Université de MOHAMED BOUDAIF - M'sila

Faculté des Technologies

Département de Génie Electrique

Module : Méthodes statistiques et échantillonnage

....

2020/2021

Année d'étude : 1ére année Master

Maintenance des équipements Industriels

Corrigé Type(1ier Semestre)

Exercice 1:

1. Combien de mots de 5 lettres peut-on former avec les 26 lettres de l'alphabet si

   a) on utilise chaque lettre une seule fois : (**arrangement sans répétition**)

   01 $\boldsymbol{A_{26}^{5} = \frac{26!}{(26-5)!} = 7\,893\,600\ mots}$

   b) on peut réutiliser les lettres.: (**arrangement avec répétition)**

   01 $\boldsymbol{A_{26}^{5} = 26^{5} = 11\,881\,376\ mots}$

2. Combien de mots fictifs différents peut-on écrire avec les lettres du mot « LILLE » ?

   02 **C'est une permutation sans répétition : $\frac{5!}{3!} = 20$ mots.**

3. De combien de façons peut-on aligner 2 livres rouges, 5 livres verts et 3 livre blanc sur une étagère ? (Seule la couleur différencie les livres !

   02 **C'est une permutation avec répétition $P_{10}^{2,5,3} = \frac{10!}{2!5!3!} = 2520$ façons.**

4. On tire 5 cartes dans un jeu de 32 cartes. Combien y a-t-il de résultats possibles ?

   02 **C'est une combinaison sans répétition $C_{32}^{5} = \frac{32!}{5!(32-5)!} = 201\,376$ résultats.**

5. Déterminez la valeur de **A** afin que f soit une fonction de densité :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & si\ 0 < x < 1 \\ A^2 & si\ 1 \le x < 2 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Solution :

01

$f(x)$ est une fonction de densité, alors $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$ donc

$$\int_0^1 \frac{1}{3}dx + \int_1^2 A^2\,dx = \frac{1}{3} + A^2 = 1 \to A^2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \to A = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

01 01

Bonne Courage

Exercice 2:

Un jeu consiste à lancer huit (**8**) fois successivement une pièce de monnaie équilibrée. A chaque lancer, on note la face obtenue. Soit X le nombre d'apparition de "pile".

a) Donner le domaine de définition de X.

b) Calculer la probabilité P(X=0) , P(X=3) et P(X=5).

Solution :

a) domaine de définition de X : $D_X = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$ 01

b) Calcul des probabilités : on utilise la relation générale pour n jets :

$$P(X=x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}$$ 01

$$P(X=0) = \frac{8!}{0!(8-0)!}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^{8-0} = \frac{1}{256}$$ 01

$$P(X=3) = \frac{8!}{3!(8-3)!}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^{8-3} = \frac{8!}{3!5!}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{56}{256} = \frac{7}{32}$$ 01

$$P(X=5) = \frac{8!}{5!(8-5)!}\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{8!}{3!5!}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{56}{256} = \frac{7}{32}$$ 01

Exercice 3:

Un appareil peut être monté avec des pièces de haute qualité (40% des cas) et avec des pièces ordinaires (60% des cas). Dans le premier cas, sa fiabilité (probabilité de fonctionnement) sur une durée t est égale à 0,95 ; dans le second, elle est de 0,6. L'appareil a été soumis à un essai et s'est avéré fiable (fonctionnement sans défaillance sur la durée de référence). Déterminer la probabilité que l'appareil soit composé de pièces de qualité ordinaire.

Solution : Notons B l'évènement "l'appareil a fonctionné sans défaillance" ; U_1 (resp. U_2) la probabilité qu'un appareil soit composé de pièces de haute qualité (resp. de qualité ordinaire) :

0,5 0,5 0,5

0,5 $P(U_1) = 0{,}4$ et $P(U_2) = 0{,}6$. On nous indique que $P(B/U_1) = 0{,}95$ et $P(B/U_2) = 0{,}6$.

En appliquant le théorème de Bayes, nous obtenons :

$$P\{U_2/B\} = \frac{P\{B/U_2\}\times P\{U_2\}}{P\{B/U_1\}\times P\{U_1\}+P\{B/U_2\}\times P\{U_2\}}$$ 01

$$= \frac{0{,}6\times 0{,}6}{0{,}95\times 0{,}4+0{,}6\times 0{,}6} = \frac{0.36}{0.74} = 48.6\%$$

01

 Bonne Courage