

Epreuve finale de module : Méthodes numériques

Exercice 1 : (16 points)

Soit  $(S)$  le système linéaire suivant:

$$(S) : \begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 = 12 \\ 6x_1 + 2x_2 - x_3 = 7 \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 = 15 \end{cases}$$

Partie 01 : (08 points)

1. Ecrire le système  $(S)$  sous la forme matricielle  $AX=b$ .
2. Résoudre par la méthode d'élimination de Gauss le système  $(S)$ .
3. Dédire une décomposition de la matrice  $A$ ,  $(A=LU)$ , comme produit d'une matrice triangulaire inférieure  $L$  par une matrice triangulaire supérieure  $U$ .
4. Calculer le déterminant de la matrice  $A$ .

Partie 02 : (08 points)

1. Vérifier que les processus itératifs de Jacobi et de Gauss-Seidel associés au système linéaire  $(S)$  convergent, quelque soit le vecteur initial  $X^{(0)} \in \mathbb{R}^3$ .
2. Calculer les trois (3) premiers itérés de la méthode de Jacobi du système  $(S)$  en partant de  $X^{(0)} \begin{pmatrix} 1 \\ 2,5 \\ 2,9 \end{pmatrix}$ , et estimer l'erreur.

Exercice 2 : (4 points)

1. Ecrire un algorithme qui permet de résoudre un système linéaire triangulaire inférieure d'ordre  $n$ .
2. Ecrire un algorithme qui permet de résoudre un système linéaire d'ordre  $n$ , par la méthode de Jacobi.