

Exercice 2 (05 points)

1) Définir les termes suivants :

- La classe (de problèmes) P ;
- La classe (de problèmes) NP ;
- Une solution admissible d'un problème d'optimisation ;

2) A quoi sert la complexité d'un algorithme ?

3) Que signifie le qualificatif « combinatoire » d'un problème d'optimisation ?

Exercice 2 (07 points)

Chacun des 2 algorithmes ci-contre permet de calculer la valeur d'un polynôme $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ pour une valeur de x . Le degré n est une donnée entière et les coefficients a_i sont stockés dans un tableau $a[]$ de type float.

1. Calculer le nombre de multiplications $T1(n)$ que fait l'algorithme P1 en fonction de n puis exprimer sa complexité en notation O .
2. Calculer le nombre de multiplications $T2(n)$ que fait l'algorithme P2 en fonction de n puis exprimer sa complexité en notation O .
3. Que peut-on déduire ?
4. Ecrire un algorithme P3 qui donne le même résultat en $n-1$ multiplications. Justifier.

```
float P1 (int a[] , int n , float x)
{
    s = a[0] ;
    for (i=1 ; i<=n ; i++)
        s += a[i]* xi ;
    return s ;
}
```

```
float P2 (int a[] , int n , float x)
{
    s = a[0] ;
    q = 1 ;
    for (i=1 ; i<=n ; i++)
    {
        q = q * x ;
        s += a[i]*q ;
    }
    return s ;
}
```

Exercice 3 (08 points)

Un examen de 4 heures est composé de 5 questions indivisibles, chaque question i a une note n_i et nécessite un temps de réponse t_i en heures. Ces détails sont récapitulés dans le tableau suivant :

Question i	1	2	3	4	5
Note n_i	10	6	12	9	8
Temps t_i	2	1	3	2	2

On désire déterminer, à l'aide d'un algorithme, quelles questions choisir pour avoir une note totale maximale.

- 1) Il est clair que l'étudiant ne peut pas répondre à toutes les questions. Pourquoi ?
- 2) Quel est le problème modèle vu cours qui est applicable à celui-ci ?
- 3) Déterminer l'espace de recherche et calculer sa taille (nombre de solutions candidates).
- 4) Ecrire la formulation mathématique de ce problème d'optimisation.
- 5) Résoudre ce problème par la méthode de la programmation dynamique.
(Donner la solution et la valeur de la solution).
- 6) Supposons que l'on dispose de n questions dans un examen de T heures, donner les complexités temporelle et spatiale de cet algorithme en fonction de n et T en notation O .