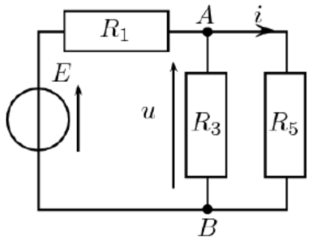
Solution de la serie de TD N° 1

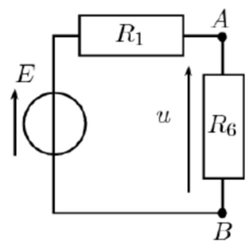
Exercice N°1:

1/ La résistance équivalente vue a partir des points a et b.
$R_{eq}=R_1//R_2=R_1*R_2/(R_1+R_2)$
AN :$R_{eq}=1,55\Omega$.
2/ Le courant fourni par la source Vf.
$I=V_f/R_{eq}$, AN :I=11,57A.
3/ le courant qui traverse chacune des résistances R_1 et R_2.
$I_1= R_2/(R_1+R_2)*V_f$, AN :2,57A
$I_2= R_1/(R_1+R_2)*V_f$, AN :9A

Exercice N°2:



Après avoir introduit et nommé les nœuds, on peut introduire la résistance équivalente à R_2 et R_4 qui sont en série : $R_5 = R_2 + R_4$
AN :R_5=50+50=100Ω
• Il apparaît que R_3 est en parallèle avec R_5.
En simplifiant : $R_6 = R_3//R_5 =R_3R_5 / (R_3+R_5)$ AN :
R_6=50*100/(50+100) = 33,33 Ω
• On reconnaît un diviseur de tension, R1 et R6 étant en série, soumises à la tension E :



$U_{AB} = u =R_6 (R_1 + R_6) E$ AN :u=33,33/133,33=1,5 V.
Sur le premier schéma équivalent.
Soit : i = u /R_5 AN :i=1,5/100=15 mA.

Exercice N°3:

1) Montage « Diviseur de tension » entre D et F :

U_{EF}=R/3R E'=V

2) D'abord exprimer la résistance équivalente entre B et C :

R_{eq}=2R+(R//2R//R)=12R/5

→ la loi des mailles donne : E-E'=I_0 R_{eq} AN :I_0=5(5-3)/(12*1)=0,83 A

3) Pour connaître l'intensité I' circulant dans la branche contenant E' on calcule d'abord l'intensité I'' qui circule de D vers F dans la branche contenant les résistances 2R+ R = 3R soumises à la tension E'.
La loi d'Ohm donne : I''=E'/3R=1 A
On en déduit donc, d'après la loi des nœuds et en définissant I′ par rapport à E′ en convention générateur, que I'=I''-I_0=0.17A (I' dirigée de F vers D).

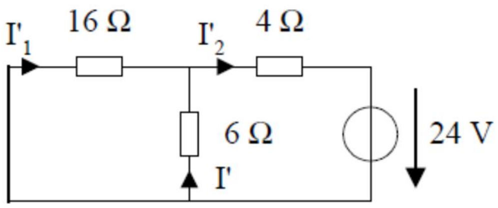
4) Tout d'abord, les symétries imposent que $i_1 = i_3$.
On reconnaît ensuite entre B et C un diviseur de courant : $i_1=i_3$ = 2/5 I_0=0,33 A
$i_2=I_0-i_1-i_3$=0,17 A

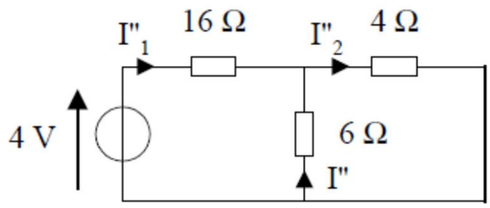
Exercice N°4:

1) Lois de Kirchhoff
Loi des noeuds : $I + I_1 = I_2$ (1)
Loi des mailles : 4 – 16 I_1 + 6 I = 0 (2)
Loi des mailles : -6 I – 4 I_2 + 24 = 0 (3)
Nous avons donc un système de 3 équations à 3 inconnues.

Après résolution, on obtient : I = +2 A.

2) Théorème de superposition





Le théorème de superposition indique que : I = I' + I''

- Calcul de I' :

Commençons par calculer I'_2 :

Loi d'Ohm : 24 V = [(16 Ω // 6 Ω) + 4 Ω] I'_2

A.N. I'_2 = +2,870 A

Formule du diviseur de courant : I'= 16/(6+16)* 2,870 =2,087A

- Calcul de I'' :

Commençons par calculer I''_1 :

Loi d'Ohm : 4 V = [(4 Ω // 6 Ω) + 16 Ω] I''_1

A.N. I''_1 = +0,217 A

Formule du diviseur de courant : I''= - 4/(4+6)* 0,217 =-0,087A

En définitive : I = I' + I''= +2 A.

3) Théorème de Millman

L'application du théorème de Millman permet de calculer directement la tension U_{BA} :

Loi d'Ohm :

$$U_{BA} = \frac{\frac{4}{16} - \frac{24}{4} + \frac{0}{6}}{\frac{1}{16} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = -12V$$

U_{BA}= -6 I

A.N. I = +2A.

Exercice N°5:

Schéma 1 : On remplace R1 et R2 par leur résistance équivalente

Req= R2//R3=2.22 Ω et $I_1=E_1/(R_1+Req)$=3.83 A

$I_{11}=R_2/(R_2+R_3)I_1$=1.7 A

$$\mathbf{I_{11} = \frac{E_1R_2}{R_2R_3 + R_1(R_2 + R_3)}}$$ =1.7 A

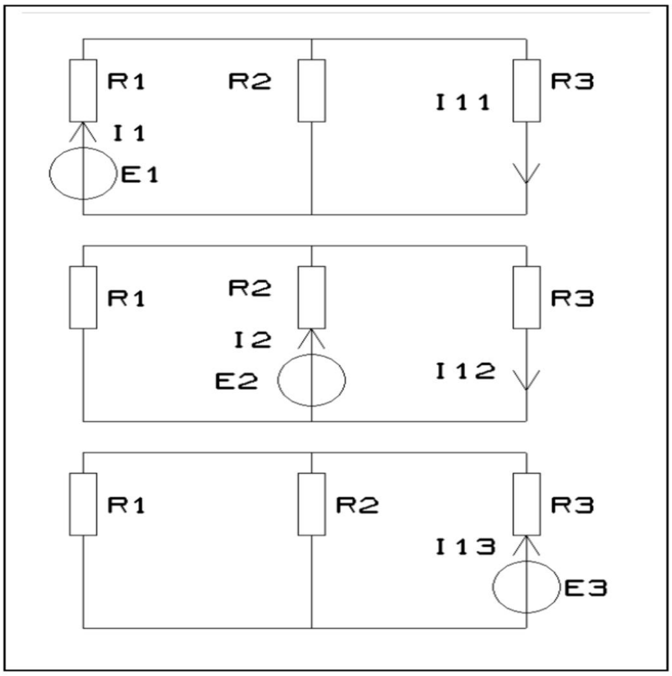
Schéma 2 :

$$\mathbf{I_{12} = \frac{E_2R_1}{R_1R_3 + R_2(R_1 + R_3)}}$$ = 0.96 A

Schéma 3 :

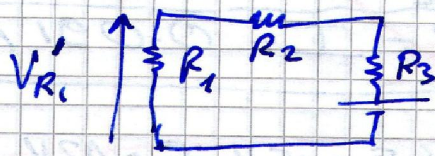
$$\mathbf{I_{13} = \frac{E_3}{\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + R_3}}$$ = 1.19 A

L'intensité recherchée est, par application du théorème de superposition égale à $I_{11}+I_{12}-I_{13}=1.47A$



Exercice N°6:

Pour $i = 0$ (Source de courant $= 0$).



$$V'_{R_1} = \frac{R_1}{R_1+R_2+R_3} E.$$

AN : $V'_R = 7{,}5V$.

Pour $E = 0$ $\Longleftrightarrow$

$Req = R_2 + R_3$.

$$i_{R_1} = i \cdot \frac{Req}{R_1+Req} :$$

AN : $I_{R_1} = 0{,}5\ mA$.

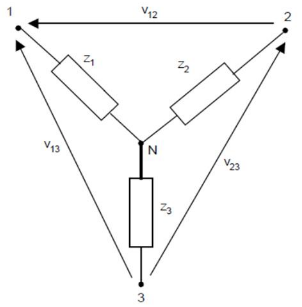
$\Rightarrow V''_{R_1} = I_{R_1} \cdot R_1 = 0{,}5.10^{-3}.10.10^{+3} = 5\ V$.

$\Rightarrow \boxed{V_{R_1} = V'_{R_1} + V''_{R_2} = 12{,}5\ V.}$

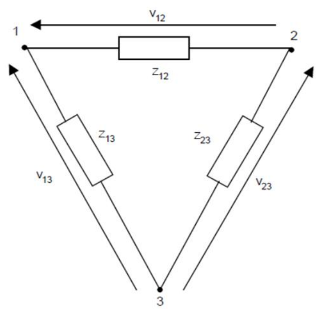
Exercice N°7:

Ce théorème permet de transformer pour un circuit tripôle un montage en étoile en un montage en triangle.

Montage étoile



Montage triangle



Théorèmes :

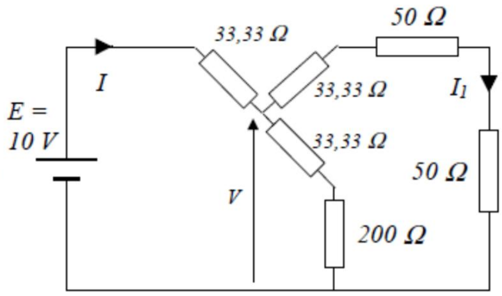
Transformation triangle $\Rightarrow$ étoile

$$Z_1 = \frac{Z_{13}Z_{12}}{Z_{12}+Z_{13}+Z_{23}}$$

Transformation étoile $\Rightarrow$ triangle

$$Y_{12} = \frac{1}{Z_{12}} = \frac{Y_1Y_2}{Y_1+Y_2+Y_3}$$

1) La transformation en question est celle de Kennelly, ici le passage triangle – étoile. D'après les formules, dans le cas de l'égalité de toutes les résistances, on trouve le schéma équivalent ci-dessus :



2) On calcule la résistance équivalente au circuit :

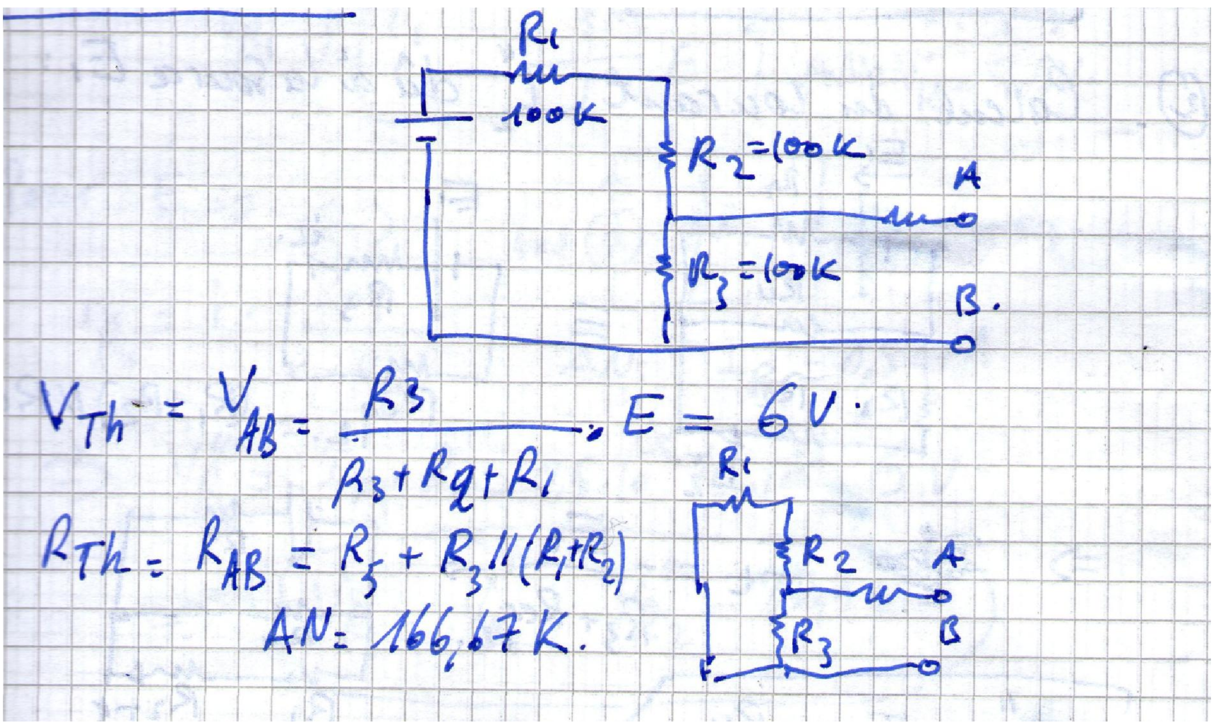
R_{eq}=33,33+(233,33//133,33)=118,17 Ω .

Donc $I=\frac{E}{R_{eq}}$=84,6 mA . Ensuite on calcule V=7,17 V . Et

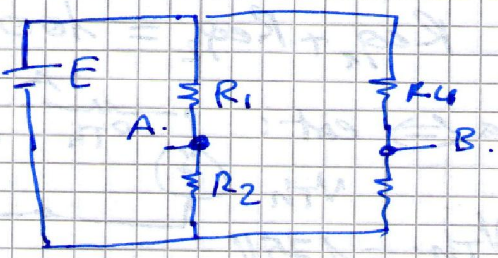
en déduit : $I_1=\frac{V}{133,33}$=53,87 mA

3) Connaissant V, I et I_1, on retrouve les tensions entre les sommets du triangle de base… on en déduit les valeurs des courants. I1= 233.33/(233.33+133.33) 84.6 10^{-3}= 53.83 mA

Exercice N°8:



Exercice N°9:



$V_{Th} = V_{AB} = V_A - V_B$.

$V_A = \dfrac{R_2}{R_1+R_2} \cdot E = 5V$

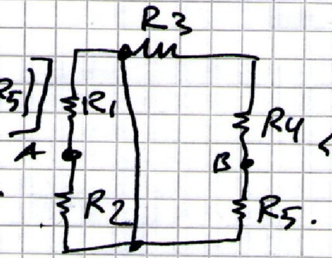
$V_B = \dfrac{R_5}{R_5+R_4+R_3} \cdot E = 2{,}5V$

$\Rightarrow V_{Th} = V_A - V_B = 5 - 2{,}5 = 2{,}5V$.

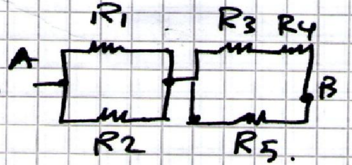
$R_{Th} = R_{AB}$

$R_{AB} = (R_1 // R_2) + [(R_3+R_4) // R_5]$

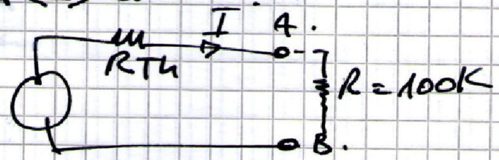
$R_{Th} = R_{AB} = 68{,}75K$.



$\Leftrightarrow$



$\Rightarrow$ le schéma $\Leftrightarrow$ est.



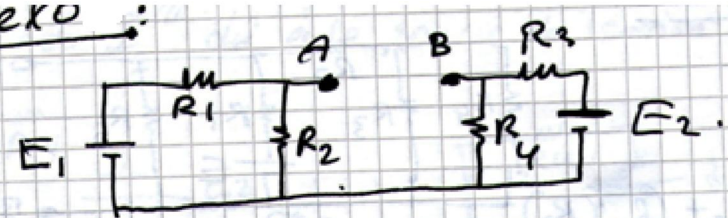
- V_{Th}

$I = \dfrac{V_{Th}}{R + R_{Th}} = 14{,}81\,\mu A$.

5

Exercice N°10:

Solution exo :

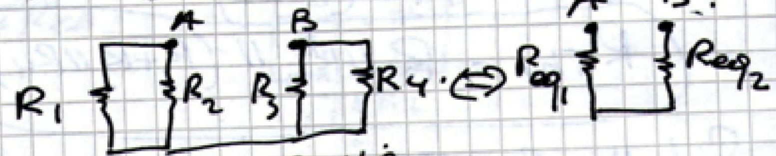


- $V_{Thv} = U_{AB} = V_A - V_B$.

$V_A = \frac{R_2}{R_2+R_1} \cdot E_1 = 6V$; $V_B = \frac{R_4}{R_4+R_3} \cdot E_2 = 2,5V$.

$\Rightarrow V_{Th} = V_A - V_B = 6 - 2,5 = 3,5\,V$.

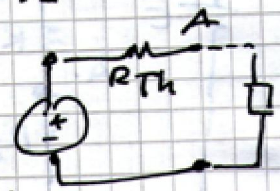
- R_{Th} ?



$R_{eq_1} = R_2 // R_1$ et $R_{eq_2} = R_3 // R_4$.

$\Rightarrow R_{Th} = R_{eq_1} + R_{eq_2} = 100\,K$.

donc le schéma ⇔ est :



$U_R = \frac{R}{R_{Th}+R} \cdot V_{Th} = 1,75V$.

Exercice N°11:

1. À vide nous pouvons par exemple appliquer le théorème de superposition. Dans ce cas, lorsque la source E_2 est court-circuitée (passivée), puisque la sortie est ouverte, aucun courant ne peut circuler dans la résistance R_3. Le schéma du montage devient celui de la figure (a) : la source de tension E_1 donne en sortie une différence de potentiel U_{BM1} ; de même, lorsque la source E_1 est court-circuitée, le schéma du montage devient celui de la figure (b) : E_2 donne en sortie une différence depotentiel U_{BM2} :

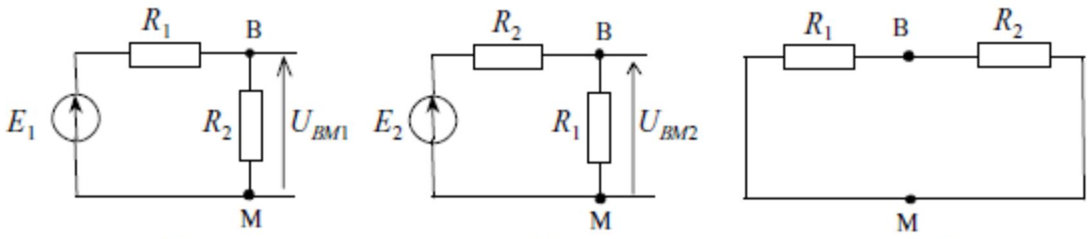
$$U_{BM1} = E_1 . \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad U_{BM2} = E_2 . \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

La tension de Thévenin équivalente devient :

$$E_{TH} = U_{BM1} + U_{BM2} = E_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + E_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 16{,}66 \text{ V}$$

Lorsque les deux sources sont passivées, $E_1 = E_2 = 0$. La figure (c) montre que les générateurs sont remplacés par des court-circuits, la résistance vue entre B et M est égale à la mise en parallèle de R_2 et de R_1, d'où :

$$R_{TH} = \frac{R_1 . R_2}{R_1 + R_2} = 2 \text{ k}\Omega$$



(a) (b) (c)

Pour calculer les éléments du générateur de Norton équivalent, nous utilisons les formules de passage d'un générateur de Thévenin vers un générateur de Norton. Nous obtenons :

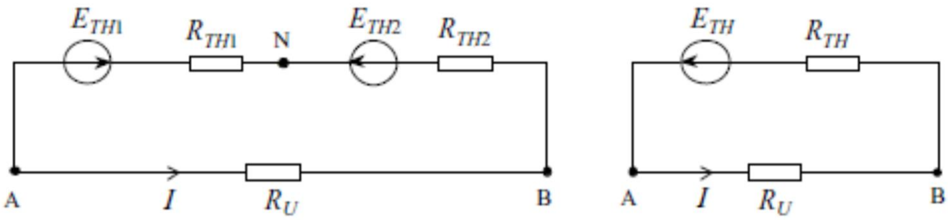
$$R_N = R_{TH} = 2\ \text{k}\Omega \quad \text{et} \quad I_N = \frac{E_{TH}}{R_N} = 8{,}33\ \text{mA}$$

2. Nous utilisons le résultat de la première question pour déterminer la différence de potentiel qui se trouve entre B et M. La résistance R3 est la résistance de charge du générateur de Thévenin. Il suffit dans ce cas d'appliquer le diviseur de tension :

$$U_{BM} = \frac{R_3}{R_3 + R_{TH}} E_{TH} = \frac{10 \times 10^3}{(10+2) \times 10^3} \times 16{,}66 = 13{,}88\ \text{V}$$

Exercice N°12:

Entre A et N se trouve un générateur de Norton (I_1, R_1). De même, entre N et B, nous avons un autre générateur de Norton (I_2, R_2). Puisque AN et NB sont deux branches en série, nous aurons intérêt à utiliser les modèles de Thévenin. Nous pouvons donc transformer le schéma de l'énoncé en un autre donné à la figure (a).



(a) (b)

Les expressions des éléments des modèles de Thévenin sont :

$$E_{TH1} = I_1.R_1 \ ; \ E_{TH2} = I_2.R_2 \ ; \ R_{TH1} = R_1 \ ; \ R_{TH2} = R_2$$

Nous pouvons de nouveau chercher le modèle de Thévenin équivalent de la figure (b) :

$$E_{TH} = E_{TH2} - E_{TH1} \quad \text{et} \quad R_{TH} = R_{TH1} + R_{TH2} = R_1 + R_2$$

D'après le schéma 2.33 (b), le sens de E_{TH} et celui du courant I sont quelconques. Si la valeur algébrique de E_{TH} est positive, le sens du courant réel correspond au sens choisi. Dans le cas contraire, nous trouverons une valeur négative du courant ce qui impose de changer le sens choisi. Application numérique :

$$E_{TH1} = I_1.R_1 = (2 \times 10^3) \times (10 \times 10^{-3}) = 20\ \text{V}$$

$$E_{TH2} = I_2.R_2 = (5 \times 10^{-3}) \times (5 \times 10^3) = 25\ \text{V}$$

$$E_{TH} = E_{TH2} - E_{TH1} = 25 - 20 = 5\ \text{V}$$

$$R_{TH} = R_1 + R_2 = 10\ \text{k}\Omega + 5\ \text{k}\Omega = 15\ \text{k}\Omega$$

Nous avons bien un courant positif dans le même sens que celui indiqué à la figure (b).