$= (1-t)\left[(1-t)^2 P_0 + 2tP_1(1-t) + t^2 P_2\right]$$
$$+ t\left[(1-t)^2 P_1 + 2tP_2(1-t) + t^2 P_3\right].$$
$$= \left[(1-t)^3 P_0 + 2tP_1(1-t)^2 + t^2 P_2(1-t)\right]$$
$$+ \left[tP_1(1-t)^2 + 2t^2 P_2(1-t) + t^3 P_3\right].$$
$$= (1-t)^3 P_0 + 3tP_1(1-t)^2 + 3t^2 P_2(1-t) + t^3 P_3$$

$$\boxed{C(t) = P_0(1-t)^3 + 3P_1 t(1-t)^2 + 3P_2 t^2(1-t) + P_3 t^3}$$

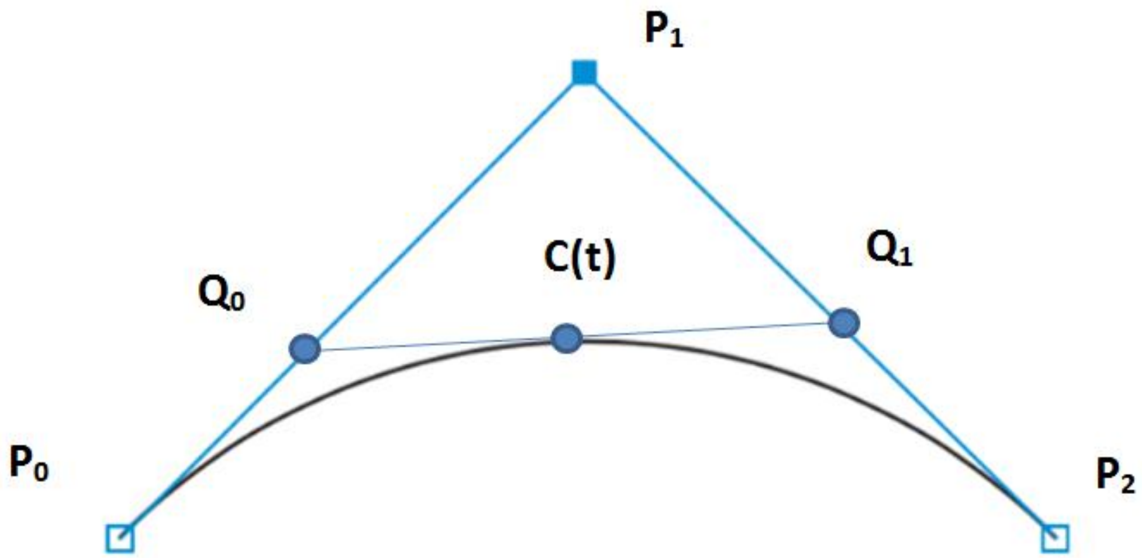


C(T) = $\sum_{i=0}^{n} B_i^n(t).\mathbf{P}_i$, avec $t \in [0,1]$ et où les B_i^n sont les polynômes de Bernstein.

Courbe de Bézier quadratique (de degré 2)

Une courbe de Bézier quadratique est la courbe **B**(t) définie par les points de contrôle $\mathbf{P}_0$, $\mathbf{P}_1$ et $\mathbf{P}_2$.

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)^2\mathbf{P}_0 + 2t(1-t)\mathbf{P}_1 + t^2\mathbf{P}_2,\ t \in [0,1].$$



$Q_0 = (1\text{-}t)\ P_0 + tP_1$

$Q_1 = (1\text{-}t)\ P_1 + tP_2$

$C(t) = (1\text{-}t)\ Q_0 + tQ_1$

$C(t) = (1\text{-}t)[(1\text{-}t)\ P_0 + tP_1] + t[(1\text{-}t)\ P_1 + tP_2\ ]$

$C(t) = (1\text{-}t)^2\ P_0 + 2t(1\text{-}t)\ P_1 + t^2P_2$

$$\boldsymbol{x(t) = (1-t)^2 x_0 + \ 2t(1-t)x_1 + t^2 x_2}$$

$$\boldsymbol{y(t) = (1-t)^2 y_0 + \ 2t(1-t)y_1 + t^2 y_2}$$

Ecrire sous forme matricielle la courbe C(t) ?

Tracer la courbe C(t) sur Excel?

amrounesalah2011@gmail.com