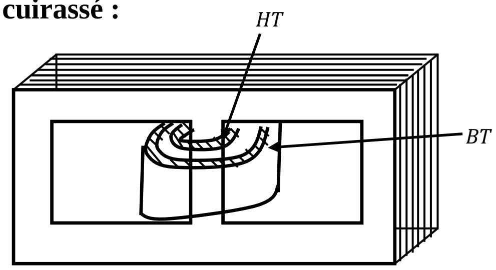
CHAPITRE II : TRANSFORMATEURS MONOPHASES

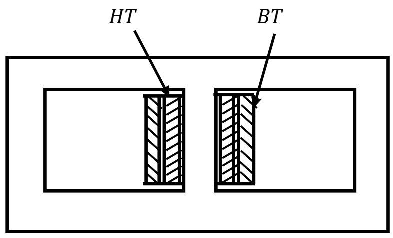
Introduction – définition :

Un transformateur est une machine électrique statique à courant alternatif qui permet d'obtenir le changement de la valeur efficace de la tension ou du courant en gardant la même fréquence.

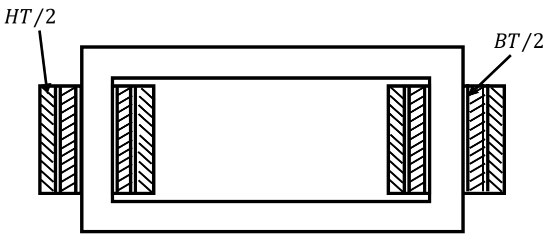
Types de noyaux :

1. Noyau cuirassé :

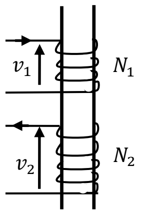




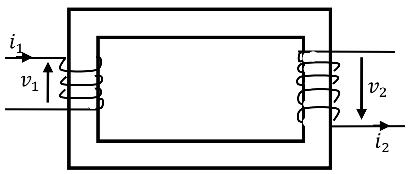
2 Noyau en deux colonnes :



Représentation simplifiée d'un transformateur et conventions de signes :



$\Rightarrow$



Conventions de signes :

- Le primaire constitue vis-vis de la source, un récepteur, il absorbe un courant et une puissance ; il développe une f.c.e.m.
- Le secondaire, se comporte à l'égard du circuit branché entre ses bornes comme un générateur ; il développe une f.e.m.
- Les enroulements primaire et secondaire sont bobinés dans le même sens, on prend comme sen positif celui de flux de premier bobinage.

Types de transformateurs :

Si : $\boldsymbol{V_2 > V_1} \rightarrow$ Le transformateur est un élévateur de tension.

$\boldsymbol{V_2 < V_1} \rightarrow$ Le transformateur est un abaisseur de tension.

$\boldsymbol{V_2 = V_1} \rightarrow$ Transformateur d'isolation.

Plaque signalétique : elle doit comprendre :

Tension primaire $\boldsymbol{V_1}$ **e**n V ou kV**.**

Tension secondaire $\boldsymbol{V_2}$ en V ou kV**.**

Puissance apparente $\boldsymbol{S}$ en VA ou $kVA.$

Fréquence de fonctionnement ($\boldsymbol{f} = 50\ Hz$ en général).

Les symboles qui schématisent la présence d'un transformateur monophasé :

Transformateur monophasé parfait :

Le transformateur peut être considéré comme parfait (ce n'est pas le cas en pratiques) si :

- Absence de flux de fuites (circuit magnétique parfait) ($l_{f1} = l_{f2} = 0$)
- Absence des pertes par effet Joule ($r_1 = r_2 = 0$)
- Pas de pertes fer.

Equations des tensions :

$$v_1(t) + e_1(t) = 0 \quad avec \quad e_1(t) = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$v_2(t) + e_2(t) = 0 \quad avec \quad e_2(t) = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Rapport de transformation :

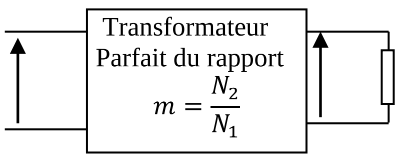
$$m = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

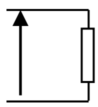
On a aussi : $N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = \Re \cdot \Phi$

Pour un transformateur parfait

$N_1 \cdot i_1 = N_2 \cdot i_2$

Donc : $\boxed{m = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{i_1}{i_2}}$





Au secondaire :

$V_2 = Z_2 \cdot i_2$ et $V_2 = m \cdot V_1$, $i_2 = \frac{i_1}{m}$

$$V_1 = \frac{Z_2}{m^2} \cdot i_1$$

$Z_{1p} = \frac{Z_2}{m^2}$: **L'impédance secondaire ramenée au primaire.**

Pertes d'un transformateur :

1. ***Pertes fer :***

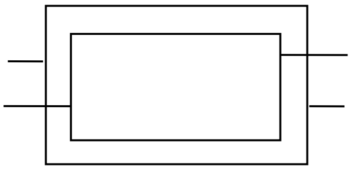
   Pertes par Hystérésis : $P_H = K_H \cdot f \cdot {B_{max}}^2$

   Pertes par courant de Foucault : $P_{CF} = K_{CF} \cdot f^2 \cdot {B_{max}}^2$

2. ***Pertes Joules (cuivre) :***

   $P_J = r_1 \cdot {i_1}^2 + r_2 \cdot {i_2}^2$

Transformateur monophasé réel à vide : le secondaire du transformateur en circuit ouvert : $\begin{cases} i_2 = 0 \\ V_2 = V_{2v} \\ i_1 = i_{1v} \end{cases}$



Le transformateur est équivalent à une bobine à noyau de fer, le secondaire ne joue aucun rôle par rapport au flux.

$\overline{I_{1V}} = \overline{I_{1Va}} + j\overline{I_{1Vr}}$

I_{1Va} : Correspond aux pertes de la puissance active dans le circuit magnétique.

$P_{fer} = R_f \cdot {I_{1Va}}^2$

I_{1Vr} : Composante réactive Correspond au courant de magnétisation nécessaire pour maintenir Φ_V au niveau du circuit magnétique ; c'est le courant de magnétisation.

$\Re \cdot \Phi_V = N_1 \cdot I_{1V}$

Primaire :

$v_1 - e_{1V} - r_1 \cdot i_{1v} = 0 \quad avec \;\; e_{1V} = -N_1 \frac{d\Phi_{t1V}}{dt}$

$v_1 = r_1 \cdot i_{1v} + N_1 \frac{d\Phi_{t1V}}{dt} = r_1 \cdot i_{1v} + N_1 \frac{d(\Phi_{1V} + \Phi_{f1})}{dt}$

$\overline{V_1} = r_1 \cdot \overline{I_{1V}} + j(\mathrm{l}_{f1}\omega) \cdot \overline{I_{1V}} + j(\mathrm{N}_1\omega) \cdot \overline{\Phi_{1V}}$

$\overline{E_{1V}} = j(\mathrm{N}_1\omega) \cdot \overline{\Phi_{1V}}$

$\overline{V_1} = \overline{E_{1V}} + (r_1 + j\mathrm{l}_{f1}\omega) \cdot \overline{I_{1V}}$

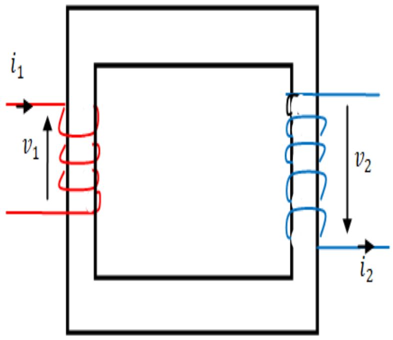
Secondaire :

$V_{2V} = e_{2V}$

$\overline{V_{2V}} = j(\mathrm{N}_2\omega) \cdot \overline{\Phi_{1V}} = \overline{E_{2V}}$

TRANSFORMATEUR REEL EN CHARGE :

En charge : $I_2 \neq 0$; $V_2 \neq V_{2V}$; en général : $V_2 < V_{2V}$ à cause de la chute de tension due à la charge.



$\emptyset_{t1} = \emptyset_1 + \emptyset_{f1}$, $\quad \emptyset_{t2} = \emptyset_2 + \emptyset_{f2}$

Flux commun dans le noyau : $\emptyset = \emptyset_1 - \emptyset_2$

Mise en équations du transformateur en charge :

1) **Equations des flux** : $\emptyset_1 \rightarrow sens\ positif$

$\emptyset_{t1} = \emptyset_1 + \emptyset_{f1}$ avec $N_1 \cdot \emptyset_{f1} = l_{f1} \cdot i_1$

$\emptyset_{1r} = \emptyset_{t1} - \emptyset_2 = \emptyset_1 + \emptyset_{f1} - \emptyset_2 = \emptyset + \emptyset_{f1}$

$\emptyset_{t2} = \emptyset_2 + \emptyset_{f2}$ avec $N_2 \cdot \emptyset_{f2} = l_{f2} \cdot i_2$

$\emptyset_{2r} = \emptyset - \emptyset_{t2} = \emptyset_1 - \emptyset_2 - \emptyset_{f2} = \emptyset - \emptyset_{f2}$

2) **Equations des tensions :**

Primaire :

$v_1 - r_1 \cdot i_1 - e_1 = 0$ *Avec :* $e_1 = N_1 \cdot \frac{d\emptyset_{1r}}{dt}$

$$v_1 = r_1 \cdot i_1 + e_1 = r_1 \cdot i_1 + N_1 \cdot \frac{d(\emptyset + \emptyset_{f1})}{dt} = r_1 \cdot i_1 + N_1 \cdot \frac{d\emptyset}{dt} + l_{f1} \cdot \frac{di_1}{dt}$$

$\overline{V_1} = \overline{E_1} + r_1 \cdot \overline{I_1} + jl_{f1}\omega \cdot \overline{I_1}$; $\overline{E_1} = jN_1\omega \cdot \overline{\emptyset}$

Secondaire :

$v_2 + r_2 \cdot i_2 - e_2 = 0$

$$v_2 = -r_2 \cdot i_2 - N_2 \cdot \frac{d\emptyset_{2r}}{dt} = -r_2 \cdot i_2 + N_2 \cdot \frac{d\emptyset}{dt} - l_{f2} \cdot \frac{di_2}{dt}$$

$\overline{V_2} = \overline{E_2} - (r_2 + jl_{f2}\omega) \cdot \overline{I_2}$; $\overline{E_2} = jN_2\omega \cdot \overline{\emptyset}$

3) **Equations des A.T :**

Fonctionnement à vide : $\mathrm{F} = \mathrm{N}_1 \cdot \mathrm{i}_{1\mathrm{V}}$
Fonctionnement en charge : $\mathrm{F}_1 = \mathrm{N}_1 \cdot \mathrm{i}_1 - \mathrm{N}_2 \cdot \mathrm{i}_2$

Que ce soit à vide ou en charge, pour un même transformateur et sous une même tension d'alimentation V_1, la force magnétomotrice qui impose le flux $\emptyset$ à travers le circuit magnétique est donc pratiquement la même.

$\mathrm{F} = \mathrm{N}_1 \cdot \mathrm{i}_{1\mathrm{V}} = \mathrm{N}_1 \cdot \mathrm{i}_1 - \mathrm{N}_2 \cdot \mathrm{i}_2 = \mathfrak{R} \cdot \emptyset = \mathfrak{R} \cdot (\emptyset_1 - \emptyset_2)$

Schéma équivalent d'un transformateur en charge :

$\overline{\mathrm{E}_1} = \mathrm{R}_\mathrm{F} \cdot \overline{\mathrm{I}_{1\mathrm{Va}}} = \mathrm{jX}_\mathrm{m} \cdot \overline{\mathrm{I}_{1\mathrm{Vr}}}$

$\mathbf{R_F}$ **:** Résisatance équivalente aux pertes fer ($P_F = R_F \cdot I_{1va}^2$)
$\mathbf{X_m}$ **:** Réactance de magnétisation.

Transformateur monophasé en charge (hypothèse de KAPP) :

$\mathrm{F} = \mathrm{N}_1 \cdot \mathrm{i}_{1\mathrm{V}} \approx \mathrm{N}_1 \cdot \mathrm{i}_1 - \mathrm{N}_2 \cdot \mathrm{i}_2$

L'hypothèse de KAPP consiste à négliger le courant primaire à vide qui est très faible, on a donc :

$\mathrm{N}_1 \cdot \mathrm{i}_1 - \mathrm{N}_2 \cdot \mathrm{i}_2 = 0 \Rightarrow \mathrm{N}_1 \cdot \mathrm{i}_1 = \mathrm{N}_2 \cdot \mathrm{i}_2$ Avec $\frac{\mathrm{i}_2}{\mathrm{i}_1} = \frac{\mathrm{N}_1}{\mathrm{N}_2} = \mathrm{m}^{-1}$

Remarque :
L'hypothèse de KAPP permet de simplifier l'étude du transformateur en charge, elle permet de ramener le transformateur soit au primaire ou bien au secondaire :

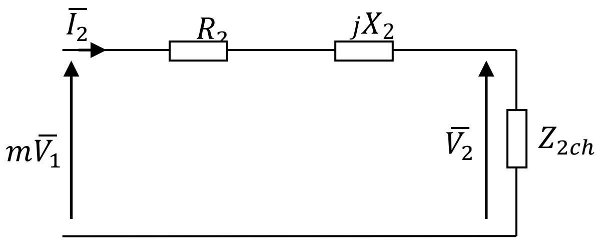
Transformateur ramené au secondaire :

Le plus souvent on se ramène au secondaire du transformateur, car généralement les grandeurs du secondaire (i_2, v_2 et $cos\varphi_2$) qui sont connues. Le problème le plus fréquent consiste à déterminer la chute de tension aux bornes du secondaire dans le cas ou la tension au primaire est constante.

$\overline{V_1} = \overline{E_1} + r_1 \cdot \overline{I_1} + jl_{f1}\omega \cdot \overline{I_1}$

En multipliant par $({}^{N_2}/_{N_1})$:

$\frac{N_2}{N_1} \cdot \overline{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \cdot r_1 \cdot \overline{I_1} + \frac{N_2}{N_1} \cdot jl_{f1}\omega \cdot \overline{I_1} + \frac{N_2}{N_1} \cdot \overline{E_1}$



$$\frac{\overline{E_2}}{\overline{E_1}} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\overline{I_1}}{\overline{I_2}} = \frac{\overline{V_{2V}}}{\overline{V_1}} = m$$

$m \cdot \overline{V_1} = m^2 \cdot r_1 \cdot \overline{I_2} + jl_{f1}\omega \cdot m^2\overline{I_2} + m \cdot \overline{E_1}$

$\overline{V_{2V}} = m^2 \cdot r_1 \cdot \overline{I_2} + jl_{f1}\omega \cdot m^2\overline{I_2} + \overline{E_2}$

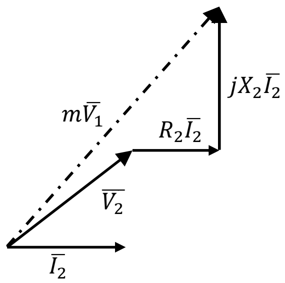
$\overline{V_2} = \overline{E_2} - (r_2 + jl_{f2}\omega) \cdot \overline{I_2}$

$\overline{V_{2V}} - V_2 = [(m^2\, r_1 + r_2) + j(m^2 l_{f1}\omega + l_{f2})] \cdot \overline{I_2} = (R_2 + jX_2) \cdot \overline{I_2} = \overline{Z_2} \cdot \overline{I_2}$

Ou : $R_2 = r_2 + m^2\, r_1$: Résistance totale du transformateur vue du secondaire
$X_2 = l_{f2} + m^2\, l_{f1}$: Réactance totale de fuite vue du secoandaire.

Diagramme vectoriel :

$\overline{V_{2V}} = m \cdot \overline{V_1} = \overline{V_2} + (R_2 + jX_2) \cdot \overline{I_2}$



Etude de la chute de tension :

$\Delta U = \overline{V_{2V}} - \overline{V_2} = m \cdot \overline{V_1} - \overline{V_2} = (R_2 + jX_2) \cdot \overline{I_2}$

$\Delta U = V_{2V} - V_2 \approx R_2 \cdot I_2 \cdot cos\varphi_2 + X_2 \cdot I_2 \cdot sin\varphi_2$

Rendement d'un transformateur :

$$\eta = \frac{P_U}{P_{abs}}$$

$$P_U = V_2 \cdot I_2 \cdot cos\varphi_2$$

$$P_{abs} = V_1 \cdot I_1 \cdot cos\varphi_1 = V_2 \cdot I_2 \cdot cos\varphi_2 + P_{fer} + P_J$$

$$P_J = r_1 \cdot {I_1}^2 + r_2 \cdot {I_2}^2 = r_1 \cdot {I_1}^2 + \frac{r_2}{m^2} \cdot {I_2}^2 = R_{1p} \cdot {I_1}^2 = R_{2s} \cdot {I_2}^2$$

$$\eta = \frac{V_2 \cdot I_2 \cdot cos\varphi_2}{V_2 \cdot I_2 \cdot cos\varphi_2 + R_{2s} \cdot {I_2}^2 + P_{fer}} = \frac{V_2 \cdot cos\varphi_2}{V_2 \cdot cos\varphi_2 + R_{2s} \cdot I_2 + {P_{fer}}/{I_2}}$$

Rendement maximal :

Le Rendement est max pour $V_2 \cdot cos\varphi_2 + R_{2s} \cdot I_2 + {P_{fer}}/{I_2}$ min donc $P_{fer} = P_J$ ou $R_{2s} \cdot {I_2}^2 = P_{fer}$