Examen corrigé Type

Exercice 1 :

Partie 1 :

1) La Table des fréquences des coleurs (B, N, G)

N_b Pixels$_{Tot}$ = 81 Pixels

Taille de l'image = 81 x 8 = 648 bits

coleurs	B	G	N
N. occ	40	28	13
fre (Prob)	$\frac{40}{81}$	$\frac{28}{21}$	$\frac{13}{81}$

—— 1,50 pt

2) l'entropie : $H(x) = -\sum_{i=1}^{3} P_i \log_2 P_i = -\left[\frac{40}{81}\log_2\frac{40}{81} + \frac{28}{81}\log_2\frac{28}{81} + \frac{13}{81}\log_2\frac{13}{81}\right]$

$H(x) = 1,45$ bit sh —— 1 pt

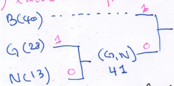
- Que dire l'efficacité de codage qui associe 8 bits à chaque Pixel ?

→ On voit que l'entropie est plus petite que N bits associé à chaque Pixel ($H(x) \ll n = 8$ bit) — 0,25 pt

- Peut-on trouver un codage plus économique pour cette image ?

→ Oui, la compression est possible — 0,25 pt

3) l'arbre de Huffman



code de Huffman

B → 1, G → 01, N → 00

1,5 pt

4) Taille image compressée : $l_{cm} = 40 \times 1 + 28 \times 2 + 13 \times 2 = 122$ bits (1 pt)

~~Taux~~ compression : $\tau = \frac{l_{cm}}{l_{or}} = \frac{122}{648} = 0,18$

ou $= \frac{l_{cm} - l_{or}}{l_{or}} = \frac{648 - 122}{648} = 0,82$ (0,5 pt)

Partie 2 (4 pt)

1) codage RLE (1,5 pt)

(4,B), (1,N), (7,B), (3,N), (5,B), (5,G) (3,B), (3,G)
(1,N), (3,G), (1,B), (3,G), (3,N), (3,G), (1,B), (3,G)
(1,N), (3,G), (3,B), (5,G), (5,B), (3,N), (7,B)
(1,N), (4,B)

2) la longueur de code obtenu :

On a 25 couples → $l = 25 \times 16 = 400$ bit (1)

- ~~Taux~~ compression $\tau = \frac{400}{648} = 0,62$ (1,5 pt)

Partie 3 (6 pt)

1) construisez la Table des couples présents dans le code RLE

couples	(4,B)	(1,N)	(7,B)	(3,N)	(5,B)	(5,G)	(3,B)	(3,G)	(1,B)
Nb	2	4	2	3	2	2	2	6	2
fre	$\frac{2}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{2}{25}$

(1 pt)

2) entropie . $H(x) = 3,03$ bit. Sha (1 pt)

- Que dire l'efficacité de codage qui associe 16 bits à chaque couple → on voit que $H(x) \ll 16$ bits (0,25 pt)

- Peut-on trouver un codage économique

→ Oui, la compression est possible (0,25)

Partie 2 (2e Solu) (4 pt)

1) codage RLE

(4,B), (1,N), (4,B), (3,B), (3,N), (3,B), (2,B), (5,G)
(2,B), (1,B), (3,G), (1,N), (3,G), (1,B), (3,G), (3,N)
(3,G), (1,B), (3,G), (1,N), (3,G), (1,B), (2,B), (5,G)
(2,B), (3,B), (3,N), (3,B), (4,B), (1,N), (4,B)

2) la longueur de code obtenu

On a 31 couples → $l = 31 \times 16 = 496$

taux $= \frac{496}{648} = 0,77$, ou $\frac{648 - 496}{648} = 0,23$

Partie 3 : (6 pt)

couples	(4,B)	(1,N)	(3,B)	(3,N)	(2,B)	(5,G)	(1,B)	(3,G)
Nb	4	4	4	3	4	2	4	6
fre	$\frac{4}{31}$	$\frac{4}{31}$	$\frac{4}{31}$	$\frac{3}{31}$	$\frac{4}{31}$	$\frac{2}{31}$	$\frac{4}{31}$	$\frac{6}{31}$

2) entropie : $H(x) \simeq 2,93$ bit shannon

couple	(4,B)	1,N	(3,B)	(3,N)	(2,B)	(5,G)	(1,B)	(3,G)
code	001	100	101	0000	010	0001	011	11

$L_{cm} = 92$ bit, $t_a = \frac{92}{648} = 0,14$ ou $\frac{648 - 92}{648} \simeq 0,86$

Partie 3 (la suite) (6 pt)

3) - l'arbre Huffman

(3,G)	(1,N)	(3,N)	(4,B)	(7,B)	(5,B)	(1,B)	5,G	(3,B)
11	10	001	0001	0000	0101	0100	0111	0110

(1,5 pt)

4) Taille de la sequence RLE de l'image

$L_{cm} = 6 \times 2 + 4 \times 2 + 3 \times 3 + 16 \times 4 = 93$ bits (0,5 pt)

- Taux compress : $\frac{93}{648} = 0,143$ (0,5)

5) comparez les performances des Trois Methodes

d'après le taux de compression, le codage RLE + Huffman est le meilleur que les autres (1 pt)

Exercice 2 : (4 pt)

1) Peut-on Trouver une Source pour laquelle l'entropie soit strictement inferieur à 0 ? Non car $H(x) \geq 0$, $P \geq 0$ (0,5) (1,5 pt)

2) Peut-on Trouver une compression avec perte laquelle sera absolument decodée sans perte ?

Non, car ces Methodes representent les données (0,5) dans un Novel espace qui va Ingonere des données Redondante (1,5 pt)